



UNR Facultad de Ciencias Bioquímicas y Farmacéuticas
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

Área Física – Departamento de Química-Física

Material de Estudio

Física 1 - 2026

CONTENIDO

Teoría de Errores.....	1
Características del Instrumento de Medición.....	2
Definiciones	2
Expresión correcta de una medición	3
Mediciones Indirectas.....	4
Tablas Útiles.....	6
Alfabeto Griego	6
Prefijos utilizados con unidades del SI	6
Unidades Físicas.....	7
Relaciones entre unidades.....	7
Momentos de inercia de distintos objetos	8
Densidad, Tensión Superficial y Viscosidad del H_2O a distintas temperaturas:	8
Valores del coeficiente de Tensión Superficial de distintas sustancias	9
Densidad y Viscosidad de distintas sustancias.....	9
Cuadernillo de Tarea de Aula	11
Guía N°0: Introducción a la Física	13
Guía N°1: Propagación de Errores	17
Guía N°2: Cinemática de la Partícula en 1D.....	23
Guía N°3: Cinemática de la Partícula en 2 D.....	29
Guía N°4: Equilibrio y Dinámica de cuerpos puntuales.....	33
Dinámica de cuerpos puntuales	35
Equilibrio de cuerpos puntuales	40
Guía N°5: Movimiento circular y Torque.....	43
Guía N° 6: Momento lineal y angular	55
Momento lineal:.....	55
Momento angular:	56
Guía N°7: Energía y transferencia – Energía potencial	59
Guía N°8: Movimiento Oscilatorio.....	69
Guía N°9: Estática de los fluidos y Tensión superficial	73
Presión	73
Empuje	76
Tensión Superficial	81
Guía N°10: Dinámica de fluidos.....	85

Fluidos Ideales.....	85
Fluidos Viscosos	90
Guía N°11: Sistema de Partículas (Licenciaturas)	91
Choques.....	95
Guía N°12: Ondas mecánicas (Licenciaturas).....	99
Cuadernillo de Laboratorio	1
Como elaborar un Informe	2
Software de gráficas: SciDAVis	2
Materiales que debe traer el alumno.....	2
Trabajo Práctico N°1: Mediciones Directas e Indirectas	3
Trabajo Práctico N°2: Cinemática.....	7
Trabajo Práctico N°3: Dinámica - Trabajo y Energía	19
Trabajo Práctico N°4: Estática de Fluidos - Tensión Superficial	25
Trabajo Práctico N°5: Dinámica de flúidos	35
Trabajo Práctico N°5: Movimiento Armónico Simple – (Licenciaturas)	39
Modelos de Informes	46
Informe Mediciones Directas e Indirectas.....	1
Informe Cinemática.....	1
Informe Dinámica - Trabajo y Energía.....	1
Informe Densimetría - Tensión Superficial.....	1
Informe Dinámica de Flúidos	1
Informe Movimiento Armónico Simple.....	1

Teoría de Errores

El trabajo de laboratorio en Física, tiene por objetivo la medición de diferentes magnitudes físicas de interés. Cuando se dice “medir una magnitud física”, se refiere a comparar una cantidad determinada de una magnitud con otra cantidad conocida de la misma magnitud a la que se le llama **unidad**.

Entonces, al medir se asocia un número y una dimensión (dependiente de una unidad arbitrariamente elegida) al objeto de medición. El resultado de la medición de una dada magnitud A , se obtiene como el número x que expresa cuantas veces está contenida la unidad U en A , es decir, $x = A/U$. Por ejemplo, medir una longitud es determinar el número de veces que la unidad elegida (como puede ser cm) está contenida en el objeto cuya longitud se quiere hallar. Así, el resultado final de toda medición en el laboratorio deberá ser un número y una dimensión, es decir, una unidad. Esta última es de gran importancia porque de ella depende el valor asociado a la magnitud en medición, por lo tanto nunca debe ser omitida.

Al realizar una medición se efectúa una operación experimental que tiene varios sistemas interactuantes por medio de una técnica que los relaciona. Estos sistemas son:

- - Sistema **objeto**: lo que se quiere medir.
- - Sistema de **medición**: instrumento empleado para medir.
- - Sistema de **comparación**: unidad de medida.
- - **Observador**: persona que realiza la medición.

Un instrumento permite obtener un número que tiene asociada una dimensión. Sin embargo, todo aparato de medición, como obra humana es imperfecto y está afectado de error, es decir, difiere siempre algo del valor verdadero de la magnitud que se mide, cualquiera sea el significado que quiera darse a ese “hipotético” valor verdadero. Entonces, es relevante indicar de alguna manera el “grado de confianza” que se tiene en el valor medido. La *teoría de errores* tiene como objeto el cálculo del grado de confianza.

Vale aclarar que la palabra “error” no debe interpretarse como una equivocación, aquí, error es sinónimo de *incerteza experimental*, la cual es consecuencia de que la medición de una magnitud sea el resultado de un proceso y no una propiedad o atributo absoluto del objeto.

Ahora bien, según la proveniencia, los errores pueden clasificarse en tres categorías:

- Errores Sistemáticos

Son los provenientes de imperfecciones del aparato, de un método de medición erróneo, el mal uso de alguno de estos dos o de acciones externas (como son cambio de temperatura, campo magnético terrestre, etc.). Se caracterizan porque para cada caso son prácticamente iguales, del mismo signo (es decir, son siempre por *exceso* o por *defecto*), y pueden ser evitados o determinados.

- Errores Casuales

Pueden ser causados por la fatiga del observador, o desajustes momentáneos del instrumento, entre otros. Su característica principal es que son al azar, por lo tanto se producen tanto en un sentido, por *exceso*, como en el otro, por *defecto*. Es posible minimizarlos realizando una estadística de gran cantidad de mediciones de una misma magnitud.

- Errores de apreciación

Son aquellos que se deben a la mínima división en la escala del instrumento empleado, y a la mayor o menor capacidad del observador de realizar la lectura. No pueden eliminarse, ni disminuirse, ni controlarse.

Características del Instrumento de Medición

Para poder realizar una medición el observador debe elegir un instrumento adecuado. Es entonces necesario tener en cuenta las características que éste posee:

- **magnitud** que mide,
- **unidad** en la que mide,
- **alcance** (valor máximo y mínimo que puede leerse directamente en la escala del instrumento)
- **apreciación** (menor división de la escala del instrumento)

Definiciones

Si X es el valor verdadero desconocido de la magnitud a medir y X' es el resultado experimental, se llama **error absoluto** a la diferencia de estos valores:

$$\Delta X = X - X' \quad (1)$$

Sin embargo, este error no basta por sí solo para caracterizar la precisión de una medición, dado que no es lo mismo equivocarse en un centímetro ($\Delta X = 1 \text{ cm}$) al medir 1 m que al medir 1 Km . Entonces, para caracterizar la precisión también es necesario medir el error que cometemos por cada unidad en que medimos la magnitud, este error se denomina **error relativo**, y se expresa como:

$$Er_X = \frac{\Delta X}{X} \quad (2)$$

Es imposible hallar el error absoluto con las fórmulas dadas, dado que para ello necesitamos X , el valor verdadero, que es siempre desconocido. En el cálculo de errores entonces se halla el error en forma aproximada, diciendo que el error en una medición es seguramente menor que cierto número, (error máximo), colocándose siempre en el caso más desfavorable, pero sin decir cuánto vale exactamente el error. Por ejemplo, se mide una varilla con una regla con divisiones a la mitad del cm (Figura 1), el extremo de la varilla puede caer entre dos divisiones:

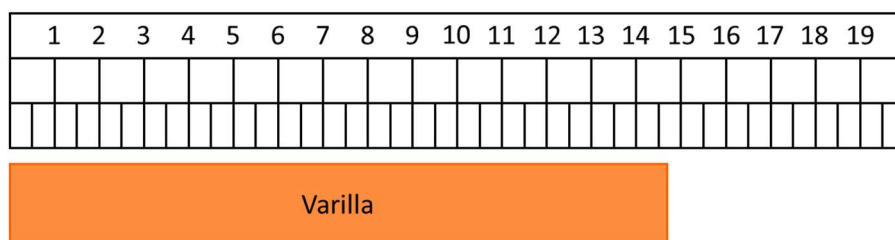


Figura 1. Ejemplo de medición de una varilla.

Entonces, en lugar de adivinar la posición (como por ejemplo diciendo que mide $14,3 \text{ cm}$) se dice que mide:

$$X = (14,5 \pm 0,5) \text{ cm}$$

El X' es en nuestro ejemplo $14,5 \text{ cm}$, el valor verdadero no se sabe cuanto es exactamente, pero se conviene en decir que se encuentra entre los valores mínimo $X_{min} = 14,0 \text{ cm}$ y máximo $X_{max} = 15,0 \text{ cm}$. De modo que el valor observado X' , denominado **valor medio**, sirve para determinar el intervalo donde se encuentra el valor verdadero:

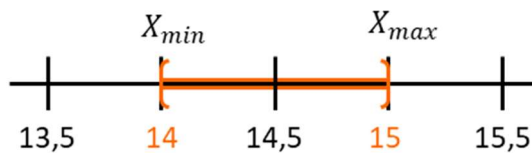


Figura 2. Intervalo que representa la medición realizada.

Entonces se puede reemplazar en la ecuación del error relativo el valor verdadero por el resultado de una observación que, según la primera ecuación, difiere muy poco de él.

Escribimos entonces el error relativo:

$$Er_x = \frac{\Delta X}{X'} \quad (3)$$

A partir de este, se puede multiplicar el error relativo por 100 y se obtendrá el error que cometemos cada 100 unidades, o sea, el **error relativo porcentual**:

$$Er_{\%} = 100 \cdot \frac{\Delta X}{X'} \quad (4)$$

Observación: Hay que tener en cuenta que el error relativo es una cantidad *positiva*, por lo que si se realiza la medición de una cantidad negativa, su error relativo se tiene que expresar utilizando el valor absoluto del valor medio, es decir $|X'|$, así resulta:

$$Er_x = \frac{\Delta X}{|X'|} \quad (5)$$

No hay que confundir sensibilidad con precisión, dado que ésta se define como la facultad de un método o de un aparato de repetir en mayor o menor grado los resultados de mediciones de una misma magnitud, realizadas en idénticas condiciones. No existe una relación entre la precisión y la sensibilidad, un instrumento muy sensible no tiene por qué ser muy preciso, en algunos casos, como en la balanza, una gran sensibilidad trae aparejada una disminución de la precisión.

Se define entonces **precisión** de una medida como:

$$k = \frac{1}{Er_x} \quad (6)$$

En los instrumentos digitales la precisión define la "clase del instrumento" y está indicada en error relativo porcentual referido al valor máximo de la **escala** y especificado para cada rango o escala. Éste es el denominado **error de clase** y se halla aplicando el error relativo al fondo de escala.

Por ejemplo: si para medir una magnitud A se usa un instrumento de clase 2 en la escala de rango 0 – 250 , significa que el fabricante asegura una precisión porcentual absoluta 2 %. Así, si se lee un valor de $A' = 110$ y se calcula el error absoluto en esa escala como $\Delta A = 2 \% \cdot 250 = 5$, obteniendo $A = (130 \pm 5)$.

Expresión correcta de una medición

Como se adelantó previamente en el ejemplo existe una forma **correcta** de expresar una medición. En el caso de realizar una serie de mediciones de una dada magnitud, por métodos estadísticos se obtiene un **valor más probable**, y este se toma como X' . Pero, si se realiza una única medición este es el que se obtiene de la lectura del instrumento.

Entonces, el valor de una medición se expresa como el valor leído junto con el correspondiente **intervalo de incerteza** y la **unidad** correspondiente.

$$X = (X' \pm \Delta X) \text{ unidad} \quad (7)$$

Cifras Significativas

De un proceso de medición, se tiene como resultado un valor del cual se debe establecer los “números correctos” (aquellos dígitos que se puede asegurar su valor) y el primer valor incierto. Como se presentó en el ejemplo previo la longitud de la varilla podía ser $X' = 14,5 \text{ cm}$, siendo incierto el último dígito, de modo que también sería válido escribir $X' = 14,4 \text{ cm}$ o $X' = 14,3 \text{ cm}$ como se pensó en un primer momento. Así, las **cifras significativas** son los dígitos con los que se expresa la medición, en este ejemplo 3, considerando que el último dígito es *incierto*. Nótese que el número de cifras significativas no se modifica si se cambian las unidades.

Es importante destacar que cuando se expresa el error absoluto de una medición ΔX este debe tener una **única** cifra significativa.

Por ejemplo¹:

- $X_1 = 38.549 \text{ cm} \rightarrow$ tiene **5** cifras significativas.
- $X_2 = 0,006581 \text{ m} \rightarrow$ tiene **4** cifras significativas.
- $X_3 = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \rightarrow$ tiene **2** cifras significativas.
- $X_4 = 1,1 \cdot 10^2 \text{ mm} \rightarrow$ tiene **3** cifras significativas.
- $X_5 = 4,95511 \cdot 10^{-12} \text{ km} \rightarrow$ tiene **6** cifras significativas.

Redondeo

El redondeo es una forma de aproximar un valor ya sea porque es necesario expresarlo con una cantidad dada de cifras significativas o bien porque se debe truncar el resultado obtenido (de la calculadora, por ejemplo). Para esto se siguen ciertas reglas de redondeo:

- si el número ubicado a la derecha del lugar donde se quiere redondear es < 5 , el número a redondear se mantiene igual.
- si el número ubicado a la derecha del lugar donde se quiere redondear es ≥ 5 , entonces el número a redondear aumenta una unidad.

Por ejemplo:

- $x = 1458$ redondeado a la decena ($x = 14 \underbrace{5} 8$) resulta $x \cong 1460$
- $y = 10225,11$ redondeado a la centena ($y = 10 \underbrace{2} 25,11$) resulta $y \cong 10200$
- $z = 30,54$ con **3** cifras significativas ($z = \underbrace{30,5} 4$) resulta $z \cong 30,5$
- $w = 4,23189$ con **4** cifras significativas ($w = \underbrace{4,231} 89$) resulta $w \cong 4,232$

Mediciones Indirectas

Hasta el momento se trató el error en las mediciones directas, como en el caso de la determinación de la masa de un cuerpo con una balanza, de una temperatura con un termómetro, de una longitud con una regla, etc. Ahora se considerarán los errores de las **mediciones indirectas**, es decir que las mediciones que resultan de aplicar una ley física que vincula magnitudes directamente medibles con la magnitud a determinar. Ejemplos sencillos de mediciones indirectas son: el área de una mesa, el perímetro de una hoja de papel, el volumen de una habitación.

¹ En este link se encuentran ejercicios para practicar cantidad de cifras significativas en:
<http://www.educaplus.org/formularios/cifrassignificativas.html>

En estos casos es entonces necesario considerar cómo se puede estimar el error posible del resultado final a partir de los errores obtenidos en cada una de las mediciones directas que intervienen. Para esto existen reglas de **propagación de errores**:

- Si las cantidades que intervienen están sumadas o restadas, el error absoluto del resultado es la suma de los errores absolutos de cada una de dichas cantidades. Es decir, si dadas A y B , se busca $S = A + B$ ó $R = A - B$, entonces:

$$A = A' \pm \Delta A$$

$$B = B' \pm \Delta B$$

$$S' = A' + B' \quad y \quad \Delta S = \Delta A + \Delta B$$

$$R' = A' - B' \quad y \quad \Delta R = \Delta A + \Delta B$$

- Si las cantidades que intervienen están multiplicadas o divididas, el error relativo del resultado es la suma de los errores relativos de cada una de dichas cantidades, y de su expresión se puede obtener el valor del error absoluto del resultado. Es decir, si dadas A y B , se busca $M = A \cdot B$ ó $D = A/B$, entonces:

$$M' = A' \cdot B' \quad y \quad \frac{\Delta M}{|M'|} = \frac{\Delta A}{|A'|} + \frac{\Delta B}{|B'|} \Rightarrow \Delta M = |M'| \cdot \left(\frac{\Delta A}{|A'|} + \frac{\Delta B}{|B'|} \right) = |A' \cdot B'| \cdot \left(\frac{\Delta A}{|A'|} + \frac{\Delta B}{|B'|} \right)$$

$$D' = \frac{A'}{B'} \quad y \quad \frac{\Delta D}{|D'|} = \frac{\Delta A}{|A'|} + \frac{\Delta B}{|B'|} \Rightarrow \Delta D = |D'| \cdot \left(\frac{\Delta A}{|A'|} + \frac{\Delta B}{|B'|} \right) = \frac{|A'|}{|B'|} \cdot \left(\frac{\Delta A}{|A'|} + \frac{\Delta B}{|B'|} \right)$$

Observación: Estas reglas presentadas aquí para operaciones entre dos factores se pueden extender a operaciones con varios factores.

De la regla para multiplicación se pueden derivar diversas reglas. Entre ellas, la regla para potencias enteras, de manera que si dada A se busca $C = A^2$

$$C' = (A')^2 = A' \cdot A' \quad y \quad \frac{\Delta C}{|C'|} = \left(\frac{\Delta A}{|A'|} + \frac{\Delta A}{|A'|} \right) = 2 \cdot \frac{\Delta A}{|A'|}$$

Análogamente si $F = A^n$ resulta:

$$F' = (A')^n = \underbrace{A' \cdot \dots \cdot A'}_{n \text{ veces}} \quad y \quad \frac{\Delta F}{|F'|} = \left(\underbrace{\frac{\Delta A}{|A'|} + \dots + \frac{\Delta A}{|A'|}}_{n \text{ veces}} \right) = n \cdot \frac{\Delta A}{|A'|}$$

Si se tienen potencias fraccionarias, es decir dada A se buscan $G = \sqrt[n]{A}$ y $H = \sqrt[n]{A}$, se obtiene:

$$G' = \sqrt[n]{A'} \quad y \quad \frac{\Delta G}{|G'|} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta A}{|A'|}$$

$$H' = \sqrt[n]{A'} \quad y \quad \frac{\Delta H}{|H'|} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta A}{|A'|}$$

Y para el caso de multiplicación o división por un número constante N (que no posee error), dada A se busca se buscan $I = N \cdot A$ y $J = A/N$

$$I' = N \cdot A' \quad y \quad \frac{\Delta I}{|I'|} = \frac{\Delta A}{|A'|} \Rightarrow \Delta I = N \cdot \Delta A$$

$$J' = \frac{A'}{N} \quad y \quad \frac{\Delta J}{|J'|} = \frac{\Delta A}{|A'|} \Rightarrow \Delta J = \frac{\Delta A}{N}$$

Tablas Útiles

Alfabeto Griego

Minúscula	Mayúscula	Nombre
α	A	alfa
β	B	beta
γ	Γ	gamma
δ	Δ	delta
ε, ϵ	E	epsilon
ζ	Z	zeta
η	H	eta
θ	Θ	theta
ι	I	iota
κ	K	kapa
λ	Λ	lambda
μ	M	mu
ν	N	nu
ξ	Ξ	xi
$\omicron$	O	omicron
π, ϖ	Π	pi
ρ	P	rho
σ, ς	Σ	sigma
τ	T	tau
υ	Υ	ípsilon
φ, ϕ	Φ	phi
χ	X	chi
ψ	Ψ	psi
ω	Ω	omega

Prefijos utilizados con unidades del SI

Factor	Prefijo	Símbolo	Factor	Prefijo	Símbolo
10	deca-	da	10^{-1}	deci-	d
10^2	hecto-	h	10^{-2}	centi-	c
10^3	kilo-	K	10^{-3}	mili-	m
10^6	mega-	M	10^{-6}	micro-	μ
10^9	giga-	G	10^{-9}	nano-	n
10^{12}	tera-	T	10^{-12}	pico-	p
10^{15}	peta-	P	10^{-15}	femto-	f
10^{18}	exa-	E	10^{-18}	atto-	a

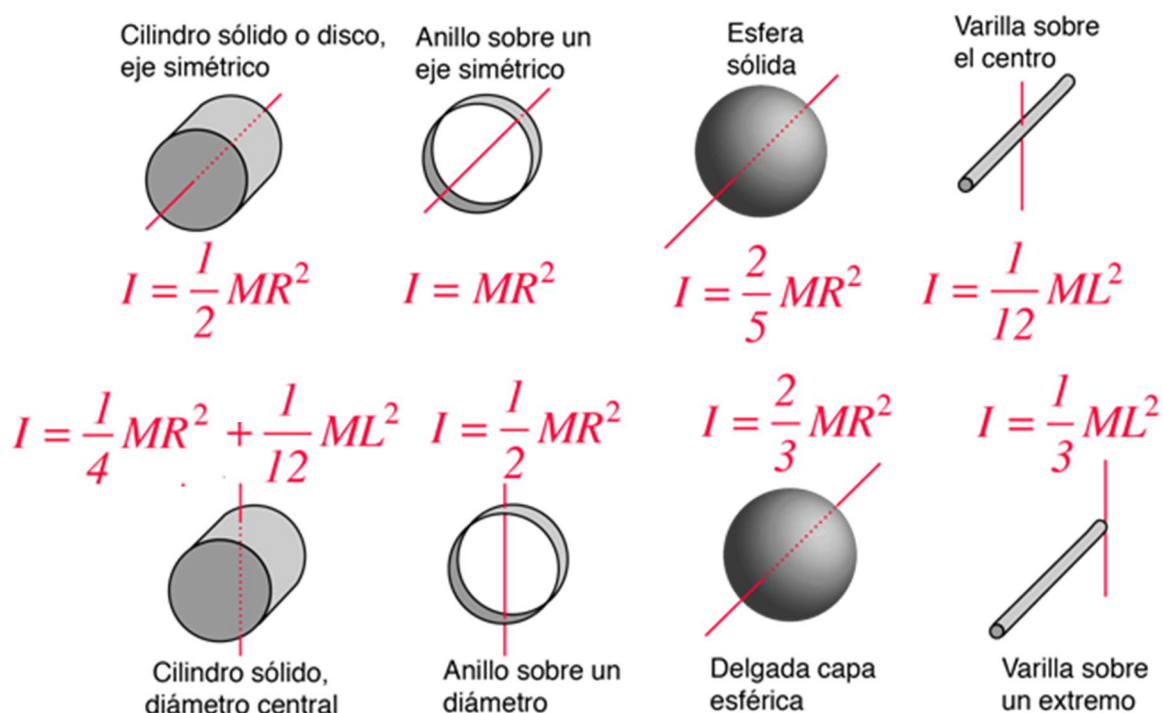
Unidades Físicas

Magnitud física	Sistema Internacional de Unidades (SI)	Sistema Cegesimal de Unidades (CGS)	Sistema Técnico de Unidades
Longitud	m (metro)	cm (centímetro)	m (metro)
Área	m^2 (metro cuadrado)	cm^2 (centímetro cuadrado)	m^2 (metro cuadrado)
Volumen	m^3 (metro cúbico)	cm^3 (centímetro cúbico)	m^3 (metro cúbico)
Masa	kg (kilogramo)	g (gramo)	$u. t. m.$ (unidad técnica de masa)
Densidad	kg/m^3	g/cm^3	-
Ángulo	rad (radián)	rad (radián)	rad (radián)
Tiempo	s (segundo)	s (segundo)	s (segundo)
Frecuencia	$Hz = 1/s$ (Hertz)	$Hz = 1/s$ (Hertz)	$Hz = 1/s$ (Hertz)
Velocidad	m/s	cm/s	-
Aceleración	m/s^2	cm/s^2	-
Fuerza	$N = kg \cdot m/s^2$ (Newton)	$dyn = g \cdot cm/s^2$ (dina)	kgf (kilogramo-fuerza)
Energía	$J = N \cdot m$ (Joule)	$erg = dyn \cdot cm$ (ergio)	$kgm = kgf \cdot m$ (kilográmetros)
Presión	$Pa = N/m^2$ (Pascal)	dyn/cm^2	kgf/m^2 o kgf/cm^2
Viscosidad	$Pa \cdot s = kg/m \cdot s$	$p = g/cm \cdot s$ (Poise)	-
Temperatura	$^{\circ}K$ (grados Kelvin)	$^{\circ}K$ (grados Kelvin)	$^{\circ}C$ (grados Celsius)
Cantidad de sustancia	mol (mol)	mol (mol)	-

Relaciones entre unidades

- Volumen: $1 L = 0,001 m^3 = 1000 cm^3$
 $1 mL = 1 cm^3 = 1 \cdot 10^{-6} m^3$
- Tiempo: $1 h = 60 min = 3600 s$
- Ángulos: $180^{\circ} = \pi rad$
- Presión: $1 torr = 1 mmHg$
 $1 atm = 76 cmHg = 760 mmHg$
 $1 atm = 1013 hPa = 101300 Pa$
- Viscosidad: $1 cp = 0,01 p = 0,001 Pa \cdot s$

Momentos de inercia de distintos objetos



Densidad, Tensión Superficial y Viscosidad del H_2O a distintas temperaturas:

T ±1 °C	ρ ±0,00001 g/cm ³	γ ±0,1 dyn/cm	η ±0,001 cp
0	0,99982 (hielo: 0,91700)	76,2	1,792
5	1,00000	75,4	1,520
10	0,99977	74,8	1,308
15	0,99919	74,1	1,139
20	0,99829	73,6	1,003
25	0,99713	72,6	0,891
30	0,99571	71,8	0,798
35	0,99408	71,0	0,720
40	0,99225	70,1	0,653
45	0,99022	69,2	0,596
50	0,98802	68,2	0,547
55	0,98565	67,4	0,504
60	0,98313	66,8	0,467
65	0,98045	65,8	0,434
70	0,97763	65,0	0,404
75	0,97468	64,0	0,378
80	0,97160	63,0	0,355
85	0,96839	62,0	0,334
90	0,96506	61,2	0,315
95	0,96162	60,2	0,298
100	0,95805	59,4	0,282

Valores del coeficiente de Tensión Superficial de distintas sustancias

Sustancia	T $\pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$	γ $\pm 0,1\text{ dyn/cm}$
Benceno	20	28,9
Disolución de jabón	20	25
Etanol (alcohol etílico)	20	22,3
Glicerina	20	63,1
Helio	-269	0,12
Mercurio	20	465
Neón	-247	5,15
Oxígeno	-194	15,7

Densidad y Viscosidad de distintas sustancias

Sustancia	T ($^{\circ}\text{C}$)	ρ (g/cm^3)	η (cp) (presión: 750 torr)
Acetona	25	0,795099131	0,306
Ácido sulfúrico	25	1,84	24,2
Aire	0	1,293	0,0174
Agua del mar	15	1,025	1,392997
Argón	27	0,001661	0,0229
Benceno	25	0,876	0,604
Etanol (alcohol etílico)	25	0,789	1,074
Etilenglicol	25	1,116	16,1
Glicerina (glicerol)	25	1,261	1500
Helio	27	0,1664	0,0199
Hidrógeno	0	0,09	0,0084
Mercurio	25	13,534	1,526
Metano	27	0,668	0,0112
Metanol	25	0,7918	0,544
Nitrógeno	27	1,165	0,018
Nitrógeno líquido	-196	0,807	0,158
Plasma sanguíneo	37	1,03	1,5
Sangre humana	37	1,05	3~4

Cuadernillo de Tarea de Aula

Guía N°0: Introducción a la Física

1. Expresar las siguientes mediciones de longitud en metros, centímetros y milímetros:

a. $2013 \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

b. $21,8 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

c. $1,02 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

d. $\frac{\pi}{4} \mu\text{m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

2. Dar todas las formas de expresión de las mediciones del ejercicio anterior en metros utilizando notación científica.

3. Expresar sin potencia de 10 las siguientes cantidades empleando múltiplos o submúltiplos de la unidad.

a. $2,4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

b. $8,6 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$

c. $1 \cdot 10^2 \text{ mL}$

d. $9,14 \cdot 10^6 \text{ cm}^2$

4. Expresar las áreas en las unidades correspondientes:

a. $2 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^2$

b. $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2 = 14,3 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^2$

c. $\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2 = 7000 \text{ mm}^2$

5. Expresar los volúmenes en las unidades correspondientes:

a. $0,25 \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^3$

b. $\underline{\hspace{2cm}} \text{ L} = 10 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^3$

c. $\underline{\hspace{2cm}} \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3 = 5 \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^3$

d. $\underline{\hspace{2cm}} \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 = 200 \text{ mm}^3$

6. Hacer los siguientes cambios de unidades:

a. $0,303 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \underline{\hspace{2cm}} \frac{\text{g}}{\text{L}}$

b. $365 \text{ días} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ s}$

c. $20 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \underline{\hspace{2cm}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

d. $7,15 \cdot 10^{23} \frac{pm}{h} = \frac{m}{min}$

e. $110 \frac{kg}{m^2} = \frac{g}{cm^2}$

f. $499 \frac{kg \ m^2}{s^2} = \frac{g \ cm^2}{s^2}$

g. $8,4 \frac{ng}{\text{\AA}^3} = \frac{g}{L}$

h. $6,62607015 \cdot 10^{-34} \frac{kg \ m^2}{s} = \frac{g \ cm^2}{s}$

i. $42 \ rpm = \text{Hz}$

7. Operar convenientemente para obtener el resultado dimensionalmente correcto:

a. $5 \cdot 10^{-5} \ m + 2,64 \ \mu m + 0,00000000217 \ hm =$

b. $0,7 \ h + 5 \ min + 3 \ s =$

c. $10 \ rpm + 2 \cdot 10^{-2} \ Hz =$

d. $8 \cdot 10^{-5} \ kg + 0,72 \ g - 5 \ dg =$

8. Expresar en unidades del SI las siguientes cantidades:

a. $28 \cdot 10^5 \ erg =$

b. $3,3 \cdot 10^3 \ \frac{m}{min^2} =$

c. $1980 \ \frac{dyn}{cm^3} =$

d. $0,44 \ \frac{kgf}{m^3} =$

e. $900 \ dyn =$

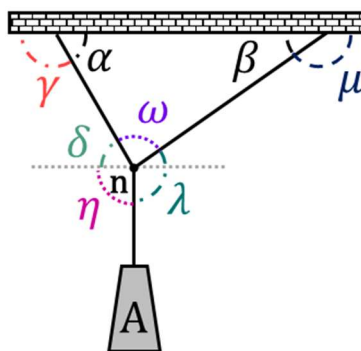
f. $20,5 \ \frac{cm}{s} =$

g. $11 \ \frac{g}{mm^3} =$

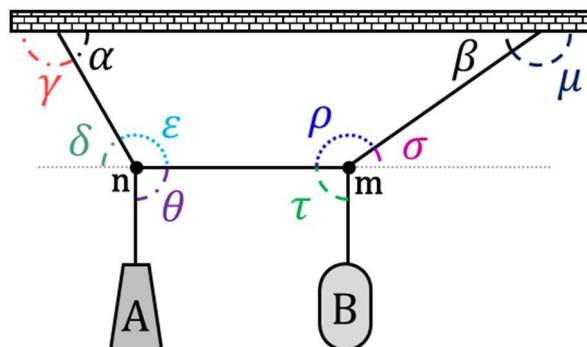
h. $3,7 \ \frac{g \ km}{h^2} =$

9. El análisis dimensional consiste en la descomposición de una magnitud física en las magnitudes fundamentales que la componen según su expresión algebraica, sin tener en cuenta los coeficientes numéricos. Con esto en mente,

- a. Considerando la expresión del módulo de la fuerza de atracción gravitatoria, dada por $F_{12} = |\vec{F}_{12}| = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2}$, donde $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$, m_1 y m_2 son masas y r es longitud. Determinar las unidades fundamentales que componen dicha fuerza tanto en el SI como en el cgs.
- b. Si $k = 12 \cdot m \cdot g \cdot \log 5$, hallar unidades de k en el SI y en el cgs, sabiendo que m es masa y g es la aceleración de la gravedad.
- c. En la siguiente fórmula física $x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \theta)$, encontrar las unidades de ω , A y θ en el SI y en el cgs, sabiendo que x representa distancia y que t representa al tiempo.
10. Representar en ejes cartesianos los siguientes puntos
 $A(2; 1)$ $B(1; 2)$ $C(-3; 2)$ $D(3; -1)$ $E(-2; -4)$ $F(0; -5)$
11. Expresar en forma cartesiana los vectores de módulo $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, $|\vec{d}| = 5$ y $|\vec{e}| = 4$, siendo $\vec{a}$ en el mismo sentido del versor $\vec{i}$, $\vec{c}$ opuesto a $\vec{a}$, $\vec{b}$ en el mismo sentido del versor $\vec{j}$, $\vec{d}$ opuesto a $\vec{b}$, y $\vec{e}$ forma un ángulo orientado con el eje horizontal de 30° .
12. Una escalera de 2 m se encuentra apoyada sobre la pared con la base a una distancia de 2 baldosas. Sabiendo que cada baldosa mide 30 cm :
- a. ¿A qué altura está apoyada la escalera?
- b. ¿Qué ángulo agudo forma la escalera con el piso?
13. Utilizando un tobogán se suben $1,7 \text{ m}$ verticalmente para deslizarse 3 m .
- a. ¿Cuál es el ángulo agudo que forma el tobogán con la vertical?
- b. ¿A qué distancia del punto de partida se llega?
14. Una lámpara A cuelga del techo utilizando cables inextensibles como muestra la figura. Sabiendo que sobre el nudo n se trazó una recta horizontal y que $\alpha = 60^\circ$ y $\beta = 35^\circ$ dar los valores de todos los ángulos nombrados.



15. A la lámpara del ejercicio anterior se le agrega otra lámpara B. Sabiendo que desde el nudo **n** hasta el nudo **m** el cable está horizontal, y que α y β conservan sus valores del ejercicio anterior, calcular todos los ángulos nombrados.



16. Del siguiente sistema de ecuaciones despejar el ángulo α en función de la fuerza F , la normal N y el peso P :

$$\begin{cases} F - P \sin \alpha = 0 \\ N - P \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

17. A partir del siguiente sistema de ecuaciones escribir el vector fuerza $\vec{F} = (F_x, F_y)$ el ángulo α en función de las fuerzas peso P y las tensiones T :

$$\begin{cases} -R \cdot T_1 + R \cdot T_2 = 0 \\ F_x - T_2 = 0 \\ F_y - T_1 - P = 0 \end{cases}$$

18. Dado el siguiente sistema de ecuaciones, expresar la aceleración a y la tensión T en función de las masas m_1 y m_2 y la aceleración de la gravedad g

$$\begin{cases} T - m_2 \cdot g = -m_1 \cdot a \\ T - m_1 \cdot g = m_2 \cdot a \end{cases}$$

19. En base a los datos $|\vec{u}| = \sqrt{3}$, $|\vec{v}| = 2$, $\alpha = (\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \pi/3$. Calcular:

- $\vec{u} \cdot \vec{u}$
- $\vec{n} = \vec{u} + \frac{1}{2} \vec{v}$ gráficamente.
- $\vec{u} \cdot \vec{v}$
- $\vec{m} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$ gráficamente.

20. Dibujar los vectores $\vec{u} = (0; 1; 2)$, $\vec{v} = (1; 0; 2)$ y $\vec{w} = (1; 3; 2)$, y calcular:

- sus módulos
- las componentes de $\vec{a} = 2\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} - \frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$
- el valor de $b = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{w} \cdot \vec{w}$

21. Calcular $|\vec{a} \wedge \vec{b}|$ sabiendo que $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ y $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

Guía N°1: Propagación de Errores

1. Indicar cuál de las siguientes maneras de expresar el resultado de la medición es la correcta:

- a. ☐ $L = (33 \pm 3) \text{ mm}$ ☐ $L = (33,115 \pm 3) \text{ mm}$ ☐ $L = (33,12 \pm 3,14) \text{ mm}$
- b. ☐ $A = (123,01 \pm 0,916) \text{ m}^2$ ☐ $A = (123,0 \pm 0,9) \text{ m}^2$ ☐ $A = (123 \pm 0,9) \text{ m}^2$
- c. ☐ $V = (8439,5 \pm 10,9) \text{ L}$ ☐ $V = (8439,5 \pm 10) \text{ L}$ ☐ $V = (8440 \pm 10) \text{ L}$
- d. ☐ $E = (932543,1 \pm 405) \text{ J}$ ☐ $E = (932500 \pm 400) \text{ J}$ ☐ $E = (932543 \pm 410) \text{ J}$

2. Expresar correctamente en caso de no estarlo, calcular luego el error relativo y error relativo porcentual

- a. $a = (23,1 \pm 0,91) \text{ cm}$
- b. $b = (804 \pm 13) \text{ g}$
- c. $c = (3257,95 \pm 1) \text{ m}$
- d. $d = (83,56 \pm 2,01) \text{ km/h}$
- e. $e = (0,14699 \pm 0,00009) \text{ kg}$
- f. $f = (0,15 \pm 0,003) \text{ cm}$
- g. $g = (9,8732 \pm 0,057) \text{ m/s}^2$
- h. $h = (29,7 \pm 0,8) \text{ s}$

3. La figura a la derecha se representan dos termómetros distintos (A y B) que se utilizan para medir la temperatura del mismo objeto al mismo tiempo.

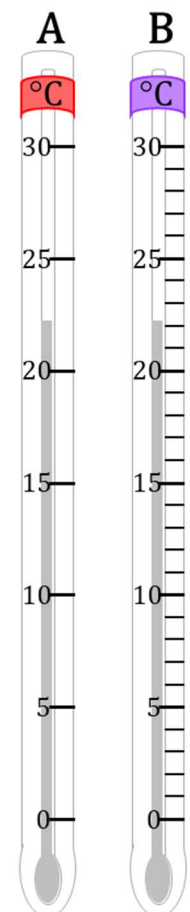
- a. ¿Cuál es más preciso? Justificar adecuadamente.
- b. Expresar correctamente el resultado de cada medición.
- c. Calcular en cada caso el error relativo porcentual de cada medición.

4. Un calibre tiene un vernier de 20 divisiones. Se quiere medir el diámetro de una esfera. En la escala fija se miden $2,3 \text{ cm}$ y el vernier indica coincidencia en la novena división. Determinar:

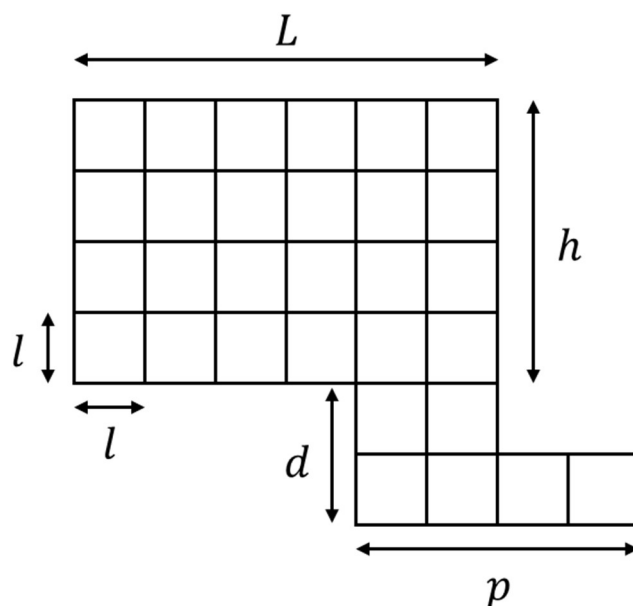
- a. el valor del diámetro con su correspondiente incerteza.
- b. el error relativo porcentual que se comete.

5. Se tiene un calibre que cuando sus mandíbulas están cerradas presenta coincidencia en la segunda división del vernier.

- a. ¿Qué tipo de error presenta este aparato de medición?



- b. ¿Es posible utilizar este calibre a pesar de este defecto?
- c. ¿Qué cuidado hay que tener al utilizarlo? - Fundamentar las respuestas.
6. Se quiere medir el espesor de una moneda con un error de apreciación que no supere las décimas de milímetro, pero sólo se dispone de una regla dividida en medios centímetros. Para resolver esta dificultad se mide la altura de una pila de monedas (de igual espesor) con la regla, y el valor leído se divide por la cantidad de monedas en la pila. ¿Cuántas monedas son necesarias como mínimo para no superar el error que se quiere tener?
7. Se quiere hallar el período T de un péndulo, para lo cual se dispone de un cronómetro con el que se puede apreciar $\frac{1}{5}$ de segundo. Se midió el tiempo t de 7 períodos consecutivos y el cronómetro marcó 15,59 s.
- a. Hallar el valor de T y expresarlo correctamente. Justificar.
- b. Se quiere determinar el valor de T con un error no mayor al 1%. ¿Cuántos períodos consecutivos será necesario medir? Fundamentar.
8. Se determinó la masa de un cuerpo con una balanza analítica, obteniéndose un valor de 4,2386 g.
- a. Si el error de apreciación de dicha balanza es de 10^{-4} g, expresar el resultado de la medición y determinar el error relativo cometido en la misma.
- b. Repetir el ítem a) para el caso en que la masa del mismo cuerpo se mide con una balanza analítica cuyo error de apreciación es 10^{-2} g.
- c. Ídem con una balanza digital cuyo error de apreciación es 10^{-1} g.
9. Una tabla tiene una longitud aproximada de 50 cm. Se quiere medir su largo con un error no mayor al 5 %. ¿Cuál deberá ser la mínima división de la regla?
10. Calcular el área de un cuadrado cuyo lado mide $(3,5 \pm 0,2)$ m, expresando correctamente el resultado.
11. Calcular las dimensiones (L , h , d y p) y el área de la habitación de la figura a continuación a partir de la medida de las baldosas $l = (30,2 \pm 0,1)$ cm.



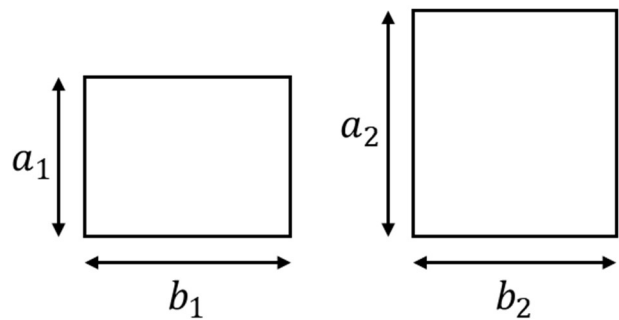
12. Al medir directamente con un calibre los lados de dos rectángulos, se encuentran los siguientes valores para sus alturas y bases respectivamente:

$$a_1 = (31,05 \pm 0,05) \text{ mm}$$

$$b_1 = (40,15 \pm 0,05) \text{ mm}$$

$$a_2 = (43,90 \pm 0,05) \text{ mm}$$

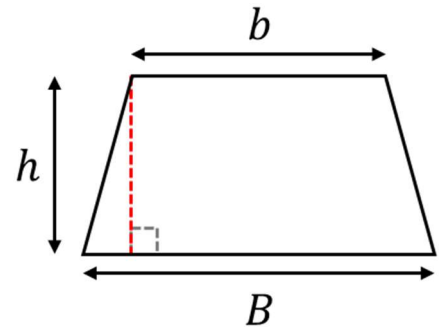
$$b_2 = (39,45 \pm 0,05) \text{ mm}$$



- Encontrar el perímetro de cada rectángulo e informar correctamente el resultado con su incerteza.
- Encontrar el área total de los dos rectángulos combinados e informar correctamente el resultado con su incerteza.

13. Se miden los lados y la altura del trapecio de la figura obteniendo: $B = (5,45 \pm 0,05) \text{ cm}$, $b = (3,20 \pm 0,05) \text{ cm}$, y $h = (2,75 \pm 0,05) \text{ cm}$. Su área se puede calcular de $A = h \cdot (B + b)/2$.

- Expresar correctamente el resultado de la medición del área, indicando su incerteza y su error relativo porcentual.
- Si se buscara reducir, en el área, el error relativo porcentual a la mitad del apartado anterior, ¿cuál será la incerteza con el nuevo instrumento de medición, considerando que es la misma para cada una de las magnitudes B , b y h ?



14. Un estudiante realiza mediciones directas de un prisma rectangular, obteniendo:

Masa del objeto: $m = (65,2 \pm 0,1) \text{ g}$

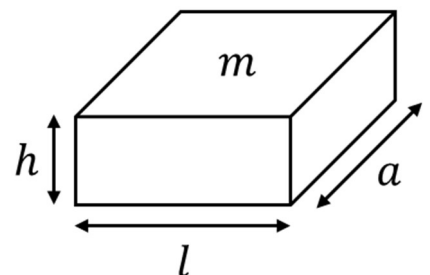
Longitud del objeto: $l = (12,4 \pm 0,2) \text{ cm}$

Ancho del objeto: $a = (8,6 \pm 0,1) \text{ cm}$

Altura del objeto: $h = (5,2 \pm 0,3) \text{ cm}$

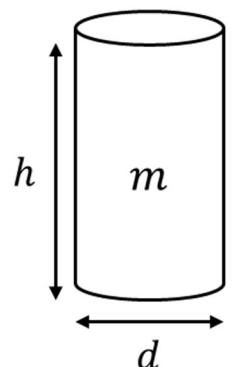
Con estos determinar las siguientes mediciones indirectas expresándolas correctamente e informando sus errores relativos:

- Área total del prisma.
- Volumen del prisma.
- Densidad del prisma.



15. Dado un cilindro macizo de altura $h = (4,0 \pm 0,1) \text{ cm}$, de diámetro $d = (2,3 \pm 0,1) \text{ cm}$ y de masa $m = (132,95 \pm 0,01) \text{ g}$, expresar correctamente e informar los errores relativos de su:

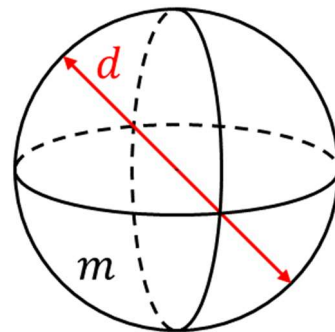
- Volumen.
- Densidad.



16. Sabiendo que la densidad del acero es $(7850 \pm 10) \text{ kg/m}^3$, ¿cuál es el volumen y la masa de un cilindro hecho de ese material, si se sabe que su radio es $(12,28 \pm 0,02) \text{ mm}$ y su altura $(33,100 \pm 0,005) \text{ cm}$?

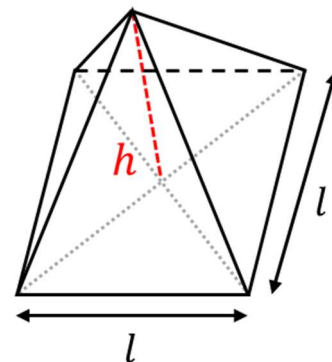
17. Sabiendo que el diámetro de una esfera maciza mide $d = (7,50 \pm 0,05) \text{ cm}$ y su masa es $m = (220,81 \pm 0,01) \text{ g}$.

- Si se quiere obtener el valor del radio de la misma, ¿ésta sería una medición directa o indirecta? Justificar.
- Calcular el volumen y la densidad, expresándolos correctamente.



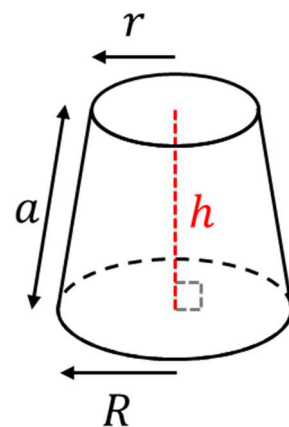
18. Una pirámide tiene una altura de $h = (146 \pm 2) \text{ m}$ y el perímetro de su base cuadrada es de $p = (917 \pm 1) \text{ m}$. Su volumen está dado por la expresión $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h$, donde B es el área de la base y h es la altura.

- Encuentre el volumen de esta pirámide en metros cúbicos, expresando correctamente el resultado.
- Calcular además el error relativo del volumen.



19. Con una regla milimetrada se han realizado mediciones sobre el cono truncado de la figura, obteniendo: $R = (3,5 \pm 0,5) \text{ cm}$, $r = (2,5 \pm 0,5) \text{ cm}$ y $a = (6,0 \pm 0,5) \text{ cm}$.

- Calcular el área de cada superficie circular, informando el resultado correctamente con su incerteza.
- Sabiendo que el área total del cono truncado está dada por $A = \pi[R^2 + r^2 + a(R + r)]$, calcularla informando el resultado correctamente con su incerteza.



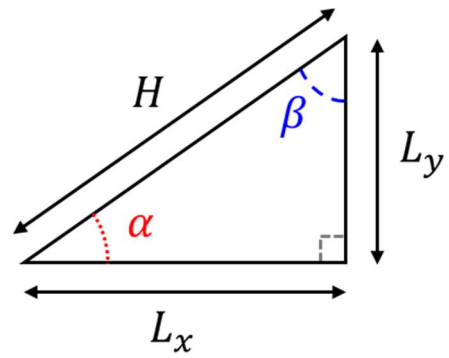
20. En una experiencia de laboratorio se determinaron los valores de $m_1 = (2,61 \pm 0,01) \text{ kg}$, $m_2 = (3,12 \pm 0,01) \text{ kg}$ y $a = (0,86 \pm 0,05) \text{ m/s}^2$; con ellos se puede obtener el valor de la aceleración de la gravedad g mediante la expresión:

$$g = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1} \right) a$$

- Expresar el valor de g con su correspondiente incerteza.
- ¿Cuál de las magnitudes medidas presenta el mayor error relativo?

21. Se midieron las longitudes de los dos catetos de un triángulo rectángulo obteniéndose los siguientes valores: $L_x = (22,5 \pm 0,2) \text{ cm}$ y $L_y = (15,8 \pm 0,1) \text{ cm}$. Expresar correctamente el valor de:

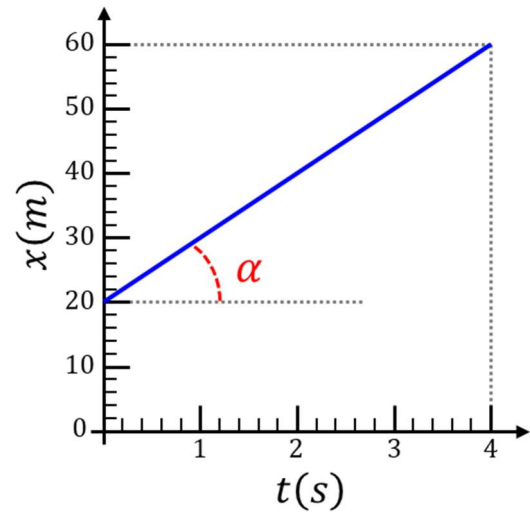
- Las tangentes de los otros ángulos del triángulo.
- La longitud de la hipotenusa del triángulo.



Guía N°2: Cinemática de la Partícula en 1D

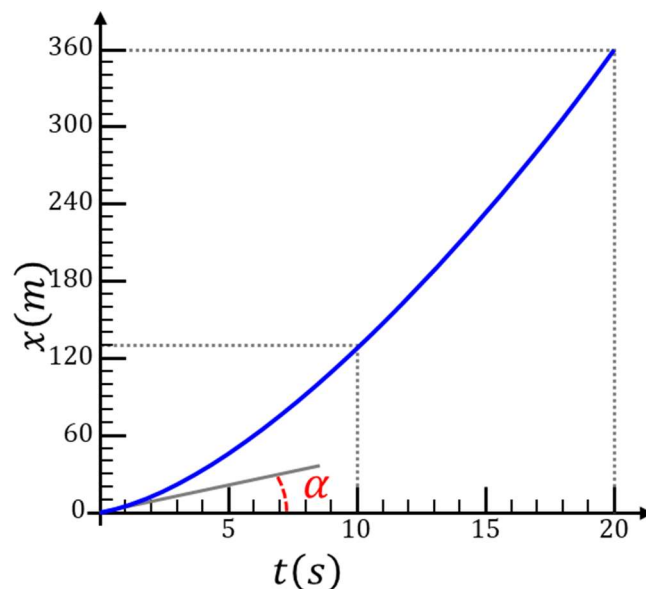
1. La siguiente es la representación gráfica de la posición respecto al tiempo de una partícula en un movimiento unidimensional. Relacionar los valores de representación gráfica con los reconocimientos revisados en teoría y determinar con la fundamentación correspondiente:

- a. La función $x(t)$.
- b. En qué dirección se mueve la partícula.
- c. La posición inicial.
- d. La velocidad de la partícula.
- e. ¿Qué representa la pendiente de la recta?
- f. El tipo de movimiento que lleva la partícula.



2. A partir del gráfico de la curva mostrado $x(t)$:

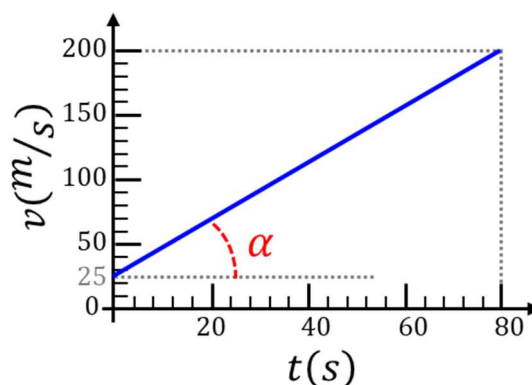
- a. Escribir las ecuaciones correspondientes al movimiento, indicando los valores de posición y velocidad iniciales, así como de la aceleración si hubiera (en el origen de la gráfica, la curva parabólica forma un ángulo de salida α no nulo respecto de la horizontal).
- b. Confeccionar las gráficas cinemáticas restantes: $v(t)$ y $a(t)$, indicando en ellas los valores que asumen las magnitudes para los tiempos de 10 s y 20 s.



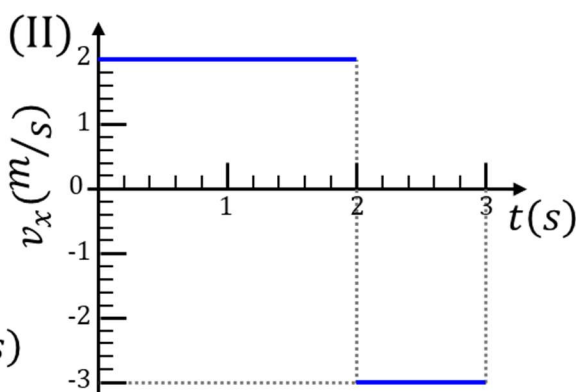
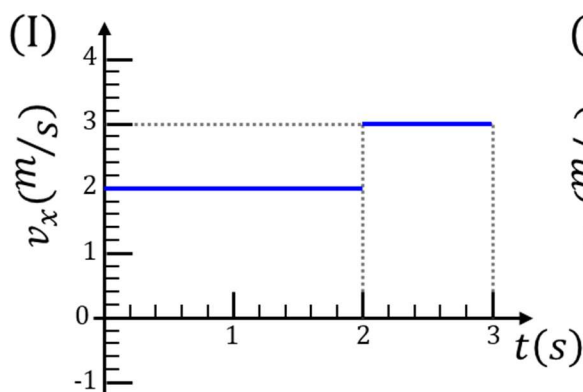
3. La siguiente es la representación gráfica de la velocidad respecto al tiempo de una partícula en un movimiento unidimensional.

- a. ¿Qué movimiento lleva la partícula?

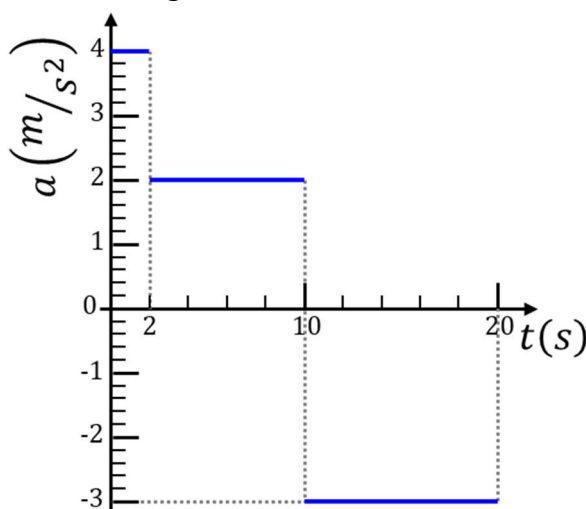
- b. ¿Qué representan la ordenada al origen y la pendiente de la gráfica?
- c. ¿Cuál es la velocidad inicial y la aceleración inicial?
- d. Graficar posición en función del tiempo y escribir su representación funcional
- e. ¿Cuál será la posición luego de 40 s?
- f. ¿El movimiento es acelerado o desacelerado?



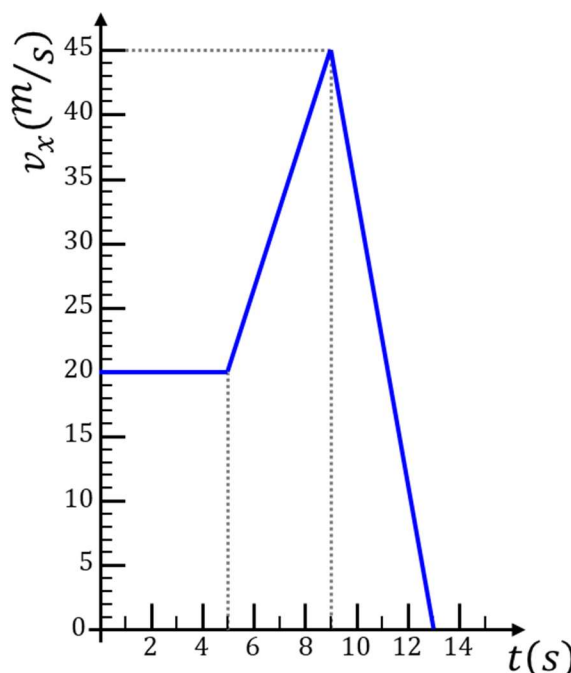
4. Una pelota se mueve en línea recta en el eje x . La gráfica muestra la velocidad de esta pelota en función del tiempo, gráfica (I).
- a. ¿Cuál es la velocidad media de la pelota durante los primeros 3 s?
- b. Suponga que la pelota se mueve de tal manera que el segmento de la gráfica después de 2 s es -3 m/s en vez de 3 m/s gráfica (II). En este caso, calcule la velocidad media de la pelota.



5. Una partícula que se mueve desde el origen en la dirección positiva del eje x a partir del reposo. Genera una gráfica $a(t)$ como se observa en la gráfica:
- a. Encuentre las funciones $x(t)$ y $v(t)$ de cada tramo, y determine las posiciones y las velocidades inicial y final en cada uno.
- b. ¿La partícula se detiene?, ¿dónde?
- c. Calcule la distancia total recorrida durante los 20 s.
- d. Determine el desplazamiento en ese lapso de tiempo.



6. La gráfica a la derecha muestra la velocidad de una motocicleta en función del tiempo, donde los intervalos por tipo de movimiento son:



a. Calcule la aceleración instantánea en $t = 3 \text{ s}$, en $t = 7 \text{ s}$ y en $t = 11 \text{ s}$.

b. ¿Qué distancia cubre la motocicleta en los primeros 5 s? ¿En los primeros 9 s? ¿Y en los primeros 13 s?

c. Considerando la posición inicial nula en el momento en que se acciona el cronómetro, graficar $x(t)$ y $a(t)$.

7. Si un automóvil tiene una desaceleración máxima de 7 m/s^2 , el tiempo de reacción del conductor para aplicar los frenos es de 0,5 s y el móvil debe detenerse en un máximo de 4 m:

a. ¿Qué velocidad máxima puede alcanzar el automóvil?

b. ¿Qué fracción de la distancia de frenado corresponde al tiempo de reacción?

8. Una piedra se **deja caer libremente** desde el techo de un edificio de 24 m de altura. (Su única interacción es con el campo gravitatorio).

a. Dar los vectores posición inicial, velocidad inicial y aceleración inicial.

b. Determinar el vector velocidad en el instante en que llega al suelo.

c. Determinar el tiempo que tardó en llegar al suelo.

9. Un automóvil desacelera a $0,22 \text{ m/s}^2$, su velocidad inicial es 70 km/h .

a. ¿Qué distancia habrá recorrido cuando su velocidad sea 18 km/h ?

b. ¿Cuánto tiempo transcurre hasta alcanzar la velocidad 18 km/h ?

10. Un automóvil en trayectoria recta comienza a acelerar a 32 m/s^2 cuando llevaba una velocidad de 2 m/s y estaba en una posición $\vec{r}_0 = 25 \text{ m } \vec{i}$.

a. Graficar la velocidad del automóvil versus tiempo y decir que tipo de función es. ¿Qué velocidad tendrá a los 4 s?

b. Graficar la posición versus tiempo y decir que tipo de función es. ¿Qué distancia habrá recorrido el automóvil en 4 s y en qué posición se encuentra?

11. Un móvil se desplaza por un camino recto con aceleración constante $-0,42 \text{ m/s}^2$. Inicialmente su posición es $2,7 \text{ m}$ y tiene una velocidad de $3,1 \text{ m/s}$.

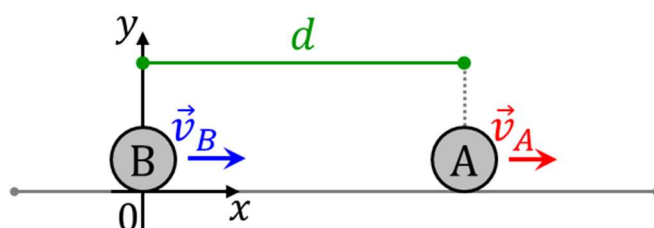
- Graficar posición versus tiempo.
- Determinar la posición y el instante en que el vehículo tiene velocidad nula.
- Luego de que se anula la velocidad y considerando su aceleración constante, ¿el móvil continúa en movimiento? De ser así ¿cómo es?
- ¿En qué instante alcanza la posición 0 m ? Dar su vector velocidad en ese instante.
- ¿Qué distancia total recorrió el móvil y cuál ha sido su desplazamiento?

12. Un camión que llevaba una velocidad de 30 km/h acelera a $0,5\text{ m/s}^2$ durante 10 s . Luego mantiene constante la velocidad a la que arribó durante 48 s y a continuación desacelera uniformemente hasta detenerse a 94 m de donde empezó a aplicar los frenos.

- ¿Cuál es la distancia total recorrida por el camión?
- ¿Cuánto tiempo ha estado en movimiento?
- ¿Cuál es la velocidad media del camión?
- Graficar posición, velocidad y aceleración del camión como funciones del tiempo.

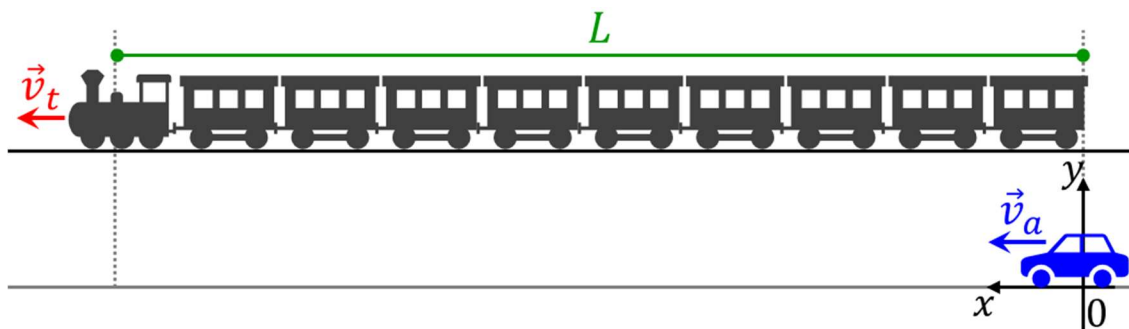
13. Dos ciclistas se desplazan por un camino recto en el mismo sentido con MRU. La velocidad de una de ellas (Andrea) es de 15 km/h y la velocidad de la otra (Belinda) es 18 km/h . Como indica la figura. Andrea ya había recorrido una distancia $d = 5\text{ km}$ cuando Belinda comienza su movimiento:

- Determinar los vectores posición y velocidad en función del tiempo para cada ciclista.
- Graficar la posición en función del tiempo para ambas ciclistas. A partir de la misma inferir la posición y el tiempo en que Belinda alcanza a Andrea.
- Verificar analíticamente lo supuesto en el ítem anterior.
- Determinar la distancia recorrida por cada ciclista.

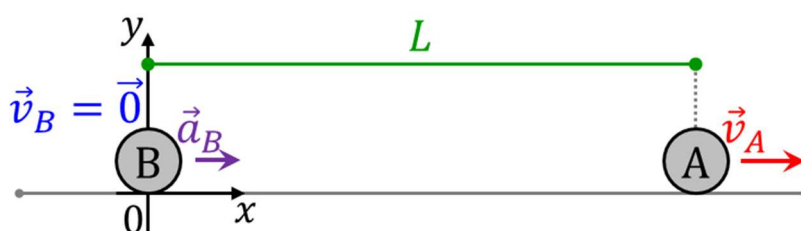


14. Un automóvil que viaja a $v_a = 95\text{ km/h}$ alcanza a un tren de una longitud de $L = 1,10\text{ km}$ que viaja a $v_t = 75\text{ km/h}$ en el mismo sentido sobre una vía paralela al camino, como se muestra en la figura a continuación.

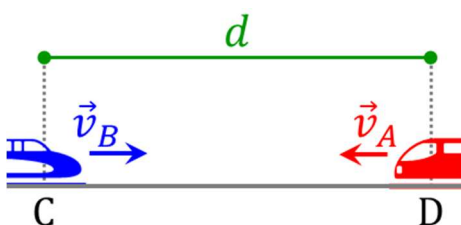
- ¿Qué tiempo le tomará al automóvil sobrepasar al tren?
- ¿Qué distancia habrá viajado el automóvil en este tiempo?
- Realizar las gráficas cinemáticas $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$ para el tren y el automóvil (superpuestas).



15. Dos vehículos marchan por una ruta rectilínea en el mismo sentido. En el mismo instante en que uno pasa por el punto A, llevando un movimiento uniforme con velocidad 10 m/s , el otro parte del punto B con movimiento uniformemente variado con aceleración $0,2 \text{ m/s}^2$, como muestra la figura. La distancia entre los puntos A y B es de $L = 200 \text{ m}$. Inferir mediante una gráfica y determinar analíticamente el tiempo y posición de encuentro de los vehículos.



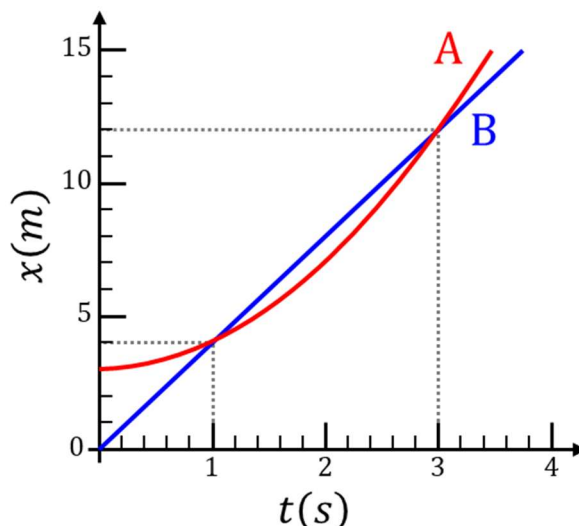
16. Dos trenes subterráneos parten simultáneamente de dos estaciones C y D, que están separadas 900 m entre sí, uno al encuentro del otro a velocidades constantes, como se ve en la figura. El tren que parte de C lleva una velocidad de $v_c = 25 \text{ km/h}$ y el que parte de D de $v_D = 35 \text{ km/h}$. Estableciendo un sistema de referencia:



- Determine los vectores posición inicial $\vec{r}_0$ de cada tren.
 - Graficar simultáneamente la posición en función del tiempo para ambos trenes. A partir de la gráfica obtenida estimar la posición y el tiempo en que ambos se cruzan.
 - Verificar analíticamente el resultado obtenido en b)
 - Determinar la distancia recorrida por cada tren desde su partida.
17. Dos corredores parten simultáneamente de los extremos de una pista lineal de 200 m y corren en direcciones opuestas. Uno corre con una velocidad constante de $6,2 \text{ m/s}$, y el otro, con velocidad constante de $5,5 \text{ m/s}$. Realizar un conjunto de gráficas cinemáticas que representen el problema. Cuando se encuentren primero:
- ¿cuánto tiempo habrán estado corriendo?
 - ¿qué distancia desde el punto de salida habrá cubierto cada uno?

18. La gráfica de $x(t)$ mostrada representa la posición en función del tiempo de dos móviles, A y B, cuyas condiciones iniciales son: $x_{A0} = 3 \text{ m}$, $x_{B0} = 0 \text{ m}$, $v_{A0} = 0 \text{ m/s}$ y $v_{B0} = 4 \text{ m/s}$.

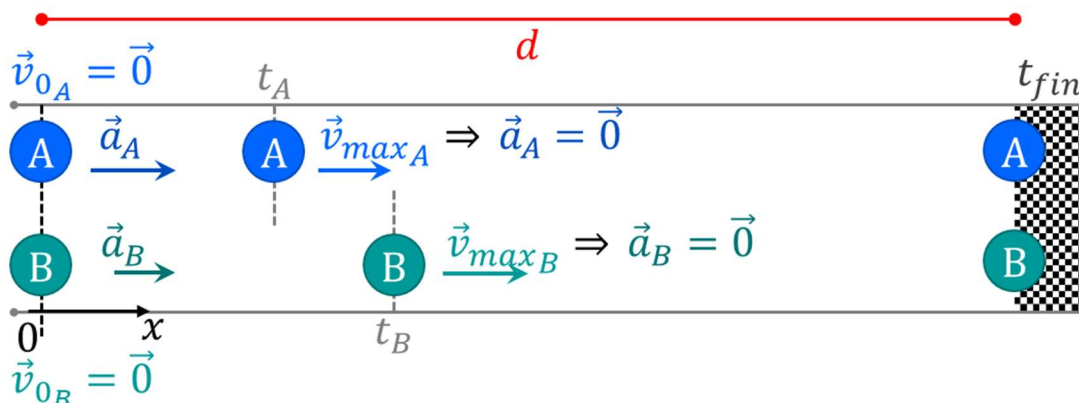
- Escribir las ecuaciones cinemáticas en función del tiempo y dibujar $v(t)$ y $a(t)$ para cada móvil, indicando además qué tipo de movimiento representa: MRU, MRUA.
- Teniendo en cuenta que a los 3 s la posición de ambos móviles es de 12 m, tal como se indica en la gráfica, encontrar la aceleración de cada móvil.
- ¿En qué instante(s), si fuera el caso, A y B tienen la misma velocidad?
- ¿En qué instante(s), si fuera el caso, el móvil A adelanta al móvil B? ¿Y en qué instante(s), si fuera el caso, el móvil B adelanta al móvil A?



19. Dos ciudades (A y B) están unidas por una ruta rectilínea de 25 km. En el instante en que un auto pasa por la ciudad A con un movimiento uniforme a velocidad de 90 km/h , otro auto parte de B hacia A llevando movimiento uniformemente variado con aceleración $0,5 \text{ m/s}^2$. Inferir mediante la gráfica el tiempo y posición de encuentro de los autos. Determinar dichos valores analíticamente

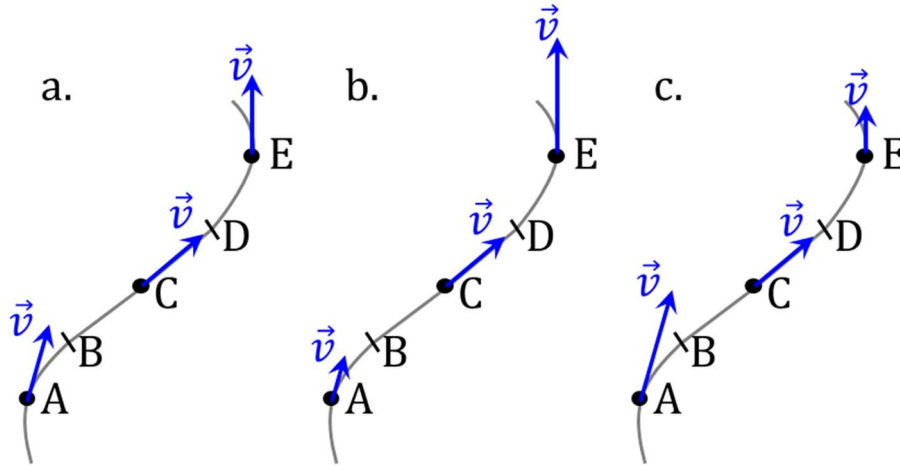
20. En una pista de $d = 100 \text{ m}$ dos corredores Adrián y Blas salen simultáneamente del punto de partida, y cruzan la meta empatados, marcando ambos $t_{fin} = 10,2 \text{ s}$ como se representa en la figura. Si acelerando uniformemente, Adrián alcanza su velocidad máxima a los $t_A = 2 \text{ s}$ y Blas a los $t_B = 3 \text{ s}$ y ambos mantienen la velocidad máxima durante la carrera:

- ¿Qué tipo de movimiento llevan Adrián y Blas?, Realizar las gráficas cinemáticas de cada corredor.
- Dar los vectores aceleración y velocidad máxima de Adrián y de Blas.
- Determinar si Adrián o Blas va adelante a los 10 s y la distancia que los separa en ese instante.
- Si las posiciones de Adrián y Blas a los 10 s se midieron con un error relativo de 0,001, expresar la distancia correctamente.



Guía N°3: Cinemática de la Partícula en 2 D

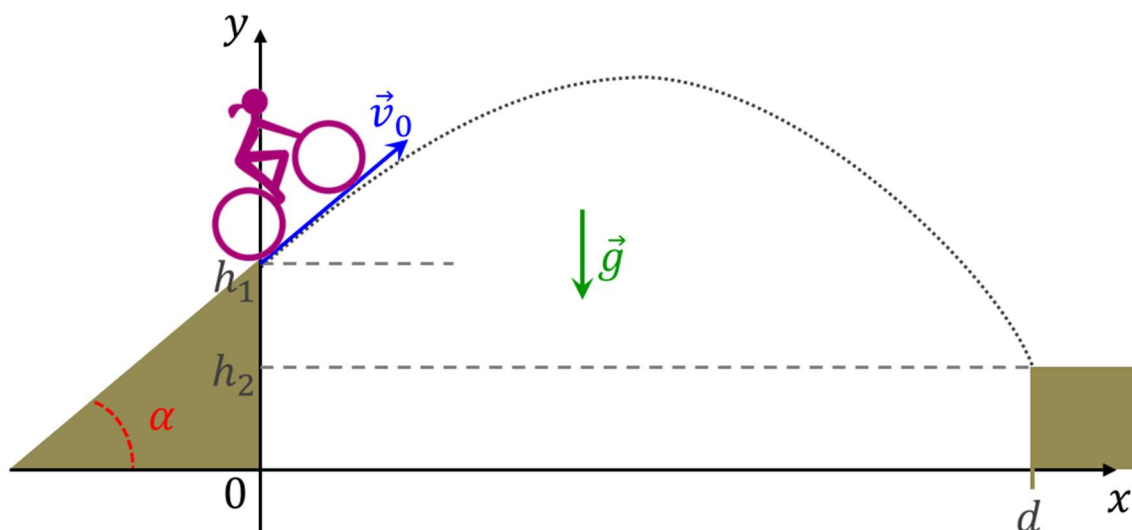
- Una partícula sigue una trayectoria como se muestra en la figura. Entre B y D, la trayectoria es recta. Dibuje los vectores de aceleración en A, C y E si:
 - la partícula se mueve con rapidez constante
 - la partícula aumenta de rapidez continuamente
 - la rapidez de la partícula disminuye continuamente



- Desde una torre de 49 m se lanza una piedra con una velocidad horizontal de 3 m/s.
 - Describir en un gráfico la trayectoria de la piedra y señale para distintos puntos de la misma el vector posición. Escribir la expresión general de $\vec{r}(t)$, para la piedra.
 - Determinar cuánto tarda la piedra en llegar al suelo.
 - ¿Cuál será el vector velocidad en ese instante?
 - Calcular el desplazamiento horizontal de la piedra.
 - Graficar la posición y la velocidad de la piedra como funciones del tiempo.
 - Expresar la ecuación de la trayectoria de la piedra.
- Una piedra se lanza horizontalmente desde el techo de un edificio de 9 m de altura y cae a 9,5 m de la base del edificio.
 - Describir la situación realizando un esquema y ubicando un sistema de ejes coordenados xy .
 - Plantear las ecuaciones de movimiento $x(t)$ e $y(t)$, coherentes con el sistema de ejes elegidos.
 - ¿Cuál es el vector velocidad inicial de la piedra en las coordenadas x e y ?
 - ¿Cuál es el vector velocidad de la piedra un instante antes de que toque el suelo?
 - ¿A qué distancia está del suelo cuando lleva una velocidad de módulo 10 m/s?
 - ¿Cuál es el tiempo total de vuelo de la piedra?
 - Dibujar el conjunto de seis gráficas cinemáticas asociadas al problema.

4. Una partícula que inicialmente se ubica en el origen de un sistema coordenado cartesiano xy tiene una aceleración constante de $\vec{a} = 3 \text{ m/s}^2 \vec{j}$, y una velocidad inicial de $\vec{v}_0 = 5 \text{ m/s} \vec{i}$.
 - a. Encontrar las leyes de movimiento de la partícula para cualquier tiempo t , es decir los vectores posición y velocidad en función del tiempo.
 - b. Evaluar las coordenadas y la velocidad de la partícula en $t = 2 \text{ s}$.
 - c. Representar gráficamente las componentes de la posición, velocidad y aceleración en función de t (conjunto de seis gráficas cinemáticas).
5. Desde la posición inicial $\vec{r}_0 = (2 \text{ m} ; 6 \text{ m})$ se lanza un objeto con una velocidad inicial de módulo $v_0 = 10 \text{ m/s}$, formando un ángulo de $\alpha = 30^\circ$ hacia arriba respecto de la horizontal. Graficar por componentes la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo y calcular:
 - a. el vector velocidad que posee al llegar a su altura máxima.
 - b. la máxima altura alcanzada.
 - c. el tiempo que demora en llegar al suelo.
 - d. el desplazamiento horizontal (alcance).
6. Se arroja una piedra desde el suelo con un ángulo de 40° y una velocidad inicial de 20 m/s . Graficar por componentes la posición, velocidad y aceleración en función del tiempo y calcular:
 - a. el tiempo que demora en llegar al suelo.
 - b. el desplazamiento horizontal (alcance).
 - c. la máxima altura alcanzada.
 - d. el vector velocidad que posee al llegar a la mitad de su altura máxima.
7. Las coordenadas de un ave que vuela en el plano xy están dadas por $x(t) = 2,4 \text{ m/s} t$, $y(t) = 3 \text{ m} - 1,2 \text{ m/s}^2 t^2$.
 - a. Dibuje la trayectoria del ave entre $t = 0 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$.
 - b. Calcule los vectores de velocidad y aceleración en función de t .
 - c. Obtenga la magnitud y dirección de la velocidad y aceleración del ave en $t = 2 \text{ s}$.
 - d. Dibuje los vectores de velocidad y aceleración en $t = 2 \text{ s}$. En este instante, ¿el ave está acelerando, frenando, o su rapidez no está cambiando instantáneamente? ¿Está dando vuelta? Si así es, ¿en qué dirección?
8. Pablo y su amigo Julián viven en casas enfrentadas a $2,5 \text{ m}$ de distancia. La terraza de la casa de Pablo es $0,8 \text{ m}$ más alta que la terraza de la casa de Julián. Como todavía no empezaron la facultad, Pablo y Julián juegan a pasarse una pelota de vóley de una terraza a la otra. Pablo lanza primero horizontalmente la pelota.
 - a. Describa en un gráfico la trayectoria de la pelota y dibuje el vector posición para distintos puntos de la misma. Escriba la expresión general de la posición, para la pelota.
 - b. ¿Con qué velocidad mínima debe lanzar la pelota para que llegue a su amigo?

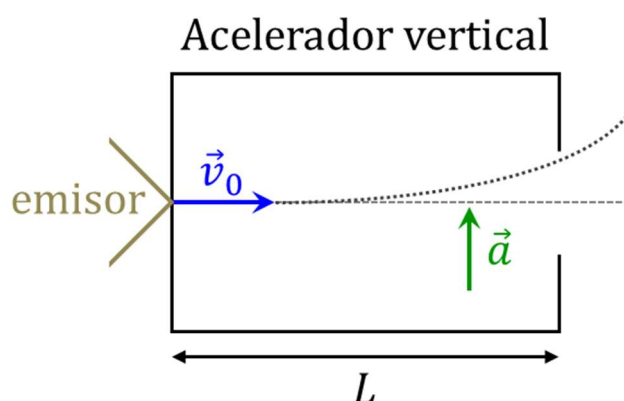
- c. Si la lanza una velocidad de 2 m/s , ¿cuánto tiempo tarda en llegar al suelo? ¿Y con qué velocidad llega al suelo?
- d. Graficar posición, velocidad y aceleración versus tiempo cuando lanza la pelota con una velocidad de 2 m/s .
9. En un espectáculo de saltos acrobáticos, un ciclista ensaya sobre la pista de la figura de manera que sale despedido con una velocidad inicial de módulo $v_0 = 15 \text{ m/s}$ desde la rampa inclinada un ángulo de $\alpha = 40^\circ$ a una altura de $h_1 = 3 \text{ m}$ y quiere aterrizar sobre una plataforma a una distancia d y una altura $h_2 = 1,5 \text{ m}$.



- a. Describir en un gráfico la trayectoria del ciclista y dibujar para distintos puntos de la misma el vector posición. Escriba la expresión general de $\vec{r}(t)$, para el ciclista.
- b. Dar los vectores posición y velocidad en función del tiempo.
- c. Calcular la máxima altura alcanzada por el ciclista y la velocidad en ese instante.
- d. ¿A qué distancia, como máximo, se tiene que colocar la plataforma para que caiga sobre ella?
- e. Graficar posición, velocidad y aceleración versus tiempo.
10. Un aeroplano, volando horizontalmente a 180 km/h a una altitud de 240 m , debe dejar caer una balsa inflable sobre el techo de una casa de 6 m de altura. ¿A qué distancia debe el soltar el paquete el piloto para que caiga en el techo?

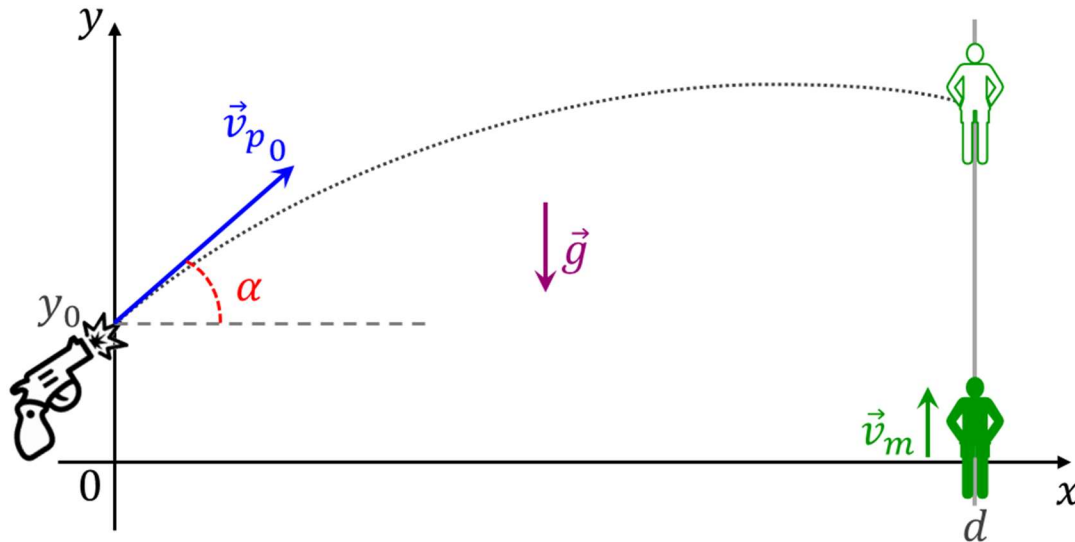
11. Un tubo de rayos catódicos está compuesto por un emisor de electrones y por un acelerador vertical de dichas cargas, como se ve en la figura. Los electrones abandonan el emisor con una velocidad $v_0 = 2 \times 10^6 \text{ m/s}$, son acelerados a $a = 4 \times 10^{14} \text{ m/s}^2$ y la longitud del acelerador es $L = 2,4 \text{ cm}$.

- a. Represente en un gráfico la trayectoria del electrón y señale para distintos puntos de la misma el vector posición. Escriba la expresión general de $\vec{r}(t)$, para el electrón.
- b. Dar el vector velocidad de los electrones cuando salen del acelerador.



c. Graficar posición, velocidad y aceleración versus tiempo.

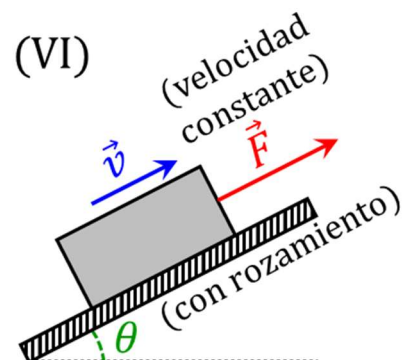
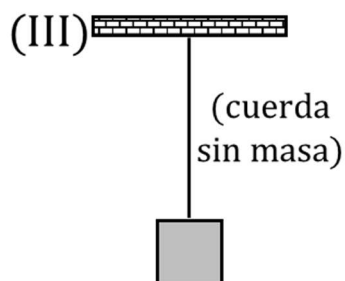
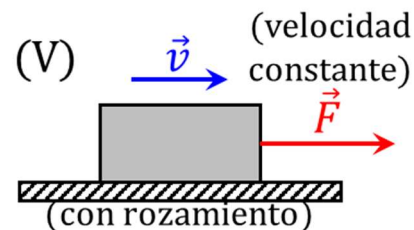
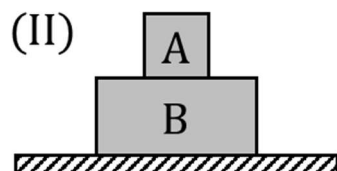
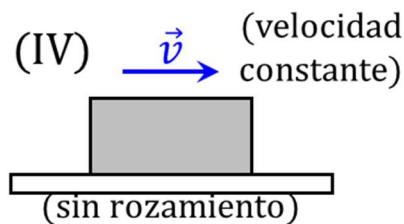
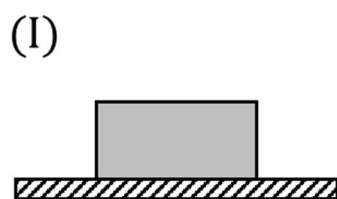
12. Una atracción de feria consiste en un muñeco que sube por un carril vertical a una velocidad constante de $v_0 = 2 \text{ m/s}$. Desde una distancia d se dispara un proyectil con una velocidad inicial de $v_{p_0} = 15 \text{ m/s}$ y un ángulo de inclinación de $\alpha = 30^\circ$. En el instante del disparo el proyectil se encuentra a una altura de $y_0 = 1,28 \text{ m}$ por encima del muñeco.



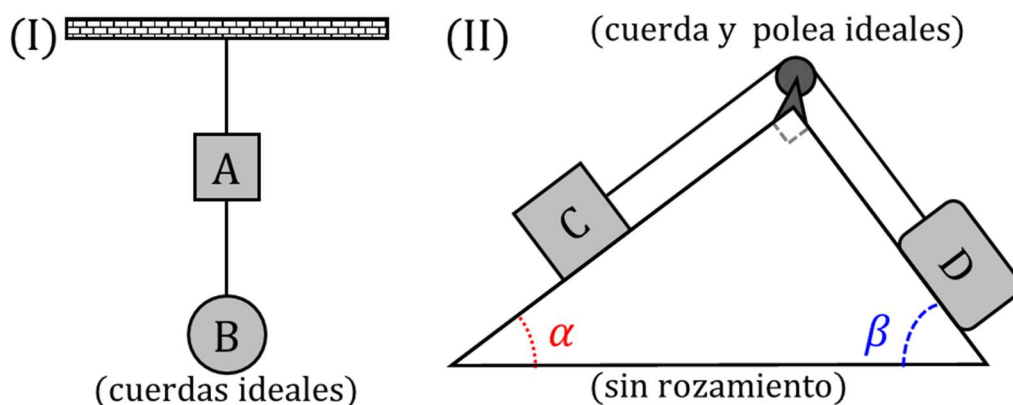
- Dar los vectores posición inicial, velocidad inicial y aceleración tanto del proyectil como del muñeco.
- Dar los vectores posición y velocidad para ambos objetos en función del tiempo.
- Determinar la distancia d a la que se tiene que lanzar el proyectil para que alcance al muñeco.

Guía N°4: Equilibrio y Dinámica de cuerpos puntuales

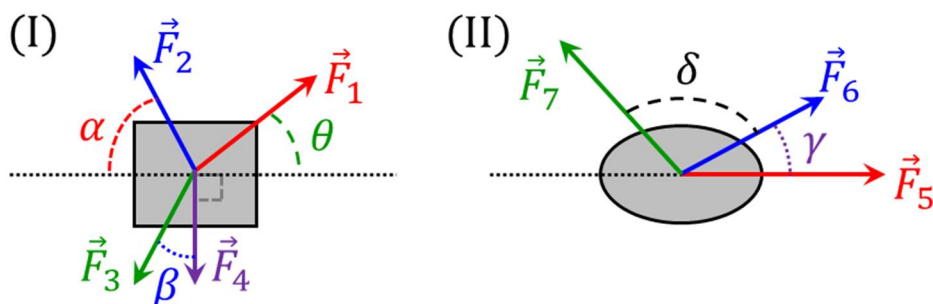
1. Responder las siguientes preguntas
 - a. ¿Qué significa que un cuerpo puede ser considerado puntual?
 - b. ¿Bajo qué circunstancias la Tierra puede ser considerada como puntual?
 - c. Si un cuerpo puntual está en equilibrio de fuerzas, ¿significa que debe estar en reposo?
 - d. Considerar las magnitudes “peso” y “masa”.
 - i) ¿Cuál de las dos es una magnitud vectorial? ¿Qué significado tiene que sea un vector y no un número?
 - ii) ¿Cuál de las dos tendrá distinto valor si se la mide en la Luna?
2. Los cuerpos puntuales de las siguientes figuras están en equilibrio. Para cada uno de estos cuerpos:
 - a. Realizar el diagrama de cuerpo aislado.
 - b. Identificar todas las fuerzas que actúan sobre ellos, así como los correspondientes pares de reacción.



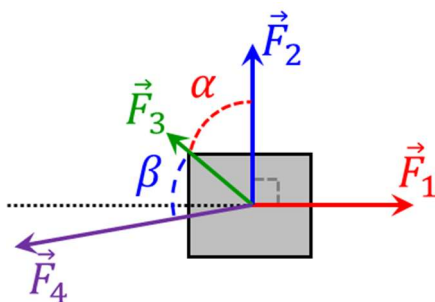
3. Considere los cuerpos representados en las figuras como partículas.
 - a. Realice un diagrama de cuerpo aislado indicando los pares de acción y reacción.
 - b. Indique la dirección y sentido del vector fuerza resultante sobre cada cuerpo.



4. Sobre cada uno de los siguientes cuerpos puntuales actúan las fuerzas $F_1 = 4,3 \text{ N}$, $F_2 = 8,2 \text{ N}$, $F_3 = 0,5 \text{ N}$, $F_4 = 11,1735 \text{ N}$, $F_5 = 3 \text{ N}$ y $F_7 = 4 \text{ N}$, formando ángulos de $\alpha = 75,52^\circ$, $\beta = 11,495^\circ$, $\theta = 60^\circ$, $\gamma = 40^\circ$ y $\delta = 60^\circ$, como se ilustran en los correspondientes dibujos:



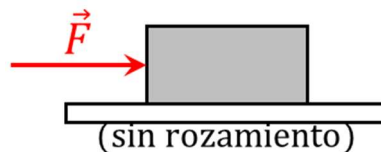
- a. A simple vista ¿cuál de estos dos cuerpos no están en equilibrio? ¿Por qué?
 - b. Calcular geoméricamente la fuerza resultante (en módulo, dirección y sentido) sobre cada cuerpo.
 - c. Verificar analíticamente los resultados obtenidos en el ítem anterior.
5. Realizar gráficamente y analíticamente la suma de fuerzas sobre el cuerpo puntual de la figura considerando que $F_1 = F_2 = 10 \text{ N}$, $F_3 = 7 \text{ N}$, $F_4 = 15 \text{ N}$ y $\alpha = \beta = 50^\circ$. Comparar los resultados obtenidos.



Dinámica de cuerpos puntuales

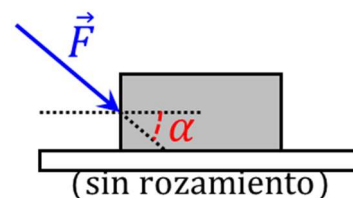
6. A un cuerpo de 10 kg , inicialmente en reposo sobre una plataforma horizontal sin rozamiento, se le aplica una fuerza horizontal $F = 40\text{ N}$, como muestra la figura. Calcular:

- a. La aceleración.
- b. La distancia recorrida a los 5 segundos.
- c. La velocidad en el punto del ítem anterior.



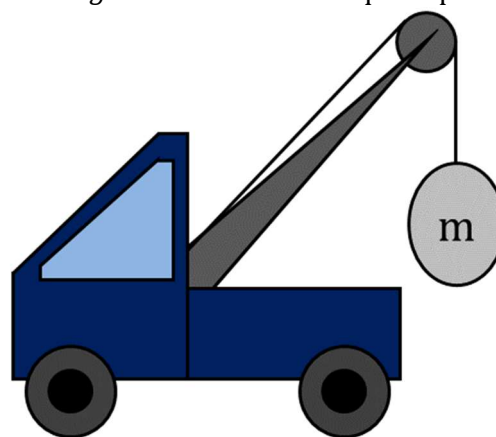
7. Se arrastra un cuerpo de 5 kg por una mesa horizontal sin fricción con una fuerza $F = 20\text{ N}$ que forma un ángulo $\alpha = 40^\circ$ con la horizontal, como indica la figura. Calcular:

- a. La aceleración.
- b. Cuanto aumentó la velocidad pasados 3 segundos.



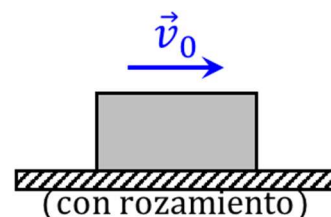
8. Una grúa eleva verticalmente un cuerpo de $m = 800\text{ kg}$ mediante un cable que soporta una tensión de máxima 12000 N .

- a. ¿Cuál es la máxima aceleración con que se puede elevar?
- b. Si se elevase a 2 m/s^2 . ¿qué tensión soporta el cable?



9. Un bloque de masa $m = 2\text{ kg}$, se mueve sobre una superficie horizontal con rozamiento, ver figura. Si su velocidad inicial es de $v_0 = 4\text{ m/s}$ y los coeficientes de roce cinético y estático entre el bloque y el suelo son $\mu_c = 0,25$ y $\mu_e = 0,3$.

- a. Realizar un diagrama de cuerpo libre e indicar los pares de acción y reacción.
- b. Determinar la fuerza resultante sobre el cuerpo y el tipo de movimiento que lleva.
- c. Determinar a qué distancia se detendrá el bloque.

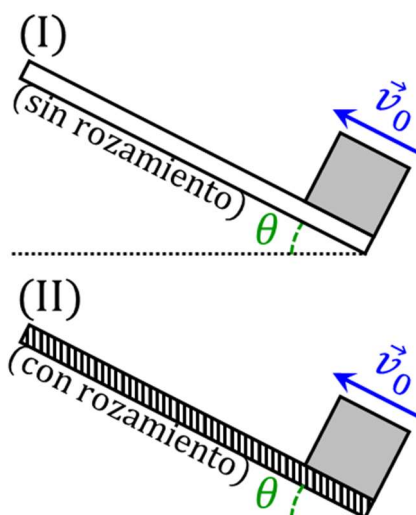


- d. ¿Qué fuerza externa mínima habrá que aplicarle al bloque para que vuelva a moverse?
- e. ¿Qué aceleración tendrá una vez que empiece a moverse, si se le sigue aplicando la fuerza del apartado anterior?

10. En la base de un plano inclinado un ángulo de $\theta = 15^\circ$ con la horizontal, se dispara hacia arriba un cuerpo de masa $m = 2,4\text{ kg}$, con una velocidad inicial de módulo $v_0 = 2\text{ m/s}$ y dirección paralela al plano inclinado.

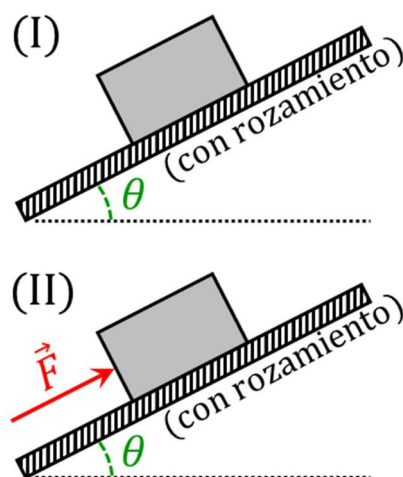
- a. Realizar un diagrama de cuerpo aislado del cuerpo mientras asciende por el plano, suponiendo que no hay fuerza de roce, como se indica en la figura (I).

- b. Determinar la distancia sobre el plano a la cual se detiene el cuerpo.
- c. Suponiendo ahora que exista fuerza de roce cinético, realizar el diagrama de cuerpo libre del cuerpo en su ascenso por el plano, como se indica en la figura (II).
- d. Si el coeficiente de roce es $\mu_c = 0,2$, determinar la distancia sobre el plano a la cual se detiene el cuerpo, y a qué altura logra ascender.
- e. ¿Dependen los resultados del valor de masa del cuerpo?



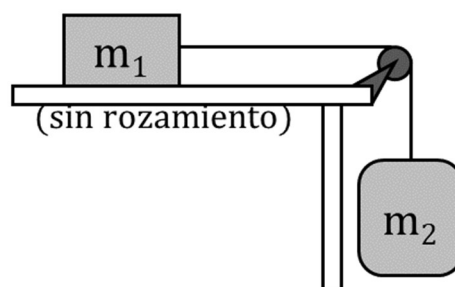
11. El bloque de la figura (I) tiene una masa $m = 5 \text{ kg}$, si entre el plano inclinado $\theta = 30^\circ$ y el bloque el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_c = 0,2$ y el estático máximo es $\mu_e = 0,4$.

- a. Realice un diagrama del cuerpo aislado del bloque.
- b. Determinar si el bloque se moverá o no. Si la respuesta fuera afirmativa, determinar con qué aceleración lo haría, aclarando su dirección y sentido.
- c. Determinar el módulo de la fuerza $\vec{F}$ (figura II) paralela al plano inclinado necesaria para que el bloque ascienda sobre el plano con aceleración de módulo 1 m/s^2 .

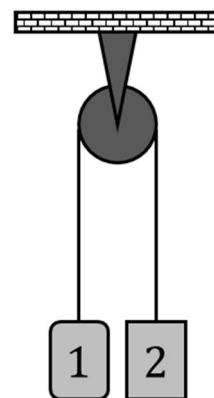


12. Sobre una superficie horizontal se desliza un cuerpo $m_1 = 10 \text{ kg}$ mediante una cuerda que pasa por una polea fija y lleva colgado del otro extremo una masa $m_2 = 8 \text{ kg}$. Si se considera que no hay rozamiento entre el cuerpo 1 y la superficie horizontal, cuál es:

- a. La aceleración del sistema.
- b. La tensión en la cuerda.



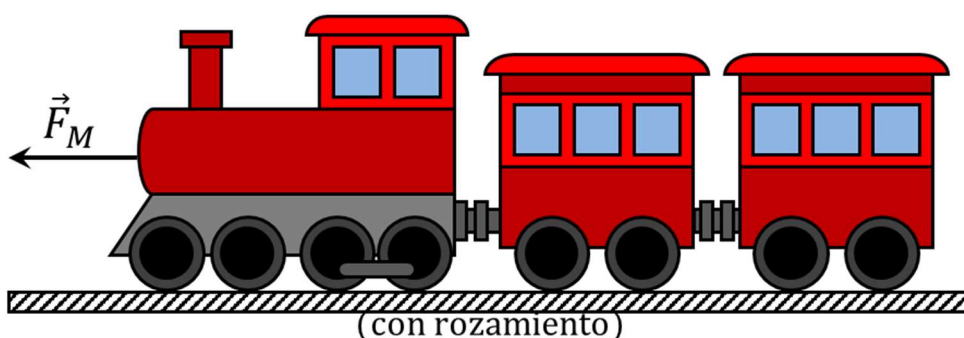
13. Una máquina de Atwood consiste en dos masas unidas por una cuerda que pasa por una polea de masa despreciable (como la esquematizada en la figura). Considerando que la masa del cuerpo 1 es mayor a la masa del cuerpo 2, obtener:



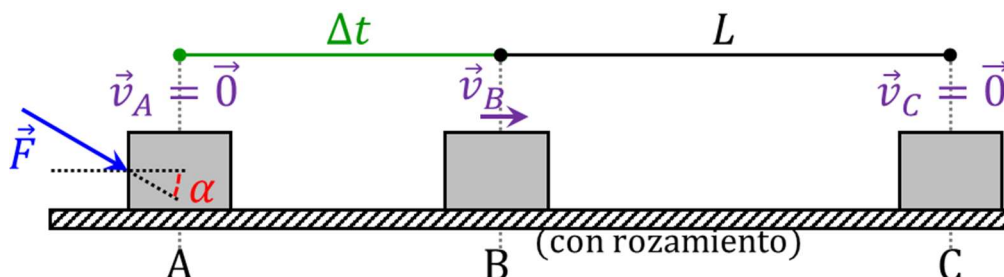
- La aceleración del sistema.
- los vectores aceleración de cada masa.
- la tensión en la cuerda.

14. Un tren está formado por una locomotora de 10000 kg y dos vagones de 5000 kg cada uno como indica la figura. Cuando lleva una aceleración de 1 m/s^2 , si el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_c = 0,2$; calcular:

- la fuerza de la máquina
- la tensión a la que está sometido el enganche entre los vagones.
- la tensión a la que está sometido el enganche entre la locomotora y el primer vagón.



15. Un objeto de masa 2 kg se encuentra en reposo en el punto A sobre una superficie horizontal con coeficiente de rozamiento cinético de $\mu_c = 0,2$. Una fuerza de módulo $F = 15\text{ N}$ y que forma un ángulo de $\alpha = 30^\circ$ con la horizontal, actúa sobre el objeto empujándolo durante un tiempo de 4 s , entre los puntos A y B, como se representa en la figura. Luego deja de actuar y el objeto sigue moviéndose hasta frenarse en el punto C, luego de recorrer una distancia L .

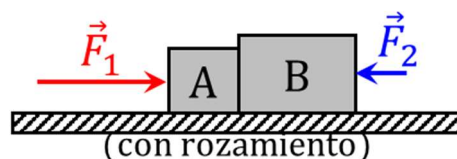


- Realizar un diagrama de cuerpo libre del objeto entre los puntos A y B (mientras actúa la fuerza $\vec{F}$), indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcular la aceleración del objeto en el tramo desde A hasta B.
- ¿Qué velocidad tiene al llegar al punto B?

- Realizar un diagrama de cuerpo libre del objeto entre los puntos B y C (ya no actúa la fuerza $\vec{F}$), indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcular la aceleración del objeto en el tramo desde B hasta C.
- ¿Qué distancia recorre en cada tramo?
- ¿Durante cuánto tiempo se encuentra en movimiento?

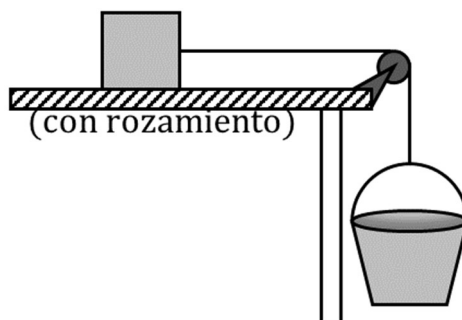
16. Dos cajas A y B, con masas $m_A = 65 \text{ kg}$ y $m_B = 125 \text{ kg}$, están en contacto y en reposo sobre una superficie horizontal. Se ejercen dos fuerzas: una de módulo $F_1 = 650 \text{ N}$ sobre la caja A (hacia la derecha) y otra módulo de $F_2 = 150 \text{ N}$ sobre la caja B (hacia la izquierda), como muestra la figura. Si el coeficiente de rozamiento cinético entre cada bloque y la superficie horizontal es de $\mu_c = 0,18$:

- Realizar un diagrama de cuerpo libre para cada caja, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcular la aceleración del sistema.
- Encontrar la fuerza que cada caja ejerce sobre la otra.



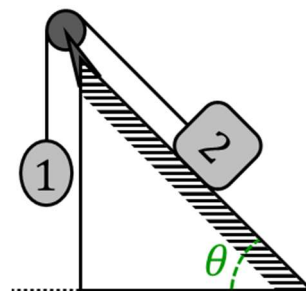
17. Un bloque de 28 kg está conectado a un balde vacío de 2 kg por medio de una cuerda que pasa alrededor de una polea sin rozamiento, como indica la figura. El coeficiente de rozamiento estático entre la mesa y el bloque es $\mu_e = 0,45$ y el de rozamiento cinético es $\mu_c = 0,32$. Se vierte arena gradualmente en el balde, hasta que el sistema empieza a moverse.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre para el bloque y otro para el balde, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcular la masa de la arena agregada al balde.
- Calcular la aceleración del sistema.



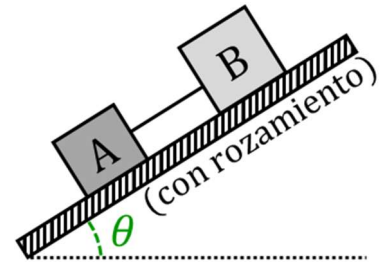
18. Dos objetos (1 y 2) se conectan mediante una cuerda ligera (sin masa e inextensible) que pasa sobre una polea ideal (sin masa ni rozamiento). Uno de ellos de masa $m_2 = 4 \text{ kg}$ está apoyado sobre un plano inclinado que forma un ángulo de $\theta = 45^\circ$ con la horizontal, como se muestra en la figura. Se pretende que el cuerpo 2 se deslice hacia abajo a velocidad constante, teniendo en cuenta que está vinculado por la cuerda al otro de masa $m_1 = 2 \text{ kg}$.

- Realizar diagramas de cuerpo libre para ambos objetos, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcular el coeficiente de rozamiento cinético μ_c entre el objeto 2 y el plano inclinado para que se cumpla la condición enunciada.
- Calcular la tensión a la que está sometida la cuerda.



19. Dos bloques A y B hechos de materiales diferentes están unidos por una cuerda delgada (sin masa e inextensible), y se deslizan hacia abajo por una rampa inclinada a un ángulo $\theta = 32^\circ$ con respecto a la horizontal, como se indica en la figura (el bloque B está arriba del bloque A). Las masas de los bloques son $m_A = m_B = 5 \text{ kg}$ y los coeficientes de rozamiento cinéticos respectivos son $\mu_A = 0,20$ y $\mu_B = 0,30$.

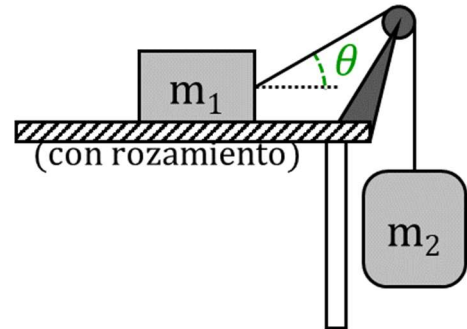
- Realizar un diagrama de cuerpo libre para cada bloque indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Determinar la aceleración de los bloques



Calcular el módulo de la tensión en la cuerda.

20. Se tienen dos bloques 1 y 2 cuyas masas son $m_1 = 5 \text{ kg}$ y $m_2 = 3 \text{ kg}$, que están unidas por una cuerda ideal que pasa por una polea de masa despreciable, en la forma mostrada en la figura. El ángulo inicial que forma la cuerda atada al bloque 1 con la horizontal es de $\theta = 30^\circ$.

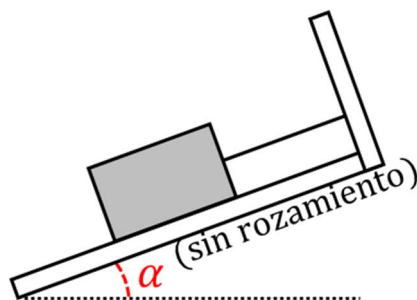
- Realizar un diagrama de cuerpo libre de cada masa, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- ¿Cuál es el mínimo coeficiente de roce estático entre el bloque 1 y la mesa para que el sistema se encuentre en equilibrio?
- Si el coeficiente de roce cinético es la mitad del coeficiente de roce estático encontrado en el apartado anterior, ¿cuál es la aceleración del sistema justo cuando comienza a moverse? Esta aceleración encontrada, ¿se mantiene constante? ¿Por qué?



Equilibrio de cuerpos puntuales

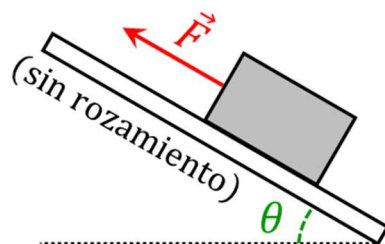
21. El cuerpo de masa $m = 4 \text{ kg}$ está en equilibrio sobre un plano inclinado un ángulo de $\alpha = 20^\circ$ (sin rozamiento) por estar suspendido de la cuerda cuya dirección es paralela al plano, como indica la figura. Expresar los resultados en kgf y N .

- Realizar un diagrama de cuerpo aislado de la masa. Hallar todos los pares de acción y reacción.
- Hallar cuál es el valor de la tensión en la cuerda que permite el equilibrio.



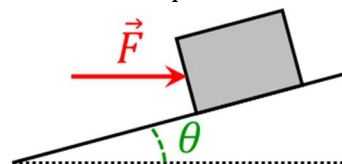
- Hallar el valor de la fuerza que el cuerpo ejerce sobre el plano inclinado.

22. Calcular la fuerza F que sostiene en equilibrio al cuerpo de la figura que está ubicado en un plano inclinado a $\theta = 30^\circ$ (el cual no tiene rozamiento), sabiendo que la fuerza que ejerce el cuerpo sobre el plano es de 15 N .

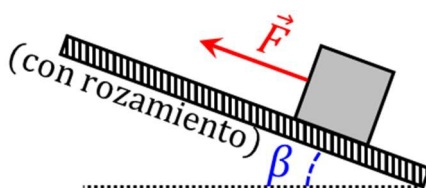


23. Sabiendo que la fuerza que ejerce el bloque de la figura sobre el plano inclinado a $\theta = 15^\circ$ es de 15 N , calcular el módulo de la fuerza $\vec{F}$ horizontal que sostiene al bloque de manera se encuentre en equilibrio estático considerando:

- no hay rozamiento, $\mu = 0$.
- hay rozamiento, $\mu_e = 0,1$.

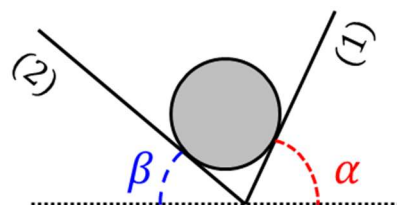


24. ¿Cuál es el módulo de la fuerza $\vec{F}$ que hace que el cuerpo ubicado en el plano inclinado a $\beta = 20^\circ$ (con rozamiento, $\mu_c = 0,2$) se deslice a velocidad constante, sabiendo que el peso del cuerpo es de 70 N ?

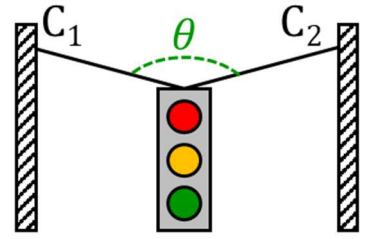


25. Una bola de $5,5 \text{ kgf}$ se encuentra apoyada sobre dos planos inclinados como se indica en la figura. El plano 1 forma un ángulo $\alpha = 65^\circ$ mientras que el plano 2 forma uno de $\beta = 40^\circ$.

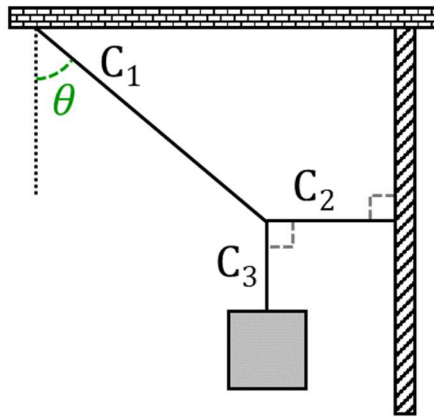
- Realizar el diagrama de cuerpo aislado de la bola, y hallar todos los pares de acción y reacción.
- Hallar la fuerza que ejerce la bola sobre cada plano. (Dar la respuesta en kgf y en N).



26. Un semáforo se encuentra suspendido por dos cables C_1 y C_2 de masa despreciable que forman un ángulo de $\theta = 150^\circ$ entre sí, como se muestra en la figura a la derecha. Calcular la tensión en cada cable considerando que el semáforo pesa 250 N .

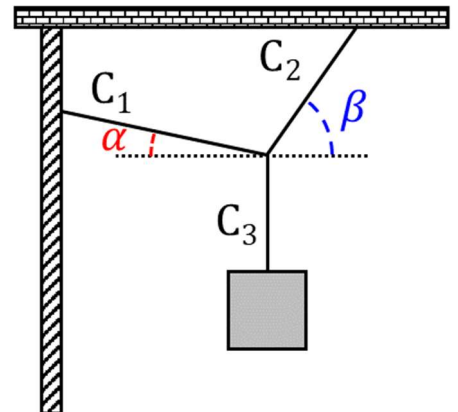


27. Se suspende un bloque de 20 N de peso con tres cuerdas sin peso, como muestra la figura a continuación. La primera cuerda C_1 forma un ángulo de $\theta = 60^\circ$ con la vertical, la segunda C_2 está horizontal y la tercera C_3 vertical. Hallar la magnitud de las tensiones en cada una de ellas.



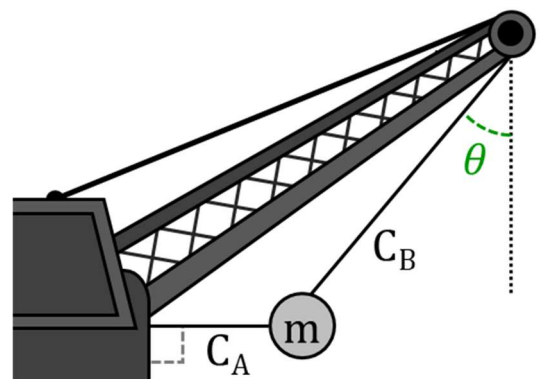
28. Se suspende un objeto puntual de masa $m = 1,4\text{ kg}$, del techo y a la pared por medio de las cuerdas (C_1 , C_2 y C_3) de masa despreciable como se muestra en la figura. Si los ángulos son de $\alpha = 12^\circ$ y de $\beta = 55^\circ$:

- Realizar los diagramas de cuerpo aislado.
- determinar la tensión en cada cuerda.
- determinar la fuerza que se ejerce sobre el techo y sobre la pared

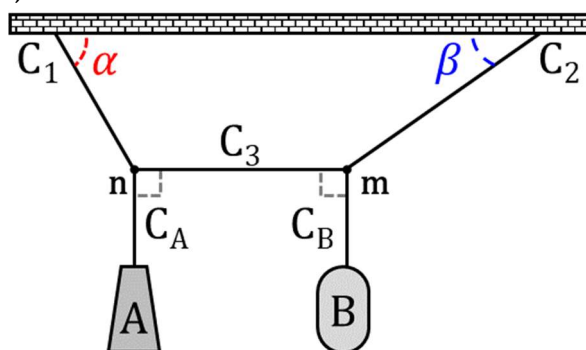


29. Una gran bola para demolición de masa $m = 4090\text{ kg}$ está sujeta por dos cables de acero ligeros. Uno de ellos C_A está horizontal y C_B forma un ángulo de $\theta = 40^\circ$ con la vertical, como se muestra en la figura.

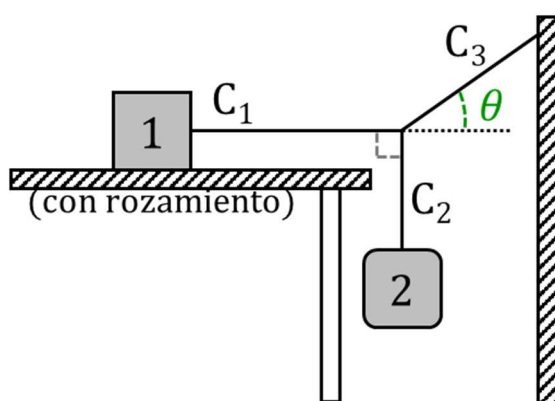
- Realizar un diagrama de cuerpo libre de la bola, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcular la tensión en el cable C_B .
- Calcular la tensión en el cable C_A .



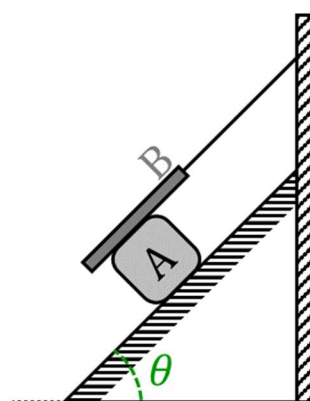
30. Determinar el valor de la masa del cuerpo B para que el sistema de la figura se encuentre en equilibrio estático, sabiendo que el cuerpo A pesa 50 N y los ángulos son $\alpha = 60^\circ$ y $\beta = 30^\circ$. Asimismo, obtener los valores de la tensión en cada una de las cuerdas.



31. Calcular la masa máxima del bloque 2 que mantenga el equilibrio estático en el sistema de la figura, sabiendo que el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque 1 de masa $m_1 = 5\text{ kg}$ y la mesa es de $\mu_e = 0,25$, y que el ángulo de la cuerda C_3 con la horizontal es $\theta = 35^\circ$.

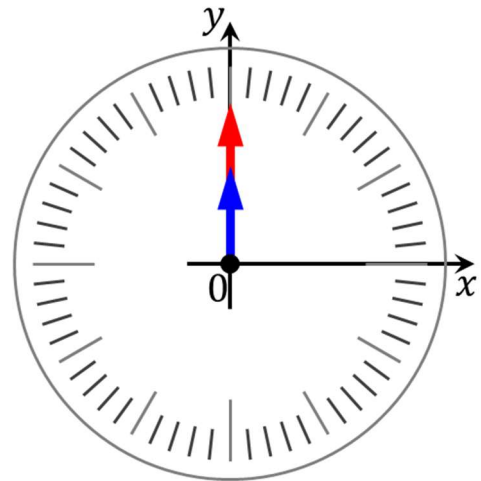


32. El bloque A de masa $3m$, resbala con velocidad constante bajando por un plano inclinado un ángulo de $\theta = 36,9^\circ$, mientras la tabla B de masa m descansa sobre A, estando sujeta con una cuerda paralela al plano inclinado como muestra la figura.
- Realizar un diagrama de cuerpo libre para A y para B indicando claramente en cada uno los pares de acción-reacción.
 - Si el coeficiente de rozamiento cinética es igual entre A y B, y entre el plano inclinado y A, determinar su valor.
 - Calcular además la tensión en la cuerda que sujeta la tabla B con la pared.

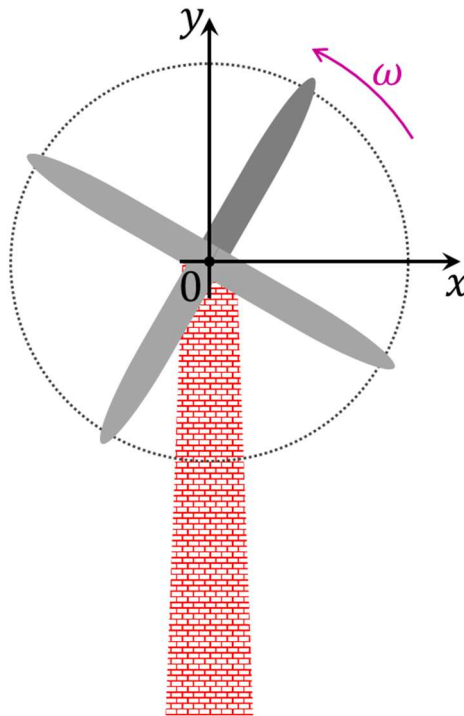


Guía N°5: Movimiento circular y Torque

1. En un reloj analógico, las agujas que indican hora y minuto coinciden a las 12:00 h, como se representa en la figura. Determinar a qué hora estas agujas formarán un ángulo de $\Delta\theta = 90^\circ$ entre sí.



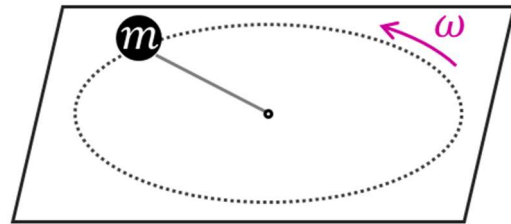
2. El aspa de un molino tarda 3 s en dar una vuelta completa, ¿cuál es la velocidad angular y la frecuencia del mismo si consideramos que tiene un MCU?



3. Una partícula se desplaza con una velocidad de módulo $v_t = 15 \text{ m/s}$ en un círculo de radio $r = 4 \text{ m}$.
 - a. Realizar un esquema de la situación e indicar los vectores posición, velocidad y velocidad angular en función del tiempo.
 - b. Calcular el vector velocidad angular.
 - c. Calcular el vector aceleración.
4. Un cuerpo se mueve con velocidad angular constante de $\pi/2 \text{ rad/s}$. Hallar el número de vueltas que da el cuerpo en 2 min, junto con la frecuencia y el periodo del movimiento.

5. Una esfera de masa $m = 50\text{ g}$, atada al extremo de una cuerda longitud $r = 33\text{ cm}$, gira apoyándose sobre una mesa horizontal sin rozamiento, describiendo un MCU como se ve en la figura.

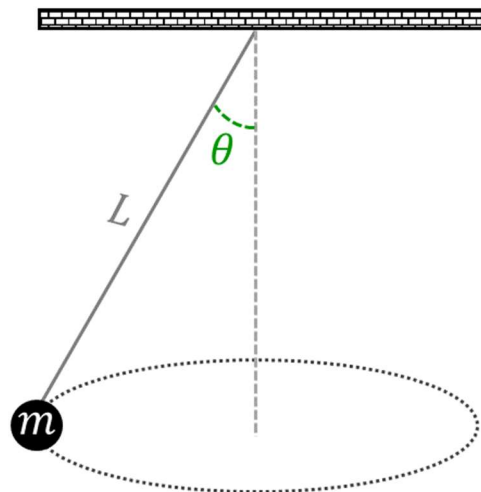
- Realizar el diagrama de cuerpo libre.
- Si la tensión en la cuerda es de $1,5\text{ N}$ en la dirección radial y hacia el centro, dar los vectores velocidad angular y tangencial de la esfera.
- Calcular la aceleración centrípeta.
- Describir la trayectoria que seguiría la esfera si se cortara la cuerda.



6. Un electrón gira en un campo magnético describiendo un MCU de velocidad angular $\omega = 5\text{ rad/s}$ en una circunferencia de diámetro $d = 54\text{ cm}$. Si la masa del electrón es $9,1 \cdot 10^{-31}\text{ kg}$, calcular la fuerza resultante que actúa sobre el mismo.

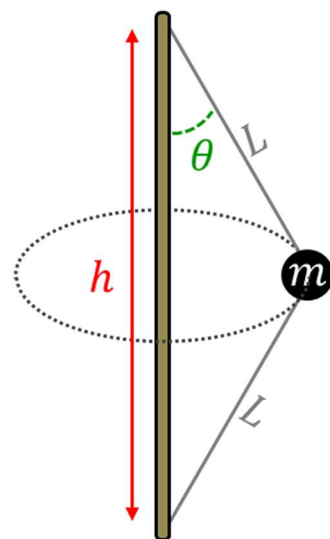
7. Un cuerpo puntual de masa $m = 0,15\text{ kg}$, que cuelga del extremo de una cuerda de longitud $L = 1,8\text{ m}$, se hace girar con velocidad angular constante $\omega = 3,5\text{ rad/s}$ en un plano horizontal, como se muestra en la figura. (A este sistema se lo llama péndulo cónico).

- Realizar diagramas de cuerpo libre del cuerpo.
- Determinar la tensión de la cuerda.
- Calcular el ángulo θ con la vertical.
- Calcular el módulo de la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo.
- La velocidad tangencial del cuerpo.
- Dar el vector aceleración centrípeta.



8. Un objeto de masa $m = 4\text{ kg}$ se une a una barra vertical mediante dos cuerdas ideales de longitud $L = 2\text{ m}$ que están atadas a una distancia $d = 3\text{ m}$, como se muestra en la figura. El objeto gira en una trayectoria circular horizontal con velocidad constante de $v = 6\text{ m/s}$.

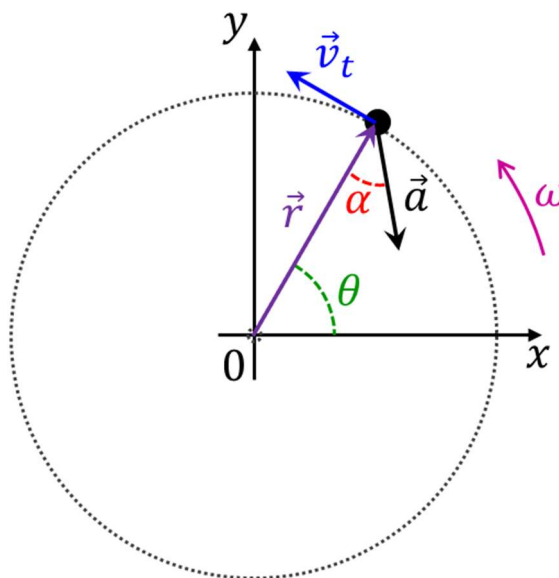
- Realizar un diagrama de cuerpo libre del objeto, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Encontrar la tensión en la cuerda superior y en la cuerda inferior.
- Encontrar la aceleración centrípeta a la que está afectado el objeto en rotación.
- Encontrar la frecuencia y el período del movimiento.



9. Un cuerpo se mueve con MCUV formando una circunferencia de 3 cm de radio, incrementando su velocidad tangencial de 0 cm/s a 2 cm/s en 5 s , ¿cuál es su aceleración angular?
10. Un motor gira a $\omega_0 = 100\text{ rpm}$, se apaga y se detiene en 20 s , ¿cuántas revoluciones realizó desde que se apagó hasta que se detuvo?
11. Un cuerpo parte del reposo con MCUV, ¿cuál fue su desplazamiento angular en el instante en que la aceleración forma un ángulo de 53° con la velocidad?

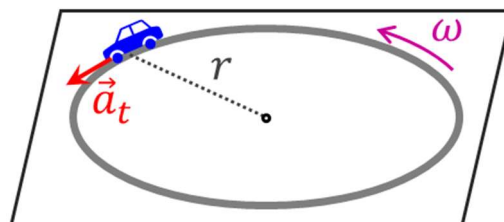
12. Una partícula que se mueve alrededor de un círculo de radio $r = 2\text{ m}$, tiene en un instante dado, una aceleración total de módulo $a = 20\text{ m/s}^2$ en la dirección que forma un ángulo de $\alpha = 40^\circ$ con el radio, como se ve en la figura.

- a. Dar el vector aceleración centrípeta (o normal) en ese instante.
- b. Dar el vector velocidad en ese instante.
- c. Dar el vector velocidad angular en ese instante.
- d. Calcular el módulo de la aceleración tangencial.



13. Un automóvil, con masa $m = 1240\text{ kg}$, parte del reposo y tiene una aceleración tangencial constante $a_t = 3\text{ m/s}^2$ en una pista circular de prueba con radio de $r = 60\text{ m}$, como muestra la figura. Considerando el auto como una partícula:

- a. ¿Qué aceleración angular tiene?
- b. ¿Qué velocidad angular tiene 6 s después de arrancar?
- c. ¿Qué aceleración radial tiene en este instante?

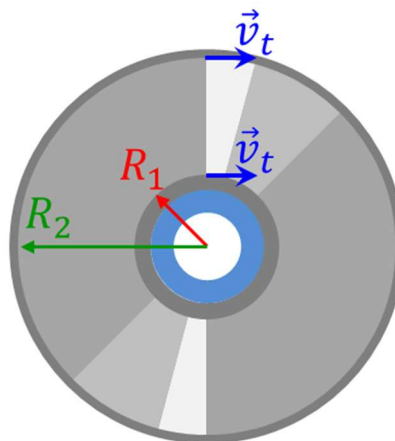


- d. Dibuje una vista superior de la pista circular, el auto, el vector de velocidad y las componentes del vector de la aceleración a los 6 s .
 - e. ¿Qué magnitudes (módulos) tienen la aceleración total y la fuerza neta que siente el auto en este instante?
 - f. ¿Qué ángulo forman estos vectores con la velocidad del auto a los 6 s ?
14. Los ciclos de centrifugado de una lavadora tienen dos velocidades angulares: $\omega_1 = 423\text{ rev/min}$ y $\omega_2 = 640\text{ rev/min}$. Si el diámetro interno del tambor es de $d_i = 0,47\text{ m}$:
 - a. ¿Qué relación hay entre la fuerza radial (centrípeta) máxima sobre la ropa para las dos velocidades angulares?
 - b. ¿Y entre las velocidades tangenciales máximas de la ropa?
 - c. Calcular la aceleración angular para cada ciclo de centrifugado descrito, teniendo en cuenta que el tambor de la lavadora parte del reposo y tarda 20 s en alcanzar cada velocidad angular.

15. El tambor de un lavarropas comienza su ciclo de giro, parte del reposo y gana velocidad angular de manera estable durante 8 s, momento en que gira a 5 rev/s . En este punto, la persona que lava abre la tapa y un interruptor de seguridad apaga la máquina. El tambor frena lentamente hasta el reposo durante 12 s.

- Describir el movimiento circular del tambor en cada intervalo de tiempo, informando además las aceleraciones angulares correspondientes.
- ¿Cuántas revoluciones realiza el tambor mientras esta en movimiento?
- Dibujar el conjunto de gráficas cinemáticas de $\theta(t)$, $\omega(t)$ y $\alpha(t)$ para todo el intervalo mientras el tambor se encuentre en movimiento.

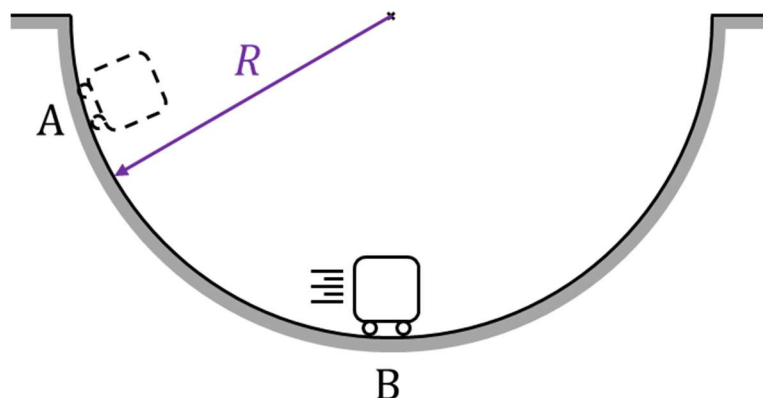
16. En un disco compacto (CD) de audio con 12 cm de diámetro, se codifican secuencialmente bits digitales de información a lo largo de una trayectoria en espiral hacia fuera. La espiral empieza en un radio $R_1 = 2,5 \text{ cm}$ y continúa su trayectoria espiral hasta un radio $R_2 = 5,8 \text{ cm}$. Para leer la información digital, un reproductor de CD hace girar el disco de manera que su lector láser escanee a lo largo de la secuencia en espiral de bits, con una velocidad lineal (tangencial) constante de $v = 1,25 \text{ m/s}$. Entonces, el reproductor debe ajustar con precisión la frecuencia rotacional f del CD conforme el láser se mueve radialmente hacia fuera.



- Determine los valores de f (en unidades de rpm) cuando el láser se localiza en R_1 y cuando está en R_2 .
- Determinar la aceleración angular media ω para un CD con música que dure aproximadamente 40 minutos.

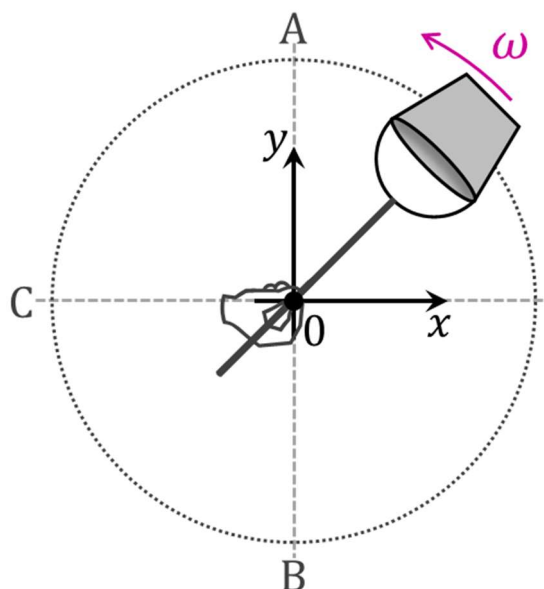
17. Un carrito de masa $m = 1 \text{ kg}$ se desplaza sobre una pista cóncava sin rozamiento de radio constante $R = 2,5 \text{ m}$, como se representa en la figura.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre del carrito cuando se encuentra en el punto A y en el punto B.
- Calcular la fuerza resultante sobre el carrito y la fuerza que ejerce sobre la pista en el punto B, si su velocidad es 5 m/s .



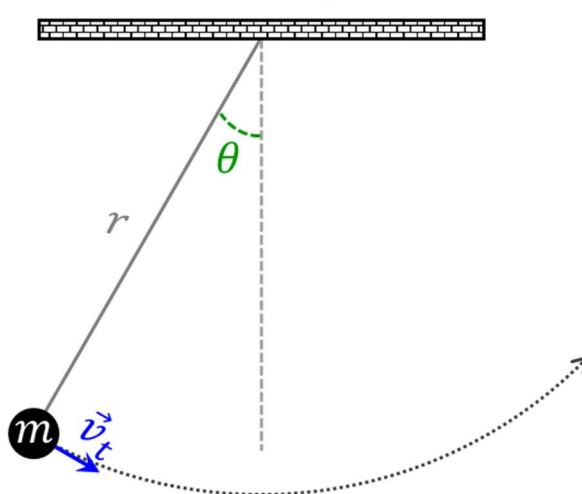
18. Un balde lleno de agua se puede hacer girar en una trayectoria vertical tal que no se derrame agua, como se esquematiza en la figura.

- ¿Por qué el agua permanece en el balde, aun cuando el balde esté sobre su cabeza?
- Realizar un diagrama de cuerpo libre del balde y del agua contenida en él, cuando las posiciones son A, B y C, indicando claramente los pares de acción-reacción.



19. Una esfera de masa $m = 7 \text{ kg}$, se encuentra atada a una cuerda de longitud $r = 2 \text{ m}$ y gira en un plano vertical. Si en el instante mostrado en la figura, su velocidad tangencial es de $v_t = 4 \text{ m/s}$:

- Realizar diagramas de cuerpo libre del cuerpo.
- Determinar la tensión de la cuerda.



20. Las coordenadas de un cuerpo en movimiento son $x(t) = 2 \sin(\omega t)$, $y(t) = 2 \cos(\omega t)$.

- Encontrar la ecuación cartesiana de la trayectoria.
- Calcular el valor de la velocidad en cualquier instante.
- Calcular las componentes tangencial y normal de la aceleración en cualquier instante.
- Identificar el tipo de movimiento descrito por las ecuaciones expuestas.

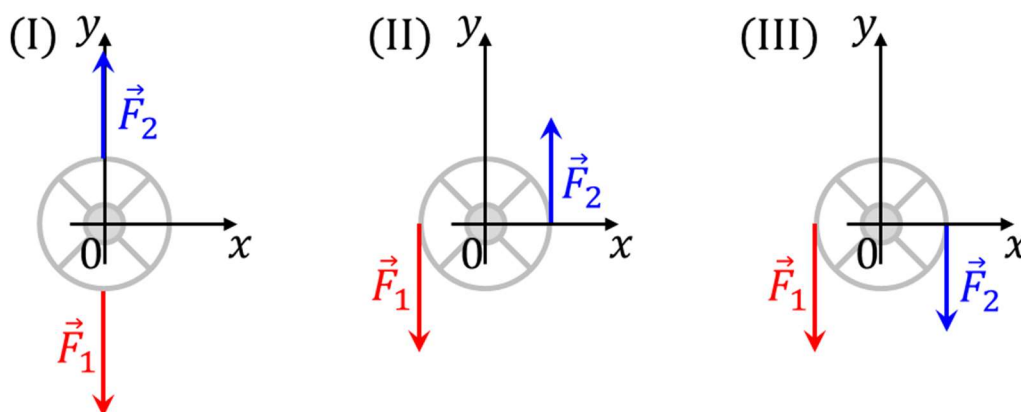
21. Generalizar el problema anterior para el caso en que las coordenadas x e y tengan diferentes amplitudes afectando a las funciones armónicas, es decir, cuando las coordenadas son $x(t) = \alpha \sin(\omega t)$, $y(t) = \beta \cos(\omega t)$ con $\alpha \neq \beta$.

- Encontrar la ecuación cartesiana de la trayectoria.
- Calcular el valor de la velocidad en cualquier instante.

22. Sobre cada uno de los volantes se ejercen las fuerzas externas que se muestran en la figura: El eje fijo de rotación de los mismos pasa por el centro y los módulos de las fuerzas aplicadas son: $F_1 = 5 \text{ N}$ y $F_2 = 4,2 \text{ N}$. Analizar:

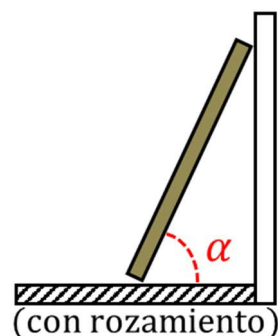
- ¿En qué situaciones se produce movimiento? ¿Cuál es el sentido de dicho movimiento?

- b. ¿De qué manera podrían ubicarse las fuerzas para que el volante gire en sentido horario?
(¿Hay una única respuesta?)



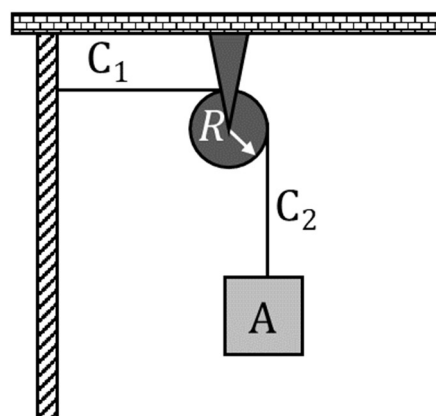
23. Una escalera de mano se encuentra apoyada sobre una pared lisa formando un ángulo de $\alpha = 80^\circ$ con el suelo, como muestra la figura.

- Realizar el diagrama de cuerpo aislado de la escalera.
- Encontrar todos los pares de acción y reacción.
- Indicar las fuerzas que actúan sobre los extremos de la escalera.



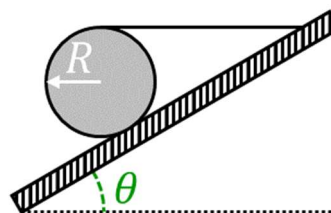
24. En la siguiente figura el cuerpo A que pesa $P_A = 20\text{ N}$ está en reposo. Si el radio de la polea es R y su masa $M_p = 1,6\text{ kg}$, mientras que las cuerdas y el soporte de la polea tienen masa despreciable:

- Realizar los diagramas de cuerpo libre y hallar los pares de acción y reacción.
- ¿Por qué no gira la polea? (dar la condición de equilibrio de rotación).
- Hallar las tensiones en las cuerdas y la fuerza que se ejerce sobre el techo y la pared.

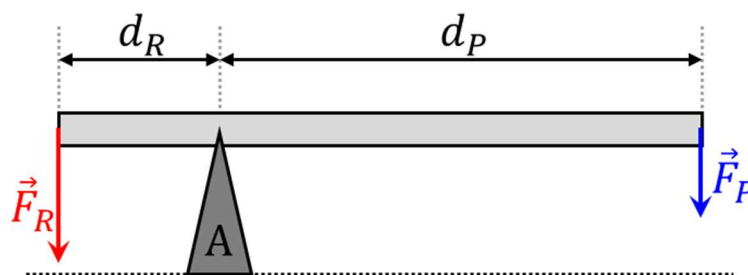


25. Una esfera maciza de radio de $R = 20\text{ cm}$ y masa $M = 3\text{ kg}$ está en reposo sobre un plano inclinado con un ángulo de $\theta = 30^\circ$, sostenida por una cuerda horizontal tal como muestra la figura.

- ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
- ¿Cómo es la fuerza que ejerce del plano sobre el cuerpo?
- ¿Cómo es la fuerza de rozamiento que actúa sobre la esfera?

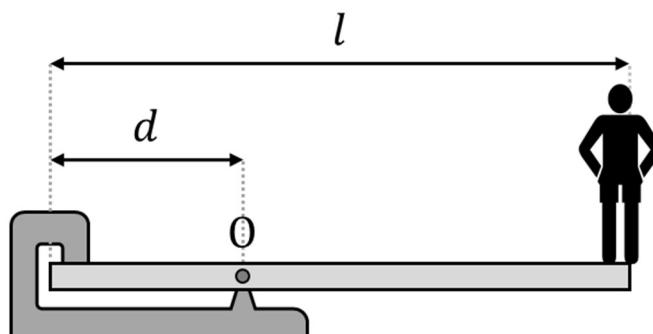


26. Las palancas simples consisten en barras rígidas con un punto de apoyo A, como se representa en la figura. Con ellas se ejerce una fuerza $\vec{F}_p$ para contrarrestar otra fuerza $\vec{F}_R$. Si la barra es homogénea con una masa de $m = 1\text{ kg}$ y una longitud $L = 1\text{ m}$, la fuerza $\vec{F}_R$ tiene un módulo de 22 N y actúa a una distancia $d_R = 0,25\text{ m}$ del punto A:



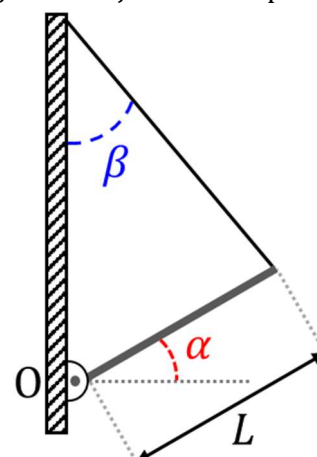
- Realizar diagramas de cuerpo libre de la situación ilustrada y determinar los pares de acción y reacción.
 - ¿Cuánto debe valer F_P para mantener el equilibrio de rotación? ¿Qué fuerza se ejercerá sobre el apoyo?
 - ¿Cuánto debería valer F_P si se intercambian los puntos de aplicación de las fuerzas?
 - ¿En qué posición de la barra debería estar el apoyo para que $\vec{F}_P$ y $\vec{F}_R$ valgan lo mismo?
27. Un trampolín de $l = 3 \text{ m}$ de longitud se apoya en un punto a una distancia de $d = 1 \text{ m}$ del extremo fijo, y una clavadista que pesa $P_C = 500 \text{ N}$ se para en el extremo libre como se muestra en la figura. El trampolín tiene sección transversal uniforme y pesa $P_T = 280 \text{ N}$.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre del trampolín, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcular la fuerza en el extremo fijo (extremo izquierdo).
- Calcular la fuerza en el apoyo.

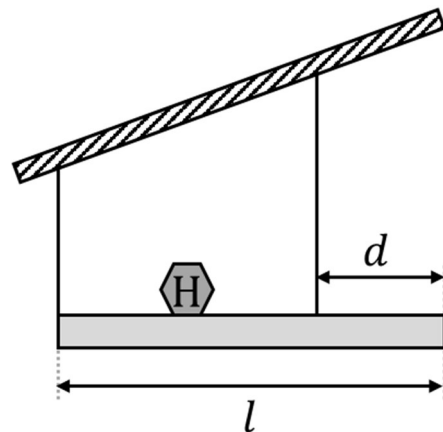


28. Una barra homogénea de longitud $L = 4 \text{ m}$ y masa $m = 50 \text{ kg}$ está sujeta a una pared mediante una articulación sin rozamiento (en el punto O) formando un ángulo $\alpha = 30^\circ$ con la horizontal y una cuerda ideal que está sujeta en el otro extremo con una inclinación $\beta = 45^\circ$ con la vertical (ver figura a la derecha).

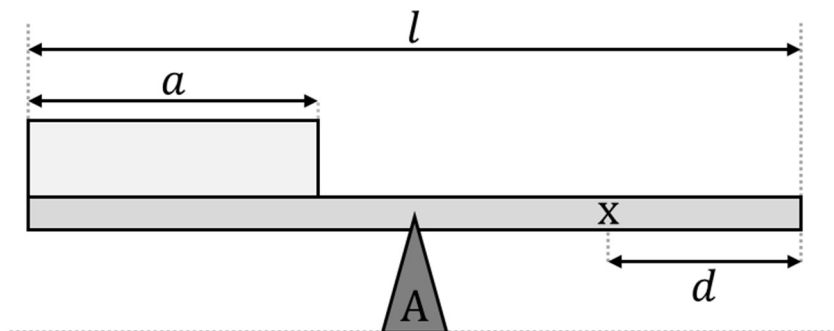
- Realizar un diagrama de cuerpo libre de la barra indicando claramente los pares de acción y reacción.
- Expresar las ecuaciones que se satisfacen en el sistema para que esté en equilibrio.
- Determinar las componentes de la reacción en la articulación y la tensión de la cuerda.



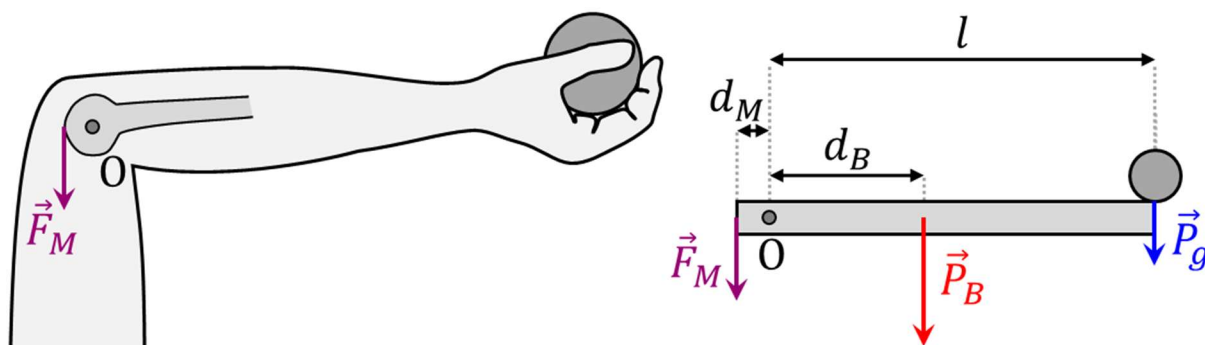
29. Una repisa uniforme de longitud $l = 60 \text{ cm}$ que pesa $P_R = 50 \text{ N}$ se sostiene horizontalmente mediante dos alambres verticales unidos al techo en pendiente, como muestra la figura. Una herramienta H muy pequeña que pesa $P_H = 25 \text{ N}$ se coloca en la repisa en medio de los puntos donde se le unen los alambres. Sabiendo que la distancia del segundo alambre a la punta de la repisa es $d = 20 \text{ cm}$,



- Dibujar un diagrama de cuerpo libre de la repisa, indicando claramente los pares de acción-reacción.
 - Calcular la tensión en cada alambre.
30. Un cajón de masa despreciable está en reposo en el extremo izquierdo de una tabla de masa $M = 25 \text{ kg}$ y de longitud $l = 2 \text{ m}$. El centro de gravedad x de la tabla no uniforme está a una distancia $d = 50 \text{ cm}$ del extremo derecho. El apoyo A de la tabla está colocado exactamente debajo de su punto medio, como se muestra en la figura. En el interior del cajón de ancho $a = 75 \text{ cm}$ se distribuye uniformemente una masa m de arena.
- Realizar un diagrama de cuerpo libre del cajón con arena y de la tabla.
 - ¿Qué masa de arena debería colocarse en el cajón para que la tabla se equilibre horizontalmente sobre el apoyo A?
 - ¿Qué fuerza ejerce el apoyo A sobre la tabla?

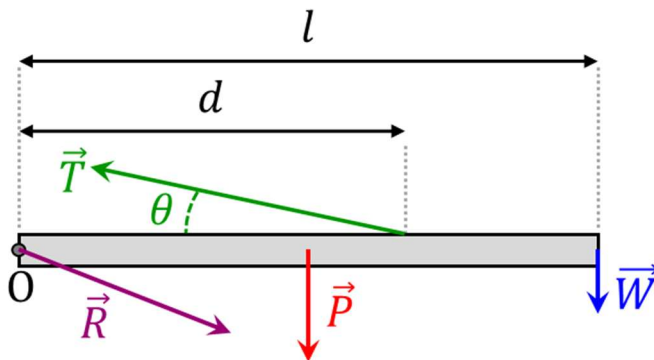


31. ¿Qué fuerza $\vec{F}_M$ debe ejercer el músculo extensor en el antebrazo sobre el brazo para sostener una pelota de gimnasia de masa $m_G = 7,3 \text{ kg}$? Suponga que el músculo extensor actúa a una distancia $d_M = 2,5 \text{ cm}$ del codo, que el antebrazo tiene una longitud total $l = 30 \text{ cm}$, una masa de $m_B = 2,3 \text{ kg}$, y su centro de gravedad está a una distancia $d_B = 12 \text{ cm}$ del codo (punto O de la figura).

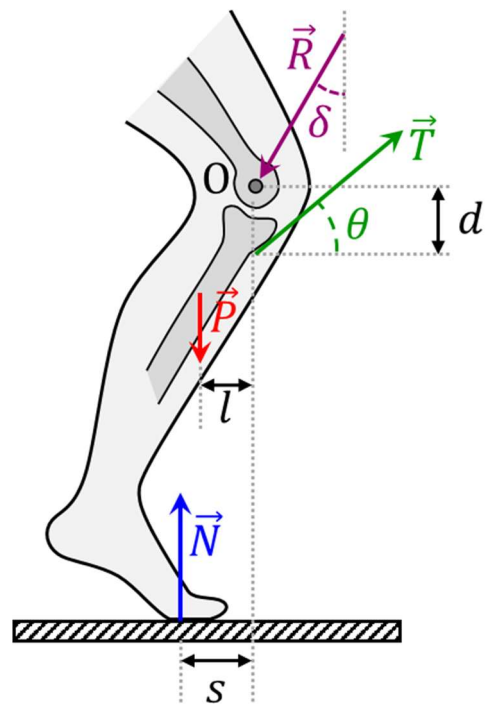


32. La columna de la persona se articula principalmente en la quinta vértebra lumbar, y la principal fuerza de soporte la proporciona el músculo espinal erector de la espalda. Para estimar la magnitud de las fuerzas involucradas, considere el esquema de fuerzas que se muestra en la figura en el cual la columna de la persona y la parte superior del cuerpo se representan como una barra horizontal uniforme de peso $P = 350\text{ N}$, que se articula en la base O de la columna sobre la cual se genera una fuerza compresiva $\vec{R}$. El músculo espinal erector, unido a un punto a una distancia d de dos tercios de camino sobre la columna, mantiene la posición de la espalda mediante una fuerza $\vec{T}$ que forma un ángulo $\theta = 12^\circ$. Si se desea levantar un objeto que tiene un peso de $W = 200\text{ N}$, encuentre:

- el módulo de la tensión $\vec{T}$ en el musculo de la espalda.
- las componentes de la fuerza compresiva $\vec{R}$ en la columna.

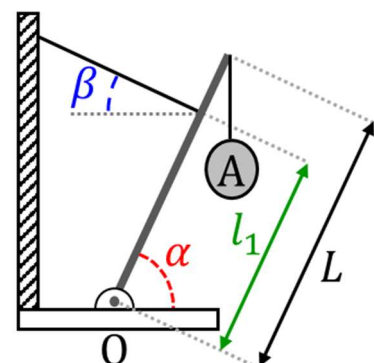


33. Una persona se mantiene en equilibrio sobre una pierna en la posición de la figura a la derecha gracias a la acción del ligamento *patelar*. A partir de las condiciones de equilibrio, tomando los momentos respecto al punto O , determinar la tensión $\vec{T}$ del ligamento, el valor y la dirección de la fuerza $\vec{R}$, considerando que la persona está en equilibrio sobre un pie (por lo que coloca todo su peso en la pierna del esquema), que $\vec{P}$ se refiere al peso de la pierna, que $\vec{T}$ actúa en un punto situado en la misma vertical del punto donde actúa la fuerza $\vec{R}$, que la masa de la persona es $M = 90\text{ kg}$, la de la pierna es $m = 9\text{ kg}$ y el ángulo indicado $\theta = 40^\circ$, y las distancias marcadas valen $s = 36\text{ cm}$, $l = 18\text{ cm}$ y $d = 4\text{ cm}$.



34. Una barra uniforme que tiene un peso de $P_C = 1200\text{ N}$ y una longitud L forma un ángulo $\alpha = 65^\circ$ con la horizontal cuando está sostenida mediante un cable inclinado un ángulo $\beta = 25^\circ$ respecto de la horizontal a una longitud $l_1 = \frac{3}{4}L$ de la columna, como se muestra en la figura. Si la columna está articulada en la parte baja, y un cuerpo A de $P_A = 2000\text{ N}$ cuelga verticalmente de una cuerda en su parte superior.

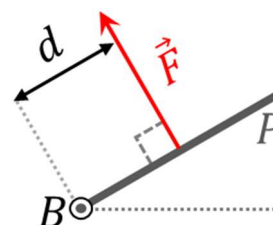
- Realizar un diagrama de cuerpo libre de la columna, indicando claramente los pares de acción-reacción.



- b. Encontrar la tensión en el cable.
- c. Encontrar las componentes vertical y horizontal de la fuerza de apoyo que ejerce el suelo sobre la columna.

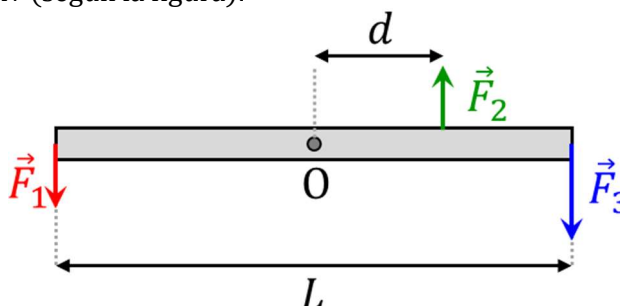
35. Una puerta P posee un momento de inercia de $I = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ respecto al eje de rotación que pasa por sus bisagras B . Si el torque esta generado por una fuerza $\vec{F}$ perpendicular a la puerta aplicada a una distancia $d = 50 \text{ cm}$ de las bisagras, como se muestra en la figura:

- a. ¿Qué torque debe aplicarse para que el sistema posea una aceleración angular de 2 rad/s^2 ?
- b. En las condiciones del ítem anterior, ¿cuál es el módulo de $\vec{F}$?
- c. Si la fuerza $\vec{F}$ obtenida en el ítem anterior se aplicase a 20 cm de las bisagras, ¿cuál sería la aceleración angular en este caso?



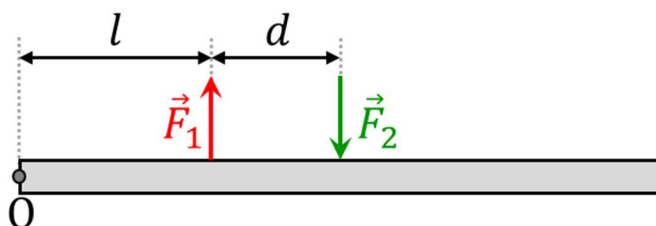
36. Una barra homogénea de longitud $L = 2 \text{ m}$ y masa $m = 1 \text{ kg}$ está clavada en la pared por su punto medio (O), de forma que puede girar libremente en torno a ese punto. Sabiendo que su momento de inercia respecto al centro de masa es $I_{CM} = \frac{1}{12} m L^2$ y que sobre él se aplican las fuerzas de módulo $F_1 = F_2 = 4 \text{ N}$ y $F_3 = 6 \text{ N}$ (según la figura):

- a. Determinar el valor de d para que el listón esté en equilibrio estático, así como el valor de la normal en el punto O .
- b. Determinar la aceleración angular inicial del listón si se duplicase el módulo de F_3 y $d = 0,75 \text{ m}$.



37. Dos fuerzas de igual magnitud y dirección opuesta que actúan sobre un objeto en dos puntos distintos forman un *par*. En la figura se muestra una varilla apoyada sobre una superficie, que puede girar alrededor el punto O en forma horizontal. Sobre la varilla de masa $M = 5 \text{ kg}$ y longitud $L = 10 \text{ m}$, actúan dos fuerzas antiparalelas de módulo $F_1 = F_2 = 8 \text{ N}$, con $\vec{F}_1$ actuando a una longitud de $l = 3 \text{ m}$. Sabiendo que el momento de inercia del disco respecto de su extremo $I = \frac{1}{3} M L^2$, responder:

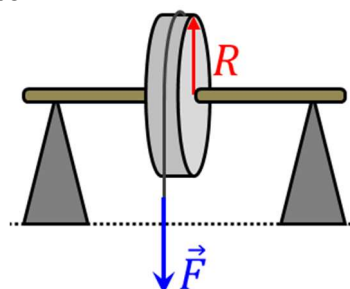
- a. ¿Qué distancia d debe haber entre las fuerzas para que produzcan un torque total de módulo $\tau = 6,4 \text{ N} \cdot \text{m}$ alrededor del extremo izquierdo de la varilla?
- b. ¿El sentido de este torque es horario o antihorario?
- c. ¿Cuál será su aceleración angular?



38. Un disco de $R = 0,5 \text{ m}$ de radio y $M = 20 \text{ kg}$ de masa puede rotar libremente alrededor de un eje horizontal fijo que pasa por su centro, como se muestra en la figura. Se aplica una fuerza

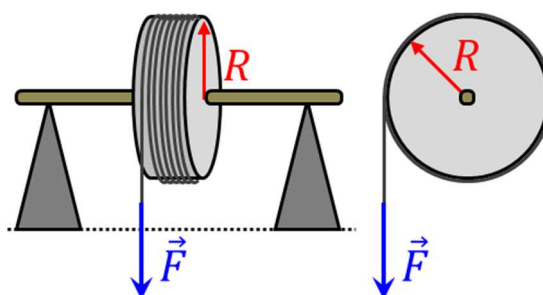
de módulo $F = 9,8 \text{ N}$ tirando de una cuerda atada alrededor del borde del disco. Sabiendo que el momento de inercia del disco respecto a su centro de masa es $I = \frac{1}{2} M R^2$:

- Realizar un diagrama de cuerpo libre del disco indicando los pares de acción y reacción.
- Determinar la resultante de las fuerzas externas sobre el disco.
- Determinar el vector torque (o momento) de cada una de las fuerzas externas que actúan sobre el disco.
- Determinar el vector aceleración angular del disco.
- Determinar el vector velocidad angular del disco a los 2 s.
- Determinar la energía cinética total del disco a los 2 s.



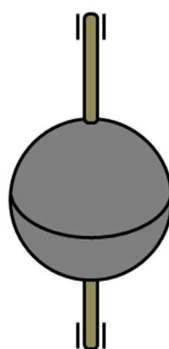
39. Un hilo de nailon ligero de $L = 4 \text{ m}$ de largo se enrolla alrededor de un carrete cilíndrico uniforme, como se esquematiza en la figura. El carrete se monta sobre un eje sin rozamiento e inicialmente está en reposo. El hilo se tira del carrete con una aceleración constante de módulo $a_t = 2,5 \text{ m/s}^2$. Sabiendo que el carrete tiene un radio $R = 0,1 \text{ m}$, una masa $M = 1 \text{ kg}$ y momento de inercia respecto a dicho eje $I = \frac{1}{2} M R^2$, responder:

- ¿Cuánto tarda el carrete en llegar a una velocidad angular $\omega = 8 \text{ rad/s}$? (Suponiendo que hay suficiente hilo en el carrete).
- ¿Hay suficiente hilo en el carrete? Justificar.

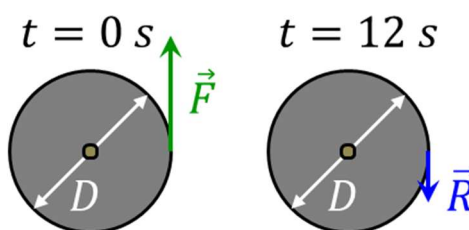


40. Una esfera maciza de diámetro $D = 0,8 \text{ m}$ y de masa $M = 2 \text{ kg}$ puede rotar alrededor de un eje fijo que pasa por su centro. En el instante inicial, se ejerce una fuerza constante de módulo $F = 9 \text{ N}$ tangencial al círculo máximo, en el ecuador de la esfera como se indica en la figura. Sabiendo que el momento de inercia respecto al eje indicado es $I = \frac{2}{5} M R^2$, calcular en $t_1 = 5 \text{ s}$:

- Su aceleración angular.
- Su aceleración tangencial.
- El ángulo que describió la esfera.
- Su momento angular.



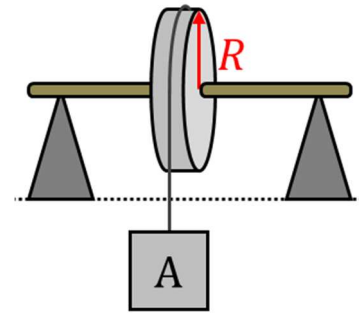
Vista superior:



- Si al cabo de $t_1 = 12 \text{ s}$ se elimina la fuerza de $\vec{F}$ y se aplica otra en el sentido opuesto a la anterior de módulo $R = 4 \text{ N}$, ¿Cuánto demora en detenerse la esfera?

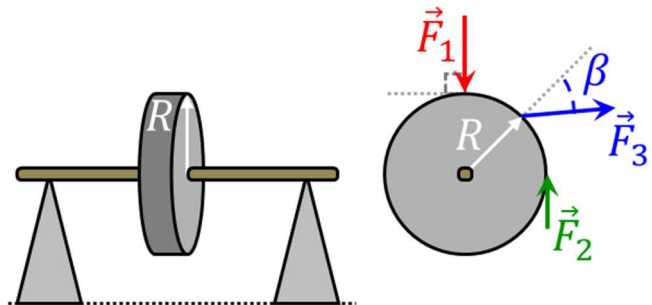
41. Considerar el sistema de la figura formado por un disco de radio $R = 0,4 \text{ m}$ y masa $M = 10 \text{ kg}$ que puede rotar libremente alrededor de un eje horizontal fijo que pasa por su centro, y un cuerpo A de masa $m = 2 \text{ kg}$ que cuelga de una cuerda. Sabiendo que el momento de inercia del disco respecto a su centro de masa es $I = \frac{1}{2} M R^2$:

- Realizar un diagrama de cuerpo libre de las masas que constituyen el sistema, indicando cuáles de las fuerzas son internas y cuáles externas.
- Determinar la resultante de las fuerzas externas sobre la masa.
- Determinar el vector torque (o momento) de cada una de las fuerzas que actúan sobre el disco.
- Determinar el vector aceleración angular del disco.



42. En un instante inicial, se aplican tres fuerzas a una rueda en reposo con radio $R = 0,35 \text{ m}$, como se indica en la figura. Una de ellas de módulo $F_1 = 11,9 \text{ N}$ es perpendicular al borde, otra de módulo $F_2 = 8,5 \text{ N}$ es tangente a éste y la tercera de módulo $F_3 = 14,6 \text{ N}$ forma un ángulo $\beta = 40^\circ$ con el radio. Sabiendo que la masa de la rueda es de $M = 5 \text{ kg}$, y que su momento de inercia respecto al eje indicado es $I = \frac{1}{2} M R^2$:

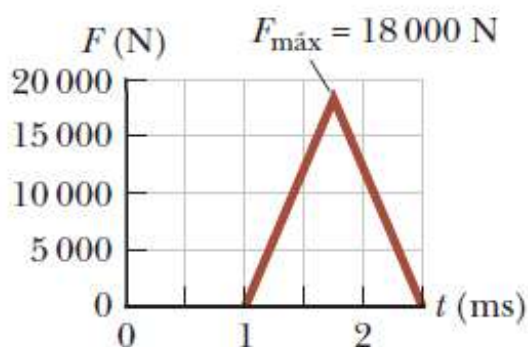
- ¿Cuál es el torque neto sobre la rueda debido a estas tres fuerzas para un eje perpendicular a la rueda y que pasa por su centro?
- ¿Cuál es la variación de velocidad angular entre el instante inicial y 1 s después de haber iniciado su movimiento de rotación?



Guía N° 6: Momento lineal y angular

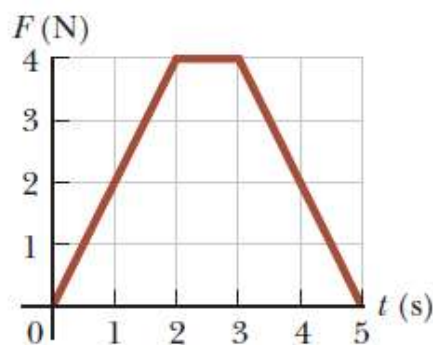
Momento lineal:

1. Una caja abierta se desliza sobre una superficie de hielo, sin fricción, de un lago congelado. ¿Qué ocurre con la velocidad de la caja conforme cae agua verticalmente dentro de la caja? Explique.
2. Usted está de pie perfectamente quieto y enseguida da un paso hacia adelante. Antes del paso su cantidad de movimiento era cero, pero después tiene cierta cantidad de movimiento. ¿En este caso se viola el principio de conservación de cantidad de movimiento? Explique su respuesta.
3. En un instante, un trineo de $17,5 \text{ kg}$ se mueve sobre una superficie horizontal de nieve a $3,50 \text{ m/s}$. El trineo se detiene después de transcurrir $8,75 \text{ s}$. Utilice el método de cantidad de movimiento para encontrar la fuerza de fricción promedio que actúa sobre el trineo mientras se mueve.
4. Una partícula de 3 kg tiene una velocidad de $(3\hat{i} - 4\hat{j}) \text{ m/s}$
 - a) Encuentre las componentes x e y de su cantidad de movimiento.
 - b) Encuentre la magnitud y dirección de su cantidad de movimiento.
5. Una niña de 45 kg está de pie sobre una tabla de 150 kg . Ambas están originalmente en reposo sobre un lago congelado que constituye una superficie plana sin fricción. La niña comienza a caminar a lo largo de la tabla con una velocidad constante de $1,50 \hat{i} \text{ m/s}$ en relación con la tabla.
 - a) ¿Cuál es la velocidad de la tabla respecto de la superficie de hielo?
 - b) ¿Cuál es la velocidad de la niña en relación con la superficie de hielo?
6. Una pelota de goma de $0,3 \text{ kg}$ se suelta desde una altura de $1,75 \text{ m}$, rebota en el piso de cemento y alcanza una altura de $1,50 \text{ m}$.
 - a) Determine la magnitud y dirección del impulso entregado a la bola por el piso.
 - b) Estime el tiempo que la bola está en contacto con el piso y utilice esta estimación para calcular la fuerza promedio que el piso ejerce sobre la bola.
7. En la figura se muestra una curva fuerza-tiempo estimada para una pelota de beisbol golpeada por un bate. A partir de esta curva, determine:
 - a) la magnitud del impulso entregado a la pelota, y
 - b) la fuerza promedio ejercida sobre la pelota.



8. La magnitud de la fuerza neta que se ejerce en la dirección x sobre una partícula de $2,50\text{ kg}$ varía en el tiempo, como se muestra en la figura. Encuentre:

- el impulso de la fuerza en el intervalo de tiempo entre 0 y 5 s,
- la velocidad final que logra la partícula si originalmente está en reposo,
- su velocidad final si su velocidad original es $22\hat{i}\text{ m/s}$, y
- la fuerza promedio ejercida sobre la partícula durante el intervalo de tiempo entre 0 y 5 s.



Momento angular:

9. Si el momento de torsión que actúa sobre una partícula respecto a un eje a través de un cierto origen es cero, ¿qué puede decir acerca de su cantidad de movimiento angular respecto a dicho eje?

10. Una bola se lanza en tal forma que no gira en torno a su propio eje. ¿Este enunciado implica que la cantidad de movimiento angular es cero respecto a un eje arbitrario? Explique.

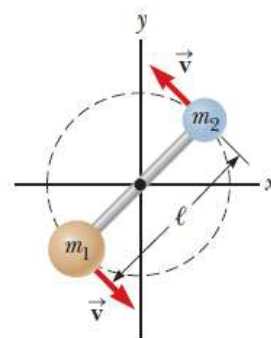
11. Dos vectores están dados por $\vec{A} = (\hat{i} + 2\hat{j})$ y $\vec{B} = (2\hat{i} + 3\hat{j})$. Encuentre:

- $\vec{A} \times \vec{B}$, y
- el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

12. Una partícula se ubica en la posición vectorial $\vec{r} = (4\hat{i} + 6\hat{j})\text{m}$, y sobre ella se ejerce una fuerza dada por $\vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j})\text{N}$.

- ¿Cuál es el momento de torsión que actúa sobre la partícula respecto al origen?
- ¿Hay otro punto respecto al cual el momento de torsión causado por esta fuerza sobre la partícula esté en la dirección opuesta con la mitad de la magnitud?
- ¿Puede haber más de uno de tales puntos?
- ¿Dicho punto puede encontrarse sobre el eje y ?
- ¿Puede haber más de uno de tales puntos sobre el eje y ?
- Determine el vector de posición de tal punto.

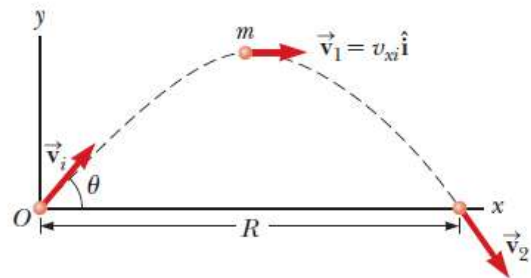
13. Una barra rígida ligera de longitud $l = 1\text{m}$ se une a dos partículas, con masas $m_1 = 4\text{kg}$ y $m_2 = 3\text{kg}$, en sus extremos. La combinación rota en el plano xy respecto a un eje a través del centro de la barra. Determine la cantidad de movimiento angular del sistema en torno al origen cuando la velocidad de cada partícula es de 5 m/s .



14. Una partícula de $1,50\text{ kg}$ se mueve en el plano xy con una velocidad $\vec{v} = (14,20\hat{i} - 3,60\hat{j})\text{ m/s}$. Determine la cantidad de movimiento angular de la partícula respecto al origen cuando su vector de posición es $\vec{r} = (11,50\hat{i} + 2,20\hat{j})\text{ m}$.

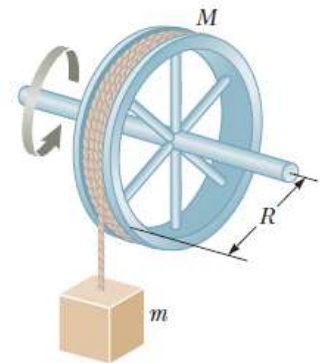
15. Una partícula de masa m se mueve en el plano xy con una velocidad $\vec{v} = (v_x\hat{i} + v_y\hat{j})$. Determine la cantidad de movimiento angular de la partícula respecto al origen cuando su vector de posición es $\vec{r} = (x\hat{i} + y\hat{j})$.

16. Un proyectil de masa m se dispara con una velocidad inicial v_i que forma un ángulo θ con la horizontal, como se muestra en la figura. El proyectil se mueve en el campo gravitacional de la Tierra. Encuentre la cantidad de movimiento angular del proyectil en torno al origen:



- cuando el proyectil está en el origen,
- cuando se ubica en el punto más alto de su trayectoria, y
- justo antes de golpear el suelo.
- ¿Qué momento de torsión hace que cambie su cantidad de movimiento angular?

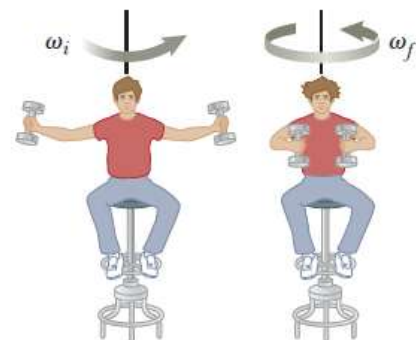
17. Un contrapeso de masa $m = 4\text{ kg}$ se une a una cuerda ligera que se enreda alrededor de una polea, como se muestra en la figura. La polea es un aro delgado de radio $R = 8\text{ cm}$ y masa $M = 2\text{ kg}$. Los rayos tienen masa despreciable.



- ¿Cuál es la magnitud del momento de torsión neto sobre el sistema respecto al eje de la polea?
- Cuando el contrapeso tiene una velocidad v , la polea tiene una velocidad angular $\omega = v/R$. Determine la magnitud de la cantidad de movimiento angular total del sistema respecto al eje de la polea.
- Utilice su resultado del inciso b) y $\tau = dL/dt$, para calcular la aceleración del contrapeso.

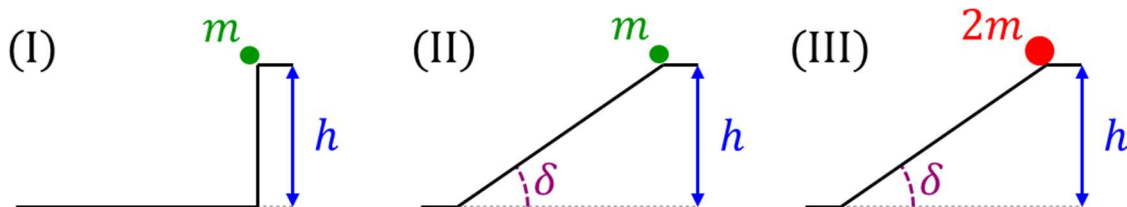
18. Una esfera sólida uniforme de radio $r = 0,5\text{ m}$ y masa $m = 15\text{ kg}$ gira contra las agujas del reloj respecto a un eje vertical a través de su centro. Encuentre su vector cantidad de movimiento angular cuando su velocidad angular es 3 rad/s .

19. Un estudiante se sienta sobre un banco rotatorio libremente sosteniendo dos mancuernas, cada una de 3 kg de masa. Cuando el estudiante extiende los brazos horizontalmente, las mancuernas están a 1 m del eje de rotación y el estudiante gira con una velocidad angular de $0,750\text{ rad/s}$. El momento de inercia del estudiante más el banco es de 3 kg m^2 y se supone constante. El estudiante lleva las mancuernas horizontalmente a una posición de $0,3\text{ m}$ del eje de rotación. Encuentre la nueva velocidad angular del estudiante.



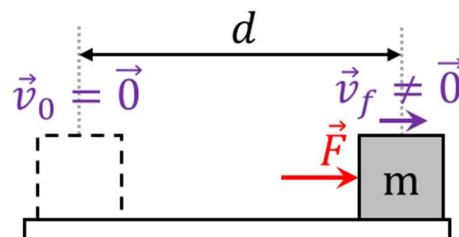
Guía N°7: Energía y transferencia – Energía potencial

- En los casos que se muestran en la figura, el objeto se suelta desde el reposo en la parte superior y no sufre rozamiento ni resistencia del aire. ¿En cuál situación, la masa tendrá:
 - mayor velocidad en la parte de inferior?
 - mayor trabajo efectuado sobre ella en el tiempo que tarda en llegar a la parte inferior?



- Un cuerpo de masa $m = 6 \text{ kg}$ se ubica a una altura $h_0 = 2,5 \text{ m}$ sobre el suelo y se suelta.
 - Determinar el trabajo realizado por la fuerza peso cuando el cuerpo ha recorrido 2 m en caída libre.
 - Determinar la variación de energía potencial gravitatoria en la misma situación.
- Un cuerpo puntual de masa $m = 3 \text{ kg}$, inicialmente en reposo, es empujado con una fuerza horizontal constante de módulo $F = 5 \text{ N}$ a lo largo de una distancia $d = 5 \text{ m}$ sobre una superficie horizontal perfectamente pulida (sin roce), como se indica en la figura.

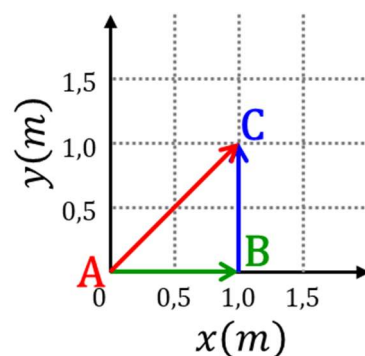
- Realizar un diagrama de cuerpo libre y determinar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas actuantes.
- Determinar la energía cinética final del cuerpo.
- Determinar la velocidad final que alcanza el cuerpo.



- Una pelota de rugby de masa $m = 800 \text{ g}$ es lanzada verticalmente desde el suelo hacia arriba a una velocidad de $v_0 = 30 \text{ m/s}$. Calcular:
 - La altura máxima que alcanza la pelota.
 - La energía mecánica a 10 m de altura.
 - La velocidad en el momento del ítem anterior.
 - Energía cinética cuando llega al suelo.

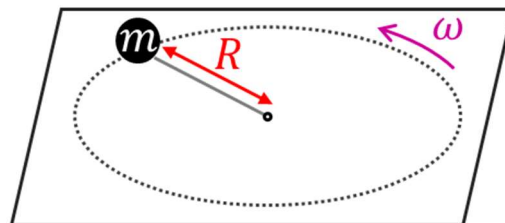
- Un objeto de masa $m = 5 \text{ kg}$ se encuentra apoyado sobre la superficie de una mesa plana horizontal, como se muestra en la figura. El coeficiente de rozamiento cinético entre el objeto y la mesa es de $\mu_c = 0,43$. Determinar el trabajo realizado por el rozamiento cuando el objeto se mueve a lo largo de cada uno de los siguientes caminos:

- de A hasta B y desde B hasta C.
- de A hasta C a lo largo de la recta oblicua.

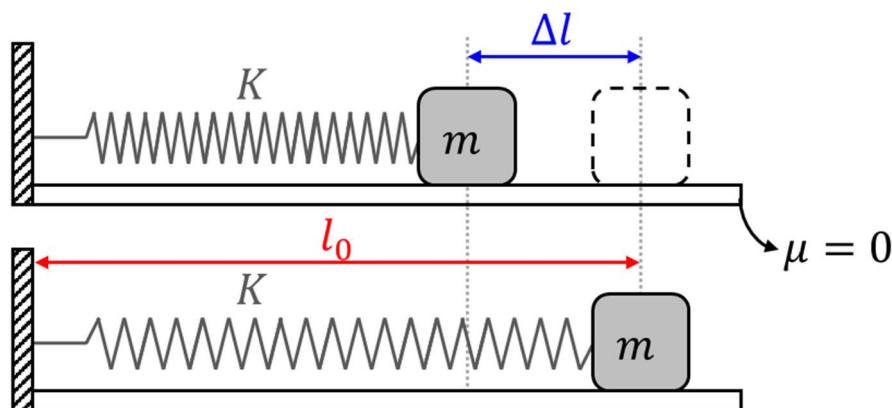


6. Un cuerpo de masa $m = 300\text{ g}$ atado a una cuerda de $R = 50\text{ cm}$ de longitud gira con un movimiento circular uniforme en un plano horizontal con velocidad angular de $\omega = 60\text{ rpm}$ como se muestra en la figura.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre de la situación.
- Determinar el trabajo realizado por cada una de las fuerzas actuantes.
- Determinar el trabajo de la fuerza resultante. Justificar.

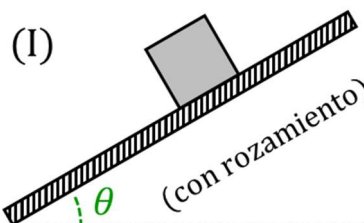


7. Un bloque apoyado sobre una mesa sin rozamiento está sujeto a un resorte horizontal de constante elástica $K = 400\text{ N/m}$. El bloque se encuentra comprimiendo el resorte una longitud $\Delta l = 5\text{ cm}$ desde su posición de equilibrio (ver figura siguiente). Determinar el trabajo que realiza el resorte para llevar al bloque hasta la posición de equilibrio.



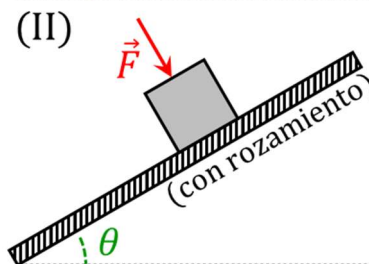
8. Se tiene una masa puntual con masa $m = 4\text{ kg}$ en un plano inclinado con un ángulo $\alpha = 30^\circ$. Entre la masa y el plano existe rozamiento de coeficientes estático $\mu_e = 0,3$ y cinético $\mu_c = 0,12$.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre (figura I) y deducir si la masa se desliza por el plano. En caso afirmativo, calcular la aceleración con la que bajaría.



Si se aplica ahora una fuerza $\vec{F}$ perpendicular al plano (figura II):

- Calcular el módulo F necesario para que la masa baje con velocidad constante.
- Calcular el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan cuando la masa ha bajado una distancia $d = 0,8\text{ m}$.



9. Un objeto de masa $m = 3\text{ kg}$ tiene una velocidad inicial $\vec{v}_0 = (6\vec{i} - 2\vec{j})\text{ m/s}$.

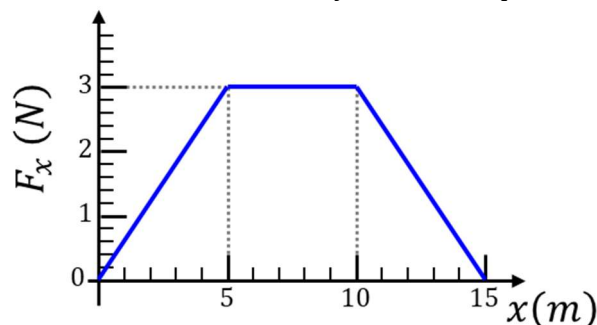
- ¿Cuál es su energía cinética en este momento?
- ¿Cuál es el trabajo neto desarrollado sobre el objeto si su velocidad cambia a $\vec{v}_f = (8\vec{i} + 4\vec{j})\text{ m/s}$?

10. La fuerza que actúa en una partícula es $F(x) = (8 \text{ m}^{-1} \cdot x - 16) \text{ N}$, donde x está en metros.

- Grafique esta fuerza en función de x , desde $x = 0 \text{ m}$ hasta $x = 3 \text{ m}$.
- A partir de su gráfica, encuentre el trabajo neto realizado por esta fuerza sobre la partícula conforme se traslada de $x = 0 \text{ m}$ a $x = 3 \text{ m}$

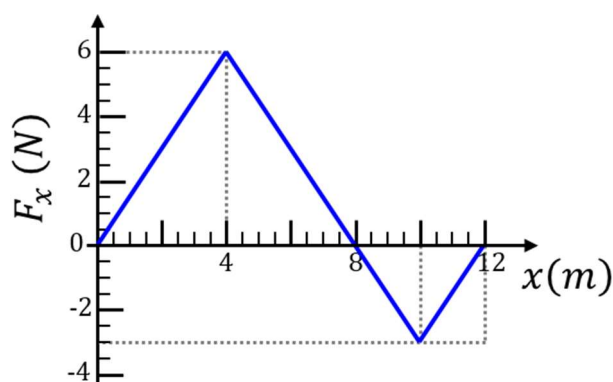
11. Una partícula de $M = 4 \text{ kg}$ se somete a una fuerza neta F_x que varía con la posición, como se muestra en la gráfica. La partícula comienza a moverse en $x = 0 \text{ m}$, muy cerca del reposo.

- Encuentre el trabajo desarrollado por la fuerza sobre la partícula en los tres tramos siguientes: de $x = 0 \text{ m}$ a $x = 5 \text{ m}$, de $x = 5 \text{ m}$ a $x = 10 \text{ m}$, y de $x = 10 \text{ m}$ a $x = 15 \text{ m}$.
- ¿Cuál es el trabajo total desarrollado por la fuerza en la distancia $x = 0 \text{ m}$ a $x = 15 \text{ m}$?
- ¿Cuál es su velocidad en $x = 5 \text{ m}$, $x = 10 \text{ m}$ y $x = 15 \text{ m}$?



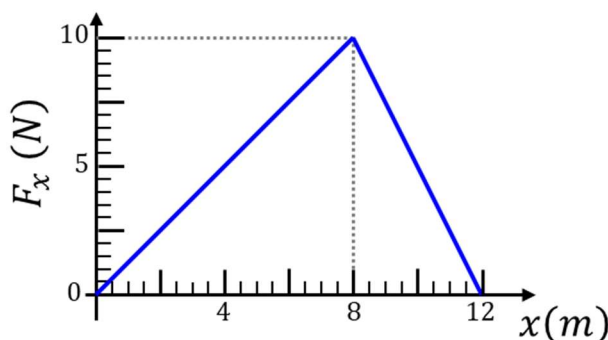
12. Una partícula de masa $M = 2 \text{ kg}$ se somete a una fuerza neta F_x que varía con la posición, como se muestra en la gráfica. La partícula comienza a moverse en $x = 0 \text{ m}$, muy cerca del reposo.

- Encuentre el trabajo desarrollado por la fuerza sobre la partícula en los tres tramos siguientes: de $x = 0 \text{ m}$ a $x = 4 \text{ m}$, de $x = 4 \text{ m}$ a $x = 10 \text{ m}$, y de $x = 10 \text{ m}$ a $x = 12 \text{ m}$.
- ¿Cuál es el trabajo total desarrollado por la fuerza en la distancia $x = 0 \text{ m}$ a $x = 12 \text{ m}$?
- ¿Cuál es la velocidad de la partícula en $x = 4 \text{ m}$, $x = 10 \text{ m}$, y $x = 12 \text{ m}$?

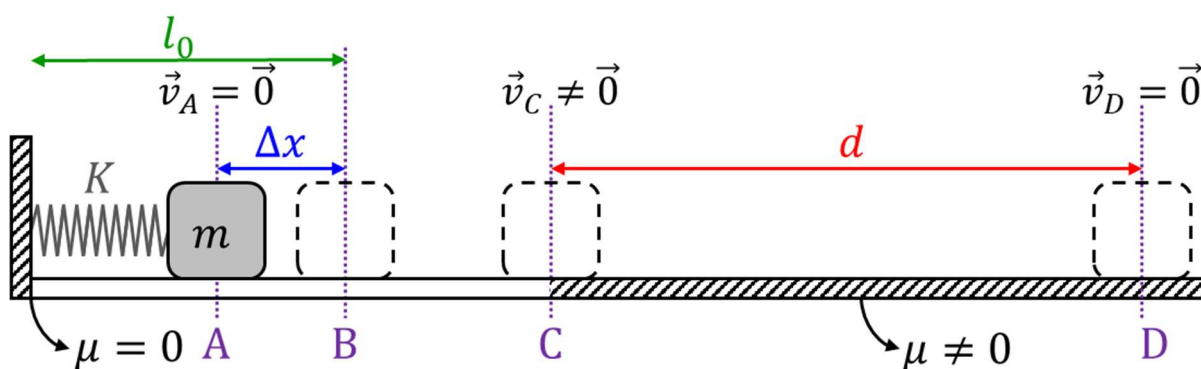


13. Una niña aplica una fuerza paralela al eje x a un trineo de masa $M = 10 \text{ kg}$ que se mueve sobre la superficie congelada de un estanque pequeño. La niña controla la velocidad del trineo, y la componente x de la fuerza que aplica varía con la coordenada x del trineo, como se muestra en la gráfica.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre del trineo y la niña indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Calcule el trabajo efectuado por la niña cuando el trineo se mueve en los dos siguientes tramos: de $x = 0 \text{ m}$ a $x = 8 \text{ m}$ y de $x = 8 \text{ m}$ a $x = 12 \text{ m}$.
- Calcule el trabajo total efectuado por el trineo (de $x = 0 \text{ m}$ a $x = 12 \text{ m}$.)



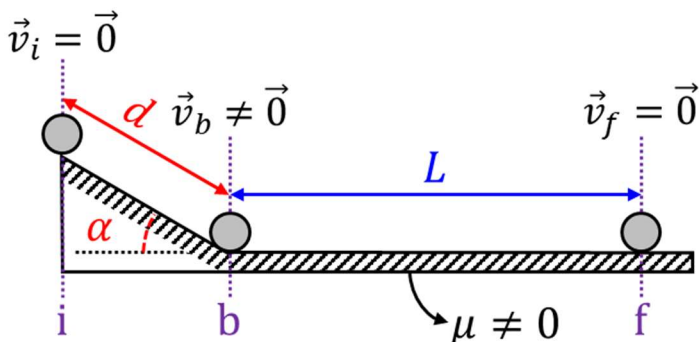
14. En una pista de hielo horizontal, prácticamente sin rozamiento, una patinadora que se mueve a una velocidad de $v_0 = 3 \text{ m/s}$ se encuentra una zona áspera que reduce su velocidad en un 45% debido a una fuerza de rozamiento que es del 25% del peso de la patinadora. Mediante el teorema del trabajo y la energía determinar la longitud de la zona áspera.
15. ¿Cuántos Joules de energía consume una bombilla eléctrica de 100 watts cada hora? ¿Con qué rapidez tendría que correr una persona de 70 kg para tener esa cantidad de energía cinética?
16. Una piedra de masa $m = 20 \text{ kg}$ se desliza por una superficie horizontal áspera comenzando con una velocidad inicial del $v_0 = 8 \text{ m/s}$ y finalmente se detiene debido al rozamiento. El coeficiente de rozamiento cinético entre la piedra y la superficie es de $\mu_c = 0,2$. ¿Cuánta potencia térmica media se produce al detenerse la piedra?
17. Un insecto volador común aplica una fuerza media igual al doble de su peso durante cada aleteo hacia abajo cuando está suspendido en el aire. Suponga que la masa del insecto es $m = 10 \text{ g}$ y que las alas recorren una distancia media vertical $d = 1 \text{ cm}$ en cada aleteo. Suponiendo 100 aleteos por segundo, estime el gasto medio de potencia del insecto.
18. En un tiempo t_i , la energía cinética de una partícula es 30 J y la energía potencial del sistema al que pertenece es 10 J . En un tiempo posterior t_f , la energía cinética de la partícula es 18 J .
- Si solo fuerzas conservativas actúan sobre la partícula, ¿cuáles son la energía potencial y la energía total en el tiempo t_f ?
 - Si la energía potencial del sistema en el tiempo t_f es 5 J , ¿existen fuerzas no conservativas que actúan sobre la partícula? Explique.
 - Para su respuesta planteada en ítem anterior, ¿sería posible, con los datos del problema, evaluar los trabajos de los distintos tipos de fuerzas (conservativas, no conservativas, y resultante) que intervienen? ¿Qué valores le asignaría?
19. Una masa $m = 1 \text{ kg}$ comprime un resorte de constante elástica $K = 98 \text{ N/m}$ desde su posición de equilibrio B, una longitud $\Delta x = 0,4 \text{ m}$. La masa se libera en el punto A, y se despegará del resorte cuando éste haya recobrado su longitud de equilibrio l_0 , en el punto B. Luego entra en contacto con una pista rugosa sobre la cual recorre una distancia $d = 2 \text{ m}$ hasta detenerse completamente, según muestra la figura a continuación:



- ¿Cuál es la energía que tiene el cuerpo, mientras éste comprime al resorte la longitud Δx ?
- ¿Cuál es la velocidad del cuerpo cuando el resorte recupera su longitud de equilibrio en B?
- ¿Es posible emplear la dinámica de movimientos rectilíneos para responder el ítem anterior? Justificar.
- Hallar el valor del coeficiente de rozamiento cinético μ_c entre la pista rugosa y la masa.

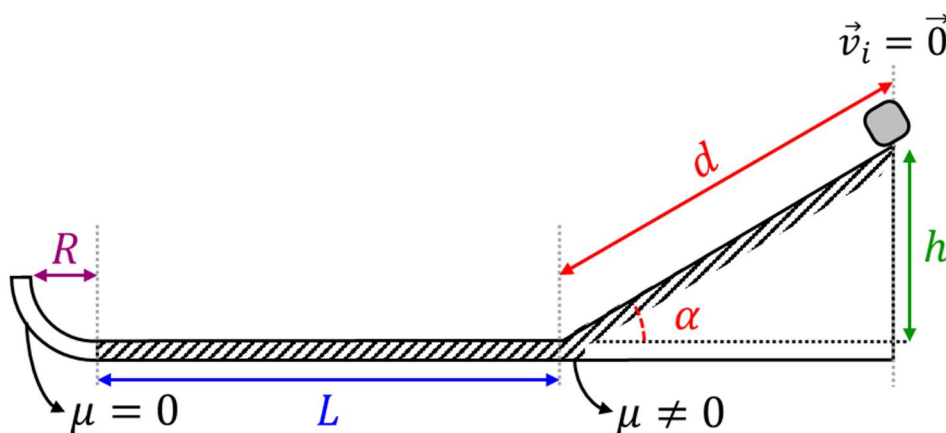
20. Dada la pista de la figura, formada por un tramo inclinado con un ángulo de $\alpha = 30^\circ$ y una altura $h = 6 \text{ m}$, y luego un tramo horizontal. Una masa considerada puntual de $m = 2 \text{ kg}$ se sitúa sobre el extremo del plano inclinado y se deja caer por la pista. Si el coeficiente de rozamiento cinético es $\mu_c = 0,2$. Calcular:

- El trabajo de la fuerza de rozamiento sobre el plano inclinado.
- La energía cinética y la velocidad v_b en el momento que abandona el plano inclinado.
- La distancia L que recorre en el segmento horizontal hasta frenarse.



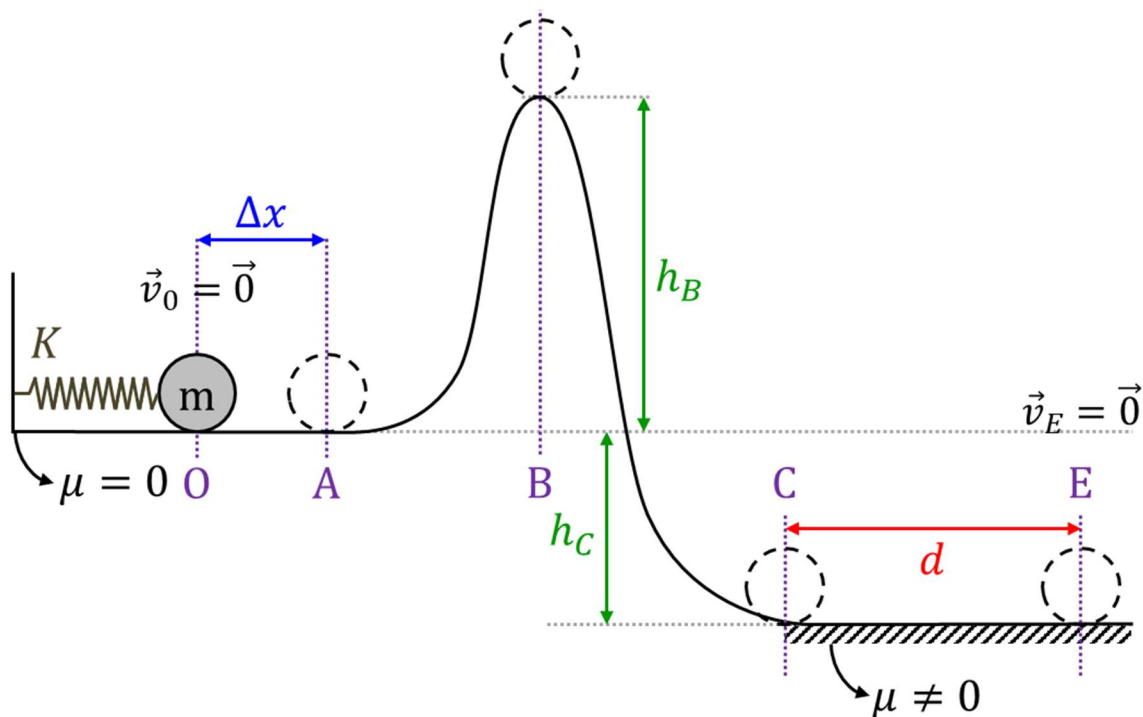
21. La pista de la figura está formada por un tramo inclinado con un ángulo $\alpha = 30^\circ$ y una altura $h = 2 \text{ m}$, un tramo horizontal de longitud $L = 0,2 \text{ m}$ y un cuadrante circular de radio $R = h/3$. Una masa considerada puntual de $m = 3 \text{ kg}$ se sitúa sin velocidad inicial sobre el extremo del plano inclinado y cae por la pista. Entre la masa y los dos tramos rectilíneos hay rozamiento con coeficiente cinético $\mu_c = 0,2$ y en el tramo curvo no hay rozamiento ($\mu = 0$).

- Calcular el trabajo de la fuerza de rozamiento desde la situación inicial hasta que la masa abandona la pista.
- Calcular la velocidad de la masa cuando abandona la pista.



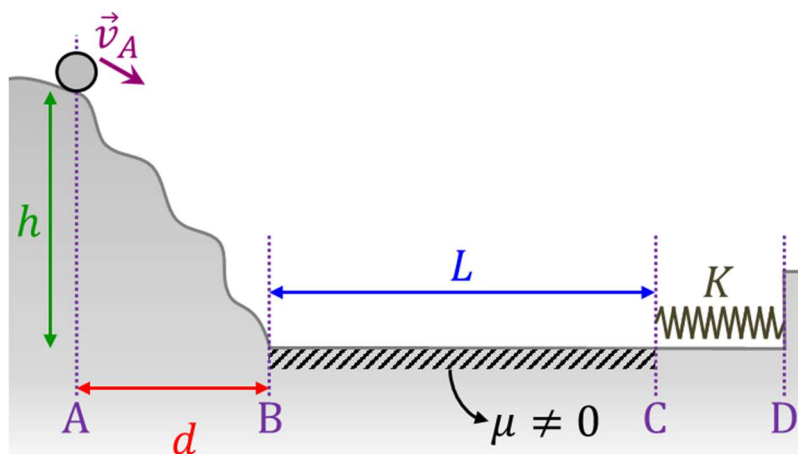
22. La masa $M = 40 \text{ g}$ comprime al resorte de constante elástica $K = 320 \text{ N/m}$ una longitud $\Delta x = 19 \text{ cm}$. Cuando M se deja libre, puede deslizarse por la pista curva de la figura sin desprenderse de la misma y sin rozamiento (el tramo comprendido entre A y C). La masa M llega al punto B con velocidad de módulo $v_B = 3,1 \text{ m/s}$. Entre los puntos C y E que se encuentran a una altura de $h_C = 1,5 \text{ m}$ por debajo del punto de partida, que están a una distancia d entre sí, el tramo horizontal tiene rozamiento (con coeficiente $\mu_d = 0,25$). La masa se detiene en el punto E.

- ¿Cuál es el valor de h_B ?
- ¿Cuál es la velocidad cuando llega al punto C?
- ¿Cuál es el valor de d ?



23. Una piedra de masa $m = 15 \text{ kg}$ baja deslizándose una montaña nevada, partiendo del punto A de altura $h = 20 \text{ m}$ y distancia $d = 15 \text{ m}$ con una velocidad de módulo $v_A = 10 \text{ m/s}$. Luego recorre una distancia $L = 100 \text{ m}$ en el terreno plano chocando con un resorte muy largo y sin masa ($K = 2 \text{ N/m}$) en el punto C, como se esquematiza en la figura. Considerando que no hay rozamiento en la montaña (entre los puntos A y B) pero sí en el terreno plano en su base (entre el punto B y la pared D), con coeficientes de rozamiento cinético $\mu_c = 0,2$ y estático $\mu_e = 0,8$ entre la piedra y el suelo.

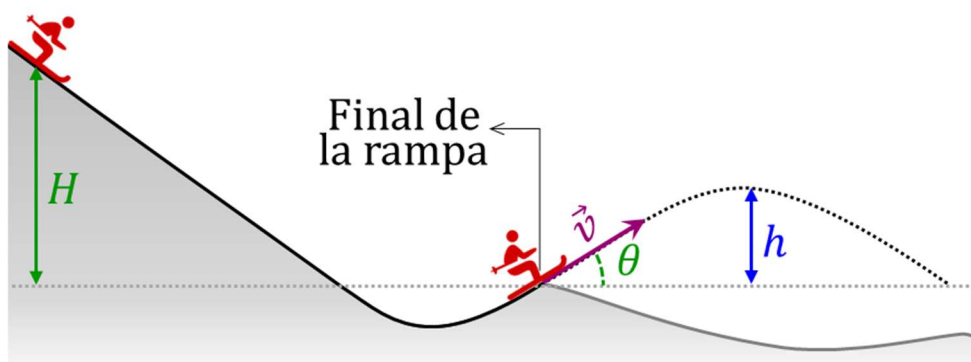
- ¿Qué velocidad tiene la piedra al llegar al punto B?
- ¿Qué distancia comprimirá la piedra al resorte?
- ¿La piedra se moverá otra vez después de haber sido detenida por el resorte?



24. Un esquiador de masa $m = 60 \text{ kg}$ parte desde el reposo en una altura $H = 20 \text{ m}$ arriba del final de una rampa de salto de esquí (con rozamiento despreciable) y abandona la misma con un ángulo $\theta = 28^\circ$, como indica la figura.

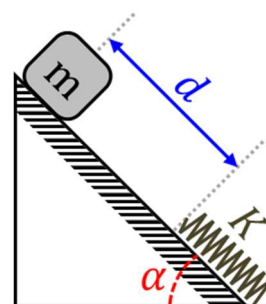
- ¿Cuál es la altura máxima h de este salto con respecto al nivel del final de la rampa?

- b. Si el esquiador aumentara su peso colocándose un mochila cargada con 10 kgf , ¿la altura h sería mayor, menor o la misma? Justifique su respuesta.



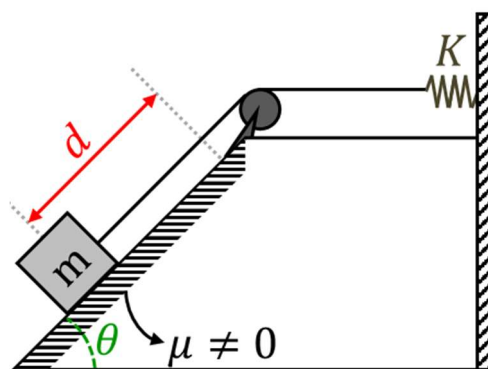
25. Un paquete de masa $m = 2\text{ kg}$ se suelta en un plano inclinado con pendiente $\alpha = 53,1^\circ$, a una distancia $d = 4\text{ m}$ de un resorte largo de masa despreciable y constante elástica $K = 120\text{ N/m}$ que está sujeto a la base de la pendiente, como se muestra en la figura. Si los coeficientes de rozamiento entre el paquete y el plano son $\mu_c = 0,2$ y $\mu_e = 0,4$:

- ¿Qué velocidad tiene el paquete justo antes de llegar al resorte?
- ¿Cuál es la compresión máxima del resorte?
- Al rebotar el paquete hacia arriba, ¿cuánto se acerca a su posición inicial?



26. Un bloque de masa $m = 2\text{ kg}$ situado sobre una pendiente rugosa que forma un ángulo $\theta = 37^\circ$ respecto de la horizontal, se conecta a un resorte de masa despreciable (que tiene una constante de resorte de $K = 100\text{ N/m}$) mediante una polea ideal como se presenta en la figura. El bloque se suelta desde el reposo cuando el resorte no está deformado. El bloque se mueve una distancia $d = 20\text{ cm}$ hacia abajo de la pendiente antes de detenerse.

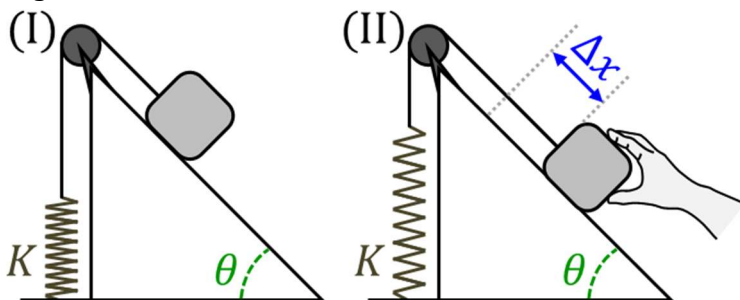
- Realizar un diagrama de cuerpo libre del bloque, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Usando conceptos de energía mecánica total y de fuerzas no conservativas, encontrar el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la pendiente.
- A partir de los resultados anteriores, ¿qué velocidad tiene el bloque a mitad de recorrido?



27. Un bloque de masa $m = 20\text{ kg}$ está conectado por una cuerda sin masa que pasa sobre una polea liviana y sin rozamiento, a un resorte de masa despreciable de constante elástica $K = 250\text{ N/m}$ sujeto al piso. Considerar que el sistema está en equilibrio cuando el bloque está en reposo sobre la superficie inclinada un ángulo $\theta = 40^\circ$ con la horizontal y sin rozamiento, como se muestra en la figura (I). El bloque se tira hacia abajo, desplazándose una distancia $= 20\text{ cm}$ por el plano inclinado, y se suelta desde el reposo, figura (II).

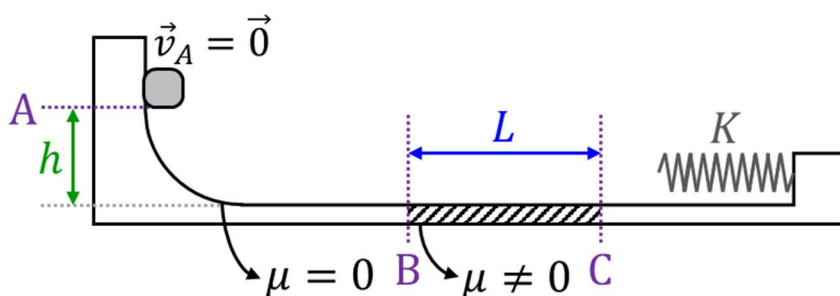
- Realizar un diagrama de cuerpo libre indicando claramente los pares de acción-reacción del bloque es el instante de la figura (II), cuando se lo sostiene desplazado la distancia Δx .

- b. Una vez soltado desde el reposo, encontrar la velocidad del bloque cuando vuelve a pasar por su posición de equilibrio original.
- c. Encontrar la variación de energía potencial gravitatoria para el sistema (bloque-tierra) y la variación de la energía potencial elástica (resorte ligado) en el proceso descrito.



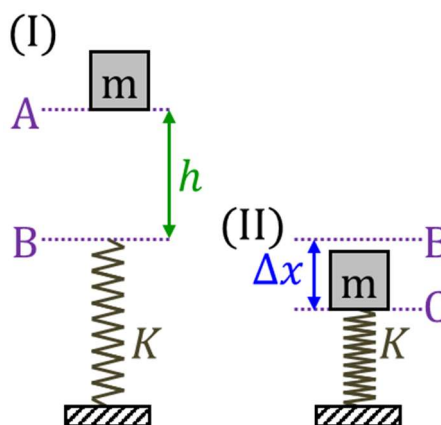
28. Un bloque de masa $m = 10 \text{ kg}$ se libera desde el punto A a una altura $h = 3 \text{ m}$ en la pista de la figura. El bloque viaja por la pista hasta golpear un resorte con constante elástica $K = 2250 \text{ N/m}$ comprimiéndolo una distancia $\Delta x = 0,3 \text{ m}$ desde su posición de equilibrio antes de llegar al reposo momentáneamente. Sabiendo que la pista no tiene rozamiento excepto por la porción entre los puntos B y C de longitud de $L = 6 \text{ m}$:

- Determinar la velocidad del bloque en B.
- Determinar la velocidad del bloque un instante antes de que se vincule al resorte.
- Determinar el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie rugosa entre B y C.
- Determinar la variación de energía mecánica total del sistema entre el punto de partida A y el punto final, donde el bloque se detiene.



29. Un objeto de masa $m = 1,50 \text{ kg}$ se mantiene a una altura $h = 1,20 \text{ m}$ sobre un resorte vertical relajado sin masa con una constante elástica $K = 320 \text{ N/m}$, ver figura (I). Se deja caer el objeto sobre el resorte desde el reposo comprimiéndolo una longitud Δx , como se indica en la figura (II).

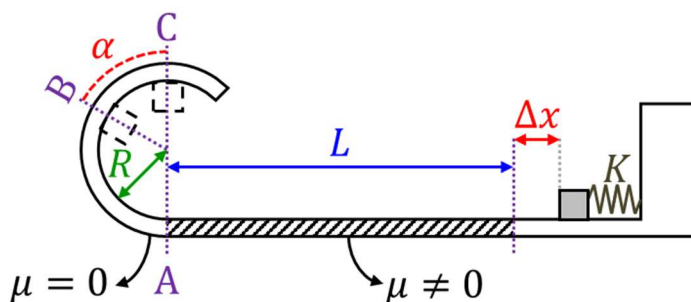
- En ausencia de fuerzas de rozamiento, ¿cuánto comprime al resorte?
- Suponga ahora que una fuerza de resistencia del aire actúa sobre el objeto durante su movimiento, si su módulo es constante de $F_R = 0,7 \text{ N}$. ¿Cuánto se comprime el resorte en esta situación?



30. Un bloque de dimensiones despreciables y masa $m = 0,3 \text{ kg}$ se empuja contra un resorte de constante elástica $K = 1200 \text{ N/m}$ comprimiéndolo una longitud Δx , como se muestra en la figura. Cuando se libera el sistema, el bloque recorre una longitud $L = 3 \text{ m}$ por una superficie

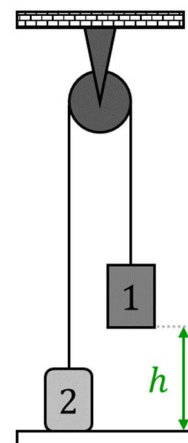
horizontal con rozamiento ($\mu_c = 0,4$) hasta llegar al bucle de radio $R = 0,6 \text{ m}$ por el que asciende sin rozamiento. La velocidad con la que el bloque llega al punto A es $v_A = 15 \text{ m/s}$.

- Calcular la compresión inicial Δx del resorte.
- Calcular la velocidad del bloque en el punto B ($\alpha = 60^\circ$).
- Expresar las componentes normal y tangencial de la aceleración del bloque en el punto B.
- Calcular la velocidad del bloque en el punto C. ¿Es este valor suficiente para que el bloque continúe por el bucle circular?

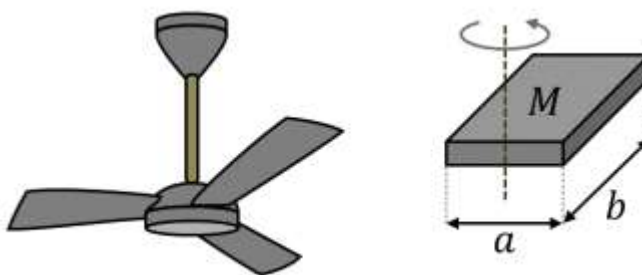


31. El sistema de la figura está inicialmente en reposo. El bloque 1 de masa $m_1 = 30 \text{ kg}$ está a una altura $h = 2 \text{ m}$, mientras que el bloque $m_2 = 20 \text{ kg}$ está en contacto con el suelo. La polea es un disco uniforme de radio $R = 10 \text{ cm}$ de y masa $M = 5 \text{ kg}$. Sabiendo que el momento de inercia del disco respecto a su centro de masa es $I = \frac{1}{2} M R^2$ y suponiendo que la cuerda no resbala sobre la polea, aplicando los conceptos de trabajo y energía encontrar:

- La velocidad del bloque 1 justo antes de tocar el suelo.
- La velocidad angular de la polea en ese instante.
- Las tensiones en la cuerda.
- El tiempo que tarda el bloque 1 en tocar el suelo.



32. Se apaga un ventilador cuando está girando a $\omega_0 = 850 \text{ rev/min}$, dando 1350 revoluciones antes de llegar a detenerse. Suponiendo que el ventilador está formado por 3 aspas de masa $M = 0,5 \text{ kg}$ cada una, que pueden ser consideradas como placas rectangulares de lados $a = 15 \text{ cm}$ y $b = 60 \text{ cm}$ cuyo momento de inercia respecto al eje indicado es $I = \frac{M}{12} a^2 + \frac{M}{3} b^2$, según la figura.



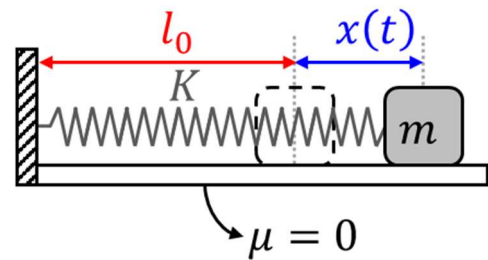
- ¿Cuál es la aceleración angular del ventilador si se supone constante?

- b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?
- c) Encontrar la variación de energía cinética de rotación desde el instante inicial hasta que se detiene.

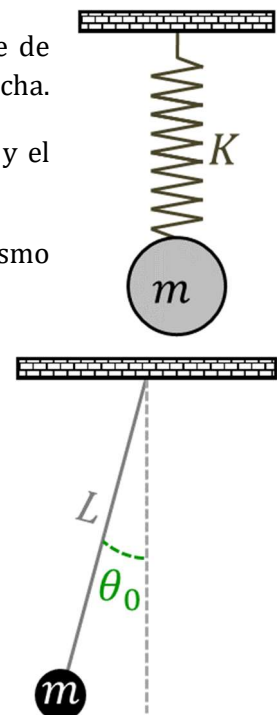
Guía N°8: Movimiento Oscilatorio

1. Sobre una mesa horizontal sin rozamiento se mueve una masa sujeta a un resorte de manera que su posición en función del tiempo está dada por:

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} \text{ con } x(t) = 20 \text{ cm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{5} \text{ s}^{-1} \cdot t\right)$$



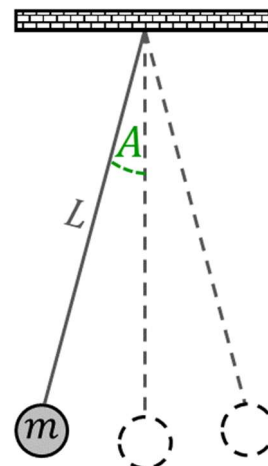
- a. Calcular la posición de la masa en los instantes: $t = 0 \text{ s}$, $t = T/4$, $t = T/2$ y $t = 3/4 T$.
 - b. Escribir la expresión de la velocidad de la masa en función del tiempo.
 - c. ¿En qué puntos de la trayectoria ocurre la máxima velocidad y cuánto vale ésta? ¿y la mínima velocidad?
 - d. Escribir la expresión de la aceleración de la masa en función del tiempo.
 - e. ¿En qué puntos de la trayectoria ocurre la máxima aceleración y cuánto vale ésta? ¿y la mínima aceleración?
2. Una partícula oscila en un movimiento armónico simple con frecuencia $f = 0,1 \text{ Hz}$ y amplitud $A = 3 \text{ mm}$. Si su fase inicial es $\varphi = 4 \text{ rad}$, determinar:
 - a. La posición, velocidad y aceleración para $t = 2,5 \text{ s}$.
 - b. La posición, velocidad y aceleración para $t = 5 \text{ s}$.
 - c. Las velocidades y las aceleraciones en las posiciones extremas del movimiento.
 - d. Las velocidades y las aceleraciones para el punto central del movimiento ($x = 0 \text{ cm}$).
 3. Una masa de $m = 2 \text{ kg}$ está suspendida verticalmente de un resorte de constante elástica $K = 98 \text{ N/m}$, como se presenta en la figura a la derecha.
 - a. Hallar la frecuencia angular ω para el movimiento de esta masa y el correspondiente período T de oscilación.
 - b. ¿Qué valor tendrá la masa de otro cuerpo suspendido del mismo resorte si el período de su movimiento es de $T = 1,3 \text{ s}$?
 4. En la figura se representa un péndulo simple de longitud L , del cual se mide que efectúa 25 oscilaciones en un tiempo de 59,5 s.
 - a. ¿Cuánto vale la longitud L del péndulo?
 - b. Si cuando se suelta el péndulo el ángulo que forma el hilo con la vertical es de $\theta_0 = 5^\circ$, describir la posición $\theta(t)$ del péndulo en función del tiempo.
 - c. Describir la velocidad del péndulo en función del tiempo.



5. Una persona ve que un balde colgado de una soga tiene un movimiento pendular con un período $T = 6 \text{ s}$. Suponiendo que la masa del balde está concentrada en el punto inferior de la soga: ¿Qué longitud posee la soga?

6. Un péndulo simple tiene una longitud $L = 1,25 \text{ m}$ y la masa suspendida es de $m = 30 \text{ g}$. Sabiendo que su ángulo máximo respecto de la vertical es de $A = \pi/18 \text{ rad}$.

- Calcular la energía mecánica total de este péndulo.
- Comparar dicho valor de energía con la energía potencial gravitatoria que tiene el péndulo en el punto más alto de su trayectoria.
- Calcular la energía cinética que tiene la masa cuando el ángulo del hilo con la vertical es de $\pi/36 \text{ rad}$.



7. Para una masa describe un movimiento armónico simple horizontal, analizar:

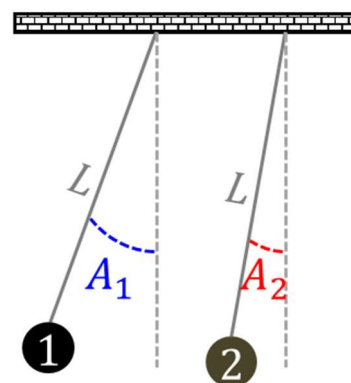
- Cuando su elongación es la mitad de la amplitud máxima, ¿qué proporción de su energía es cinética y cuánta es potencial?
- ¿Para qué elongación la energía es mitad cinética y mitad potencial?

8. Un objeto se encuentra unido a un resorte de constante elástica $K = 2000 \text{ N/m}$ sobre una superficie horizontal sin rozamiento. El objeto oscila según un movimiento armónico simple de amplitud $A = 6 \text{ cm}$ y la velocidad máxima que alcanza es $v_{\max} = 2,2 \text{ m/s}$.

- Determinar la frecuencia angular ω del movimiento, la masa m de $v_{\max} = 2,2 \text{ m/s}$ el objeto y la aceleración máxima a la que se ve sometido.
- Expresar las ecuaciones de la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo
- Determinar la energía cinética y la energía potencial en función del tiempo del objeto. ¿Cuál es la energía total del movimiento?
- Si en un instante t_* dado la energía potencial elástica es $E_p(t_*) = 1,6 \text{ J}$, ¿cuál es la posición de la masa $x(t_*)$ y el módulo de la velocidad $v(t_*)$ en dicho instante?

9. Dos relojes tienen péndulos simples de idéntica longitud L . El reloj de péndulo 1 oscila con un ángulo máximo de $A_1 = 10^\circ$, mientras que el reloj de péndulo 2 oscila con un ángulo máximo de $A_2 = 5^\circ$. Cuando se comparan los dos relojes, uno encuentra que:

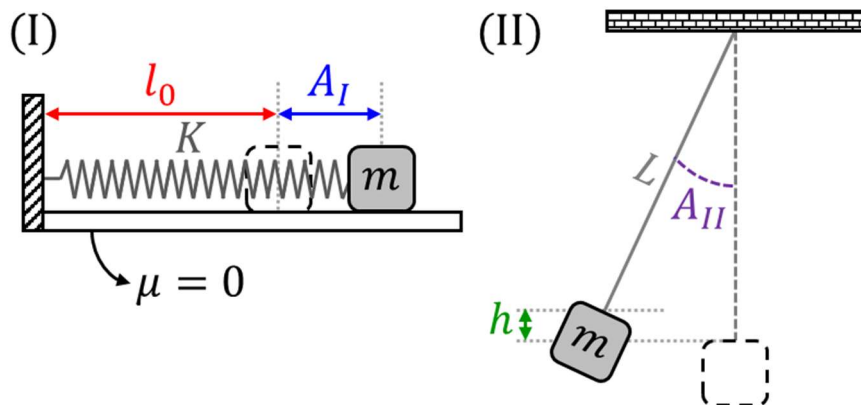
- ☐ 1 atrasa con respecto a 2.
- ☐ 1 adelanta con respecto a 2.
- ☐ ambos relojes están sincronizados correctamente.



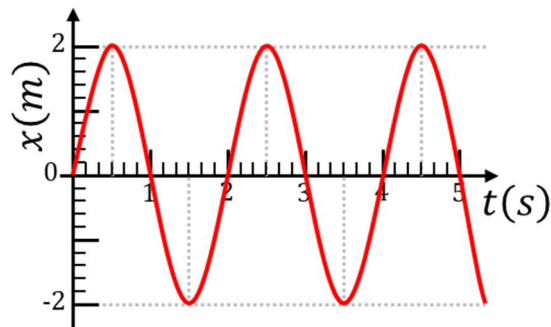
10. Un sistema masa-resorte posee un periodo $T = 1 \text{ s}$, una amplitud $A_f = 0,1 \text{ m}$ y una energía cinética máxima $E_{c\max} = 10 \text{ J}$. La misma masa m luego se suspende de una cuerda para generar un péndulo simple. Si para el péndulo la $v_{\max} = 0,3 \text{ m/s}$. Determinar:

- La altura máxima h que alcanza la masa respecto a su posición de equilibrio en el péndulo.

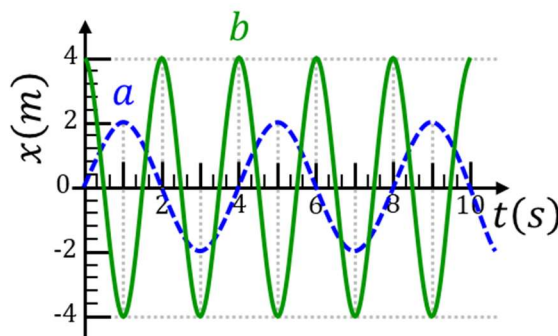
- b. La constante elástica K del resorte.
- c. La masa m del objeto.



11. Un objeto sujeto a un resorte vibra con un movimiento armónico simple como se describe en la figura.
- a. ¿Cuál es la amplitud, el período, y la frecuencia angular de este movimiento?
 - b. ¿Cuánto valen los módulos de su velocidad y aceleración máximas?
 - c. Encontrar una ecuación para su posición como función del tiempo $x(t)$.



12. La figura muestra dos ejemplos de movimiento armónico simple, designados como a y b .
- a. Indicar las amplitudes (A_a y A_b), las frecuencias angulares (ω_a y ω_b), y los periodos de los mismos (T_a y T_b).
 - b. Escribir las ecuaciones de sus posiciones como función del tiempo, $x_a(t)$ y $x_b(t)$, en la forma de seno o coseno.
 - c. Determinar el valor de la energía mecánica total (E_{M_a} y E_{M_b}), de cada uno de los sistemas.



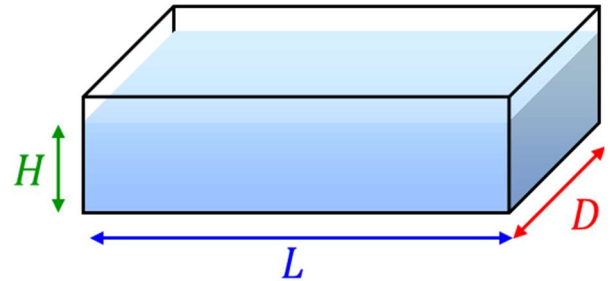
13. Un cuerpo está vibrando con movimiento armónico simple de amplitud $A = 15 \text{ cm}$ y frecuencia $f = 4 \text{ Hz}$.
- ¿Cómo es la ecuación de su posición en función del tiempo $x(t)$?
 - ¿Cuáles son los valores de la aceleración a_{max} y velocidad v_{max} máximas?
 - Si en un instante t_* dado su desplazamiento es $x(t_*) = 9 \text{ cm}$, ¿cuál es velocidad $v(t_*)$ y aceleración $a(t_*)$ en dicho instante?
 - ¿Cuál es el tiempo necesario para desplazarse desde la posición de equilibrio a un punto situado a 12 cm de la misma? Realizar el bosquejo de la gráfica x vs. t para ilustrar la situación.
14. Para estudiar el movimiento del pistón del motor de un auto, se lo modeliza como un movimiento armónico simple. Considerando un motor de masa $m = 0,5 \text{ kg}$ que gira a 3600 rpm y cuya carrera (el doble de la amplitud de oscilación del MAS) es de 10 cm .
- ¿Cuál es la frecuencia f ? ¿y la aceleración máxima?
 - ¿Qué fuerza resultante ha de ejercerse sobre él motor el instante en el que presenta la máxima aceleración?
 - ¿Cuál es la velocidad del pistón, en kilómetros por hora, en el punto medio de su carrera?

Guía N°9: Estática de los fluidos y Tensión superficial

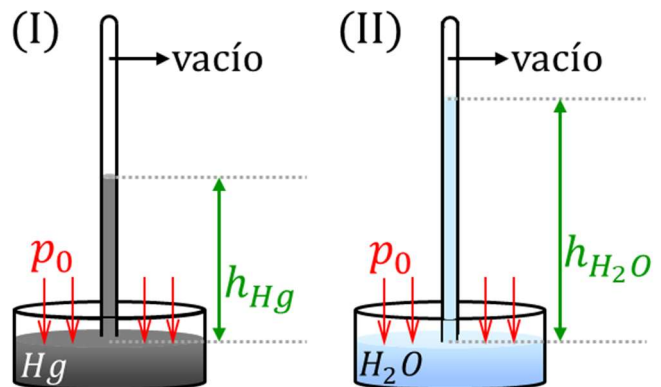
Presión

1. Una pileta de largo $L = 20\text{ m}$ y ancho $D = 8\text{ m}$ tiene una profundidad de $H = 2\text{ m}$. Calcular:

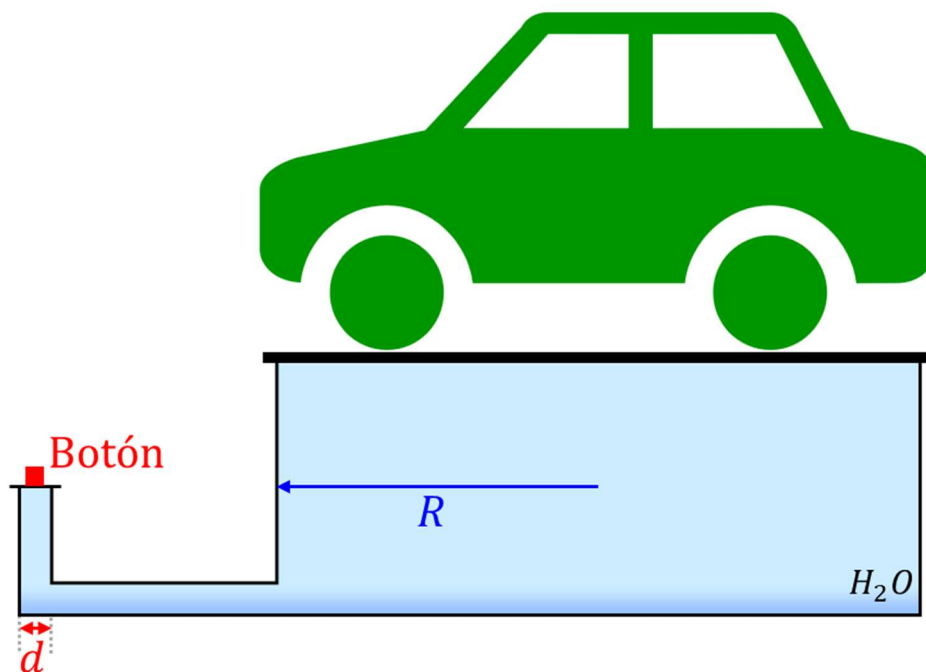
- La presión manométrica que ejerce el agua sobre el fondo de la pileta.
- La presión manométrica que ejerce el agua en un punto de la pared situado a $h = 0,5\text{ m}$ sobre el fondo.
- Calcular la presión absoluta en los ítems anteriores, si la presión atmosférica de $p_0 = 0,98\text{ atm}$.



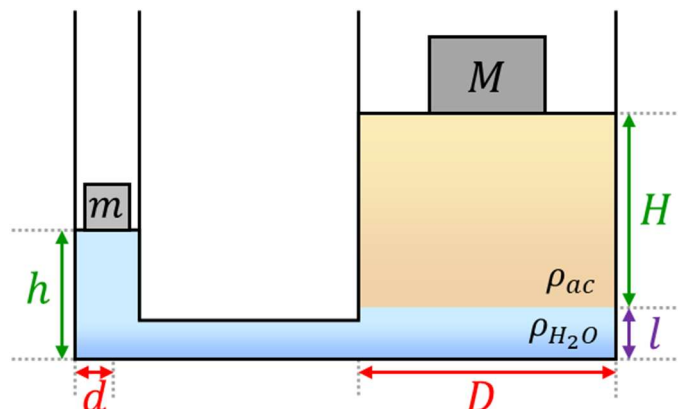
2. El experimento de Torricelli graficado en la figura (I) podría realizarse usando otros líquidos en vez de mercurio. Pascal llegó a efectuar el experimento con vino. Sin embargo, el mercurio (Hg) es el más utilizado en virtud de su gran densidad. Si el experimento se realizara con agua como se muestra en la figura (II), ¿cuál sería la altura de la columna en ese barómetro? (Considerar $h_{Hg} = 76\text{ cm}$).



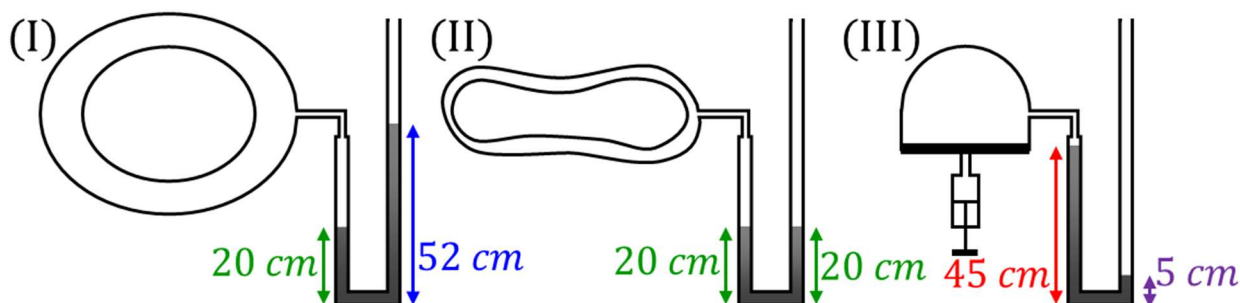
3. Un automóvil de $M = 3500\text{ kg}$ se levanta por medio de un ascensor hidráulico. El radio del pistón que mueve la plataforma de elevación es $R = 10\text{ cm}$, mientras que el diámetro correspondiente al del operador es de $d = 1\text{ cm}$. ¿Qué fuerza mínima debe ejercer el operador sobre el botón para levantar el automóvil?



4. Una prensa hidráulica formada por dos depósitos cilíndricos (de diámetros $d = 10\text{ cm}$ y $D = 40\text{ cm}$ respectivamente) conectados en la parte inferior por un tubo, contiene 2 líquidos inmiscibles: agua ($\rho_{H_2O} = 1\text{ g/cm}^3$) y aceite ($\rho_{ac} = 0,68\text{ g/cm}^3$), como se muestra en la figura. Sabiendo que la altura del agua en el depósito de menor diámetro es $h = 20\text{ cm}$, mientras que en el otro hay sólo $l = 8\text{ cm}$ de agua y de aceite $H = 30\text{ cm}$, determinar el valor de la masa m para que el sistema esté en equilibrio con la masa $M = 5\text{ kg}$.

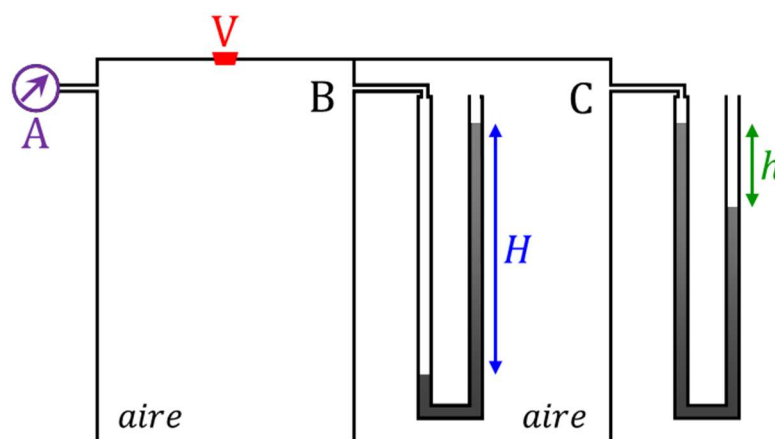


5. Se emplea un manómetro para medir la presión de aire en el interior de los dispositivos de la figura. Sabiendo que la presión atmosférica en el lugar donde se realizaron las medidas era de $p_0 = 70\text{ cmHg}$. Determinar la presión de aire:
- En el interior de un neumático inflado.
 - En el interior de un neumático desinflado.
 - En una cámara de vacío.

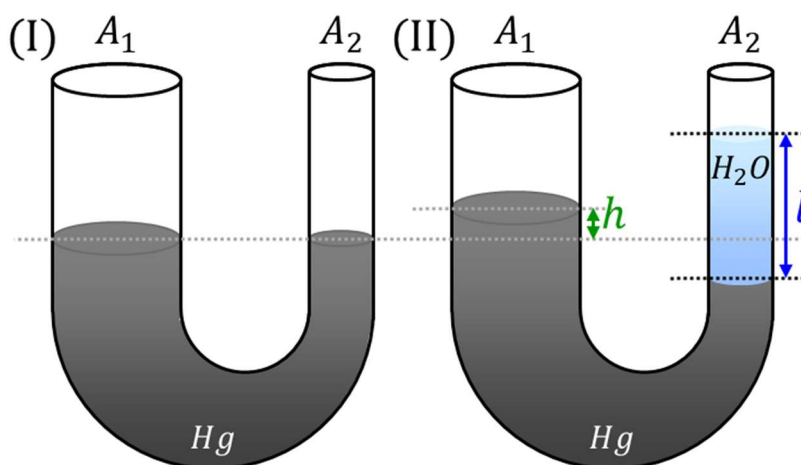


6. En una aspiración profunda, la presión manométrica de los pulmones puede reducirse a $\Delta p = -80\text{ mmHg}$. ¿Cuál es la altura máxima a la cual se puede elevar un cierto volumen de agua al ser aspirado por un tubo vertical?
7. La figura siguiente muestra un corte transversal de dos compartimentos B y C que están cerrados, llenos con aire, y comunicados entre sí únicamente por uno de los tubos en U. Los tubos en U contienen mercurio ($\rho_{Hg} = 13600\text{ kg/m}^3$) y el tubo de la derecha está abierto a la atmósfera indicando una diferencia de altura $h = 0,25\text{ m}$. Por su parte, el instrumento A indica una presión de $2 \cdot 10^5\text{ Pa}$.
- ¿Cuál será el valor de la diferencia de altura H entre las ramas del tubo en U que conecta los compartimentos B y C?
 - Si la presión atmosférica es de 1013 hPa , ¿Cuál es el valor de la presión absoluta en el compartimento C?

- c. Suponga que se abre la válvula V en el compartimento B, de tal manera que su presión pasa a ser la presión atmosférica. ¿Qué nuevo valor adoptaría la columna H?

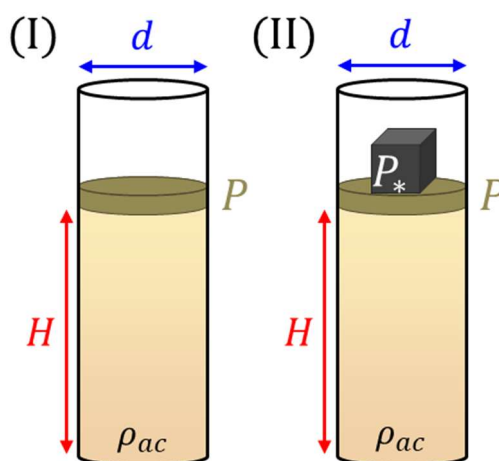


8. En un tubo en U se vierte mercurio ($\rho_{Hg} = 13,6 \text{ g/cm}^3$), como se muestra en la figura (I). El brazo izquierdo del tubo tiene área de sección transversal $A_1 = 10 \text{ cm}^2$, y el brazo derecho tiene un área de sección transversal $A_2 = 5 \text{ cm}^2$. A continuación, se vierten 100 g de agua ($\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$) en el brazo derecho, como se muestra en la figura (II).
- Determinar la longitud l de la columna de agua en el brazo derecho del tubo U.
 - Determinar la distancia h que se eleva el mercurio en el brazo izquierdo del tubo U.

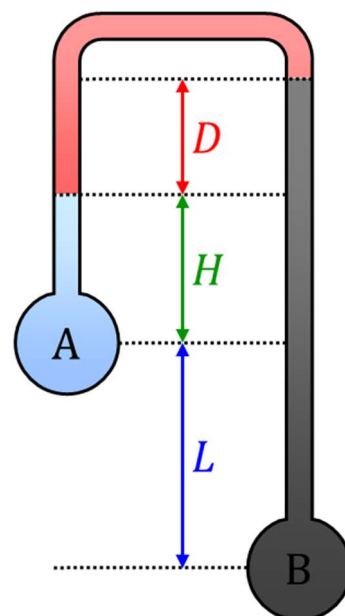


9. Un disco cilíndrico de madera que pesa $P = 45 \text{ N}$ y tiene un diámetro $d = 30 \text{ cm}$ flota sobre una columna de altura $H = 75 \text{ cm}$ de aceite de densidad $\rho_{ac} = 0,85 \text{ g/cm}^3$, como indica la figura (I).

- Calcular la presión manométrica en la parte superior de la columna de aceite.
- Si se coloca un peso de $P_* = 83 \text{ N}$ en la parte superior del disco de madera sin que el aceite se escurra alrededor del borde de la madera, ver figura (II); calcular la nueva presión manométrica en la base del aceite, y a la mitad de la columna de aceite.



10. En el dispositivo de la figura se tiene agua ($\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$) en el recipiente A, mercurio ($\rho_{Hg} = 13,6 \text{ g/cm}^3$) en el recipiente B, mientras que el resto contiene aceite Meriam rojo ($\rho_m = 0,827 \text{ g/cm}^3$). Determinar la altura H sabiendo que la presión en B está relacionada a la presión en A por $p_B - p_A = 97 \text{ kPa}$ y que las longitudes son $D = 18 \text{ cm}$ y $L = 35 \text{ cm}$.



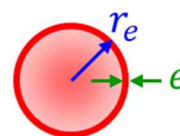
Empuje

11. Una boya esférica de masa $m = 4,2 \text{ kg}$ y diámetro $d = 25 \text{ cm}$ se encuentra flotando en el mar sumergida exactamente hasta la mitad, ¿cuál es la densidad del agua del mar?



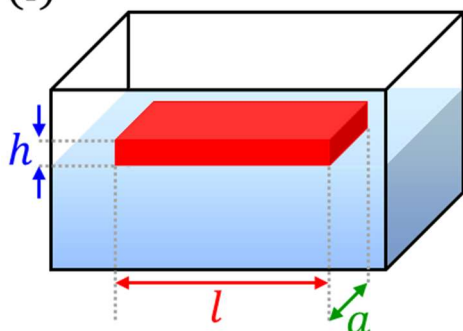
12. Una esfera hueca flota en agua sumergida hasta la mitad. Encontrar la densidad del material con que está construida sabiendo que su radio exterior es de $r_e = 10 \text{ cm}$ y tiene una pared de espesor $e = 0,5 \text{ cm}$.

Corte transversal:

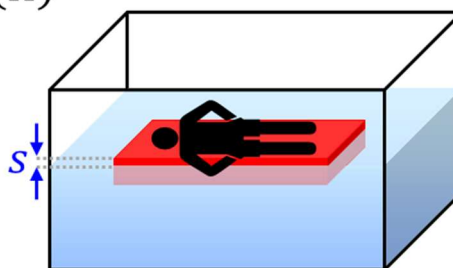


13. Una colchoneta de masa despreciable, longitud $l = 2 \text{ m}$, ancho $a = 85 \text{ cm}$, y alto $h = 5 \text{ cm}$ de alto flota en posición horizontal sobre el agua de una pileta, como se muestra en la figura (I). Un nadador se acuesta sobre la misma y entonces la superficie de la colchoneta sobresale $s = 1 \text{ cm}$ sobre la superficie del agua, ver figura (II). Determinar el peso del nadador.

(I)

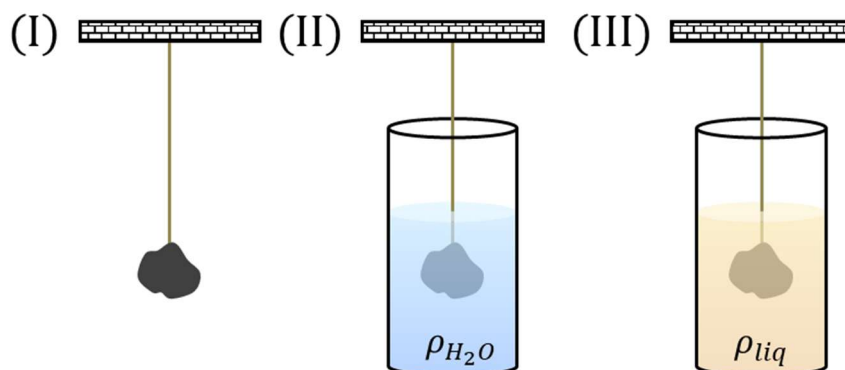


(II)

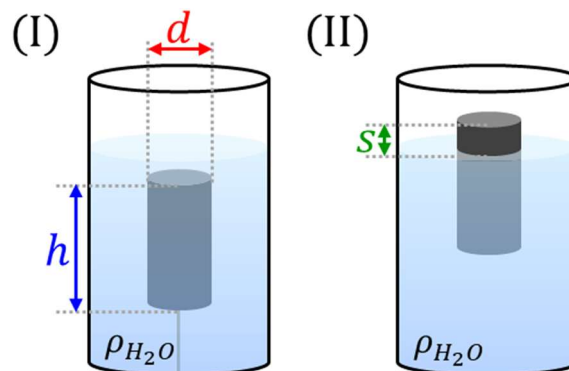


14. Una caja cúbica de lado $l = 25 \text{ cm}$ flota sumergida un cuarto de su altura en el mar de densidad $\rho_{mar} = 1,027 \text{ g/cm}^3$. Sobre ésta se posa una gaviota, haciendo que la caja se sumerja aún más, hasta un tercio de su altura. Determinar la masa de la gaviota.

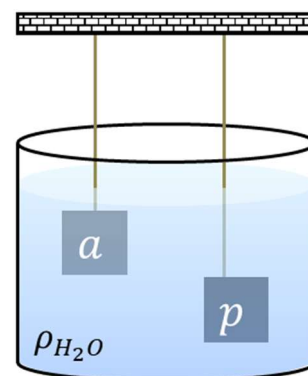
15. Una piedra cuelga de una cuerda inextensible y sin masa. Cuando está en el aire, figura (I), la tensión en el hilo es de $T_I = 39,2 \text{ N}$. Cuando está totalmente sumergida en agua, figura (II), la tensión es de $T_{II} = 28,4 \text{ N}$. Mientras que, al estar totalmente sumergida en un líquido desconocido, figura (III), la tensión es de $T_{III} = 18,6 \text{ N}$.



- Realizar un diagrama de cuerpo libre de la piedra en cada situación.
 - Determinar el volumen de la piedra.
 - Determinar la densidad del líquido desconocido.
16. Un cilindro de diámetro $d = 10 \text{ cm}$ y altura $h = 20 \text{ cm}$ que tiene una masa $m = 700 \text{ g}$, se encuentra totalmente sumergido en agua por estar atado con una cuerda al fondo del recipiente.



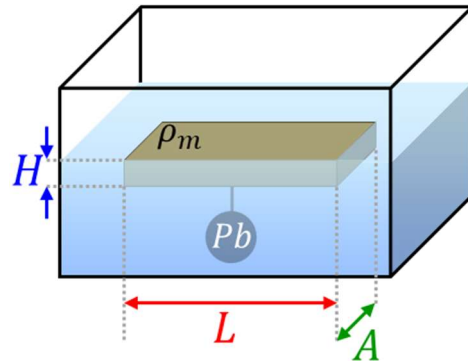
- Realizar un diagrama de cuerpo libre de la situación.
 - ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda?
 - Si se cortara la cuerda, ¿cuánto medirá la longitud s que sobresaldrá el cilindro por encima de la superficie del agua?
17. Dos cubos de idéntico tamaño, uno de plomo p y el otro de aluminio a , están suspendidos a diferentes profundidades por medio de dos alambres en un tanque de agua como se muestra en la figura.



- ¿Cuál de ellos experimenta un mayor empuje?
- ¿Para cuál de los dos es mayor la tensión en el alambre?
- ¿Cuál de ellos experimenta una mayor fuerza sobre su cara inferior?
- ¿Para cuál de ellos la diferencia en la presión entre las caras superior e inferior es mayor?

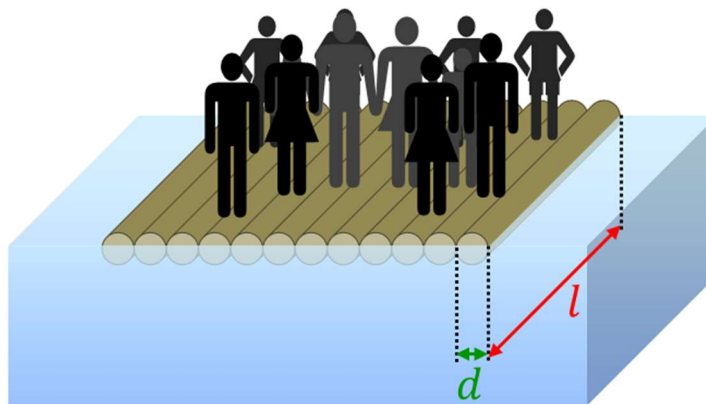
18. Un trozo de madera de longitud $L = 0,6 \text{ m}$, ancho $A = 0,25 \text{ m}$, y espesor $H = 0,08 \text{ m}$, tiene una densidad de $\rho_m = 600 \text{ kg/m}^3$ y flota en agua. Mediante una soga delgada y sin masa, se le sujeta un trozo de plomo Pb de densidad $\rho_{Pb} = 11350 \text{ kg/m}^3$ a su base para hundir la madera de manera que su cara superior esté al ras del agua, como indica la figura.

- Realizar un diagrama de cuerpo aislado de la madera y del plomo, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- ¿Qué volumen de plomo debe sujetarse?
- ¿Qué masa tiene ese volumen de plomo?
- ¿Cuál es la tensión en la soga?

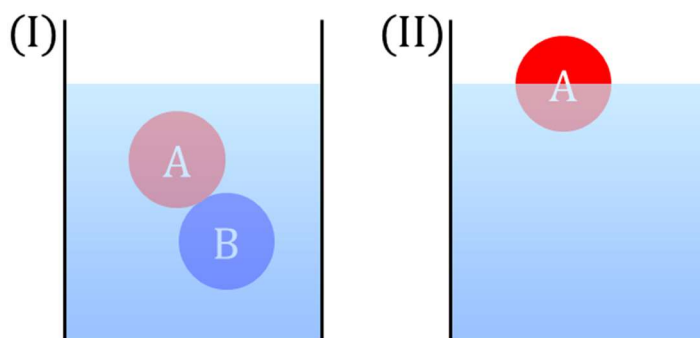


19. Una balsa se forma con 12 troncos cilíndricos de diámetro $d = 45 \text{ cm}$ y longitud $l = 6,1 \text{ m}$, unidos entre sí, como se muestra en la siguiente figura. Considerando la densidad relativa de la madera al agua $\rho_r = 0,60$.

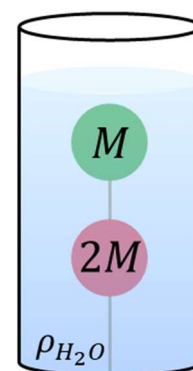
- ¿Cuánta gente puede sostener la balsa antes de que empiecen a mojarse sus pies, suponiendo que la persona promedio tiene una masa $m = 68 \text{ kg}$?
- Realizar un diagrama de cuerpo libre de la balsa en la situación límite planteada en el ítem anterior, indicando claramente los pares de acción-reacción.



20. Las esferas A y B, que tienen el mismo volumen y están unidas entre sí, están en equilibrio completamente sumergidas en agua, figura (I). Cuando el pegamento que las une se disuelve, la esfera A pasa a flotar con la mitad de su volumen fuera del agua, figura (II). Determinar la densidad de cada una de las esferas.

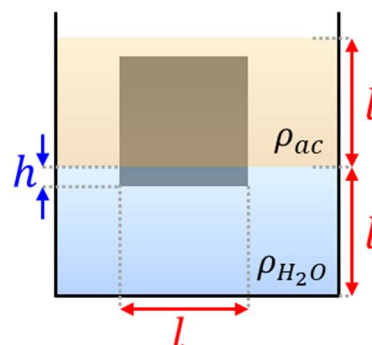


21. Dos esferas de masa M y $2M$ están hechas de un material cuya densidad es la mitad de la densidad del agua. Las esferas se encuentran inmersas en agua como muestra la figura, con cordones que les impiden subir a la superficie.



- Realizar un diagrama de cuerpo libre de cada esfera, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Encontrar las tensiones de las cuerdas 1 y 2 indicadas en la figura.
- ¿Cuánto vale el empuje sobre cada esfera?

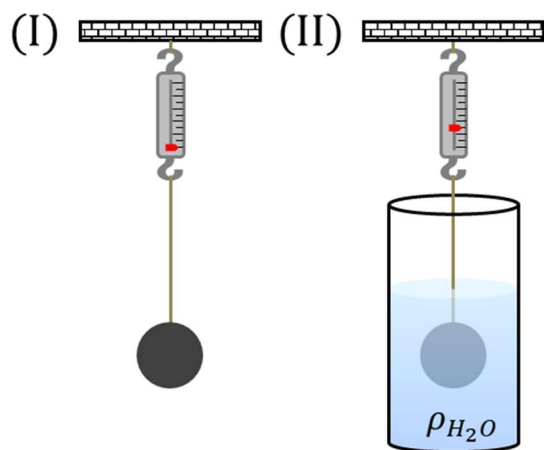
22. Un bloque cúbico de madera de $l = 10\text{ cm}$ de lado, flota en la interfase entre aceite y agua con su superficie inferior a una altura $h = 1,50\text{ cm}$ bajo la interfase, como se muestra en la figura. La densidad del aceite es de $\rho_{ac} = 790\text{ kg/m}^3$.



- ¿Qué presión manométrica hay en la superficie superior del bloque?
- ¿Y en la cara inferior?
- ¿Qué masa y densidad tiene el bloque?

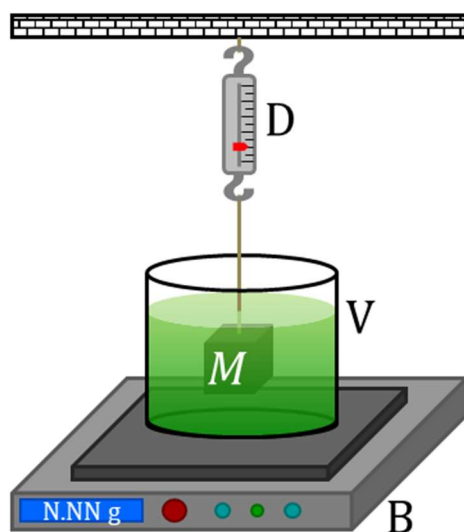
23. A partir de un dinamómetro, se determina que la fuerza gravitacional ejercida sobre un objeto sólido es de 5 N , figura (I). Cuando el objeto se suspende del instrumento y se sumerge en agua, la escala indica $3,50\text{ N}$, figura (II).

- Realizar un diagrama de cuerpo libre del objeto en cada situación indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Encontrar la densidad del objeto.
- ¿Cuál sería la medición en el dinamómetro si la densidad del objeto fuera el doble de la calculada en b) y tuviera el mismo volumen?



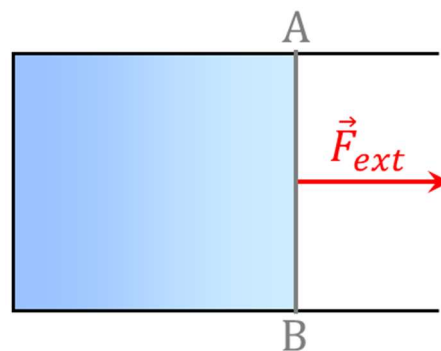
24. Un vaso de precipitados V de masa $m_V = 1\text{ kg}$ contiene una masa de aceite $m_{ac} = 2\text{ kg}$ cuya densidad es $\rho_{ac} = 916\text{ kg/m}^3$ y descansa sobre una balanza B. Un bloque de hierro de masa $M = 2\text{ kg}$ y densidad $\rho_M = 7877\text{ kg/m}^3$ está suspendido de un dinamómetro D y se sumerge completamente en el aceite, como se muestra en la figura.

- Realizar un diagrama de cuerpo libre del bloque M, indicando claramente los pares de acción-reacción.
- Determine las lecturas de equilibrio de ambas balanzas B y D.

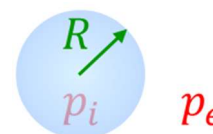


Tensión Superficial

25. Un marco de alambre está provisto de una pieza transversal AB de longitud $L = 7,4 \text{ cm}$ que puede deslizarse sin rozamiento, como muestra la figura a la derecha. Se sumerge este dispositivo en una solución jabonosa de $\gamma = 58 \text{ dyn/cm}$ y se lo retira, manteniéndolo horizontalmente cuando se ha formado una película entre los alambres.

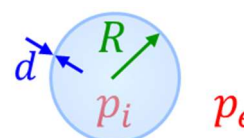


- a. ¿Qué fuerza se necesita ejercer sobre la pieza móvil para mantener constante el área de la película?
 - b. ¿Qué ocurriría si se ejerciera una fuerza mayor que la calculada?
26. La fuerza que ejerce la tensión superficial produce un exceso de presión en el interior de una gota de líquido que depende del radio R de la misma a través de la relación: $\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$



- a. Hallar el exceso de presión en el interior de una gota de agua a 15°C cuyo diámetro es de 3 mm .
 - b. Hallar la presión absoluta en el interior de la gota del ítem anterior considerando una presión atmosférica de $p_0 = 1 \text{ atm}$.
27. se introduce aire a través de una boquilla en un tanque de agua a 15°C para formar una corriente de burbujas en su interior. Si las burbujas tienen un diámetro $d = 2 \text{ mm}$, ¿cuánto debe exceder la presión del aire en la punta de la boquilla a la del agua circundante?

28. Una pompa se genera con una película de espesor d de solución de agua jabonosa. La fuerza que ejerce la tensión superficial produce un exceso de presión en su interior que depende del radio R de la misma a través de la relación: $\Delta p = \frac{4\gamma}{R}$

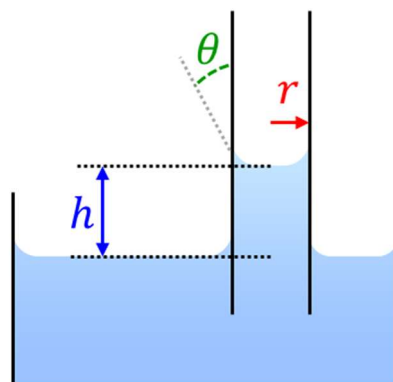


- a. Hallar el exceso de presión en el interior de una pompa de diámetro promedio 5 cm , sabiendo que el coeficiente de tensión superficial de la solución es $\gamma = 0,045 \text{ N/m}$.
 - b. Hallar la presión absoluta en el interior de la pompa considerando una presión atmosférica de $p_0 = 1 \text{ atm}$.
29. Determine la presión manométrica en el interior de:

- a. una pompa de jabón cuyo diámetro es $d = 2 \text{ cm}$ a 20°C sabiendo que $\gamma_j = 25 \text{ dyn/cm}$.
- b. una gota de agua cuyo diámetro es $d = 1 \text{ cm}$ a 25°C sabiendo que $\gamma_{H_2O} = 72,6 \text{ dyn/cm}$.

30. Las fuerzas de adhesión entre el líquido y el vidrio de un tubo capilar dan origen a una diferencia de alturas h entre el menisco cóncavo y la superficie exterior del líquido en el recipiente abierto, como se muestra en la figura.

- Hallar la condición de equilibrio para la columna de líquido de altura h en el capilar.
- En el caso del etanol a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ en un capilar de radio $r = 1,25\text{ mm}$, hallar la diferencia de nivel h entre el líquido en el interior y el exterior considerando un ángulo de contacto $\theta = 5^{\circ}$.

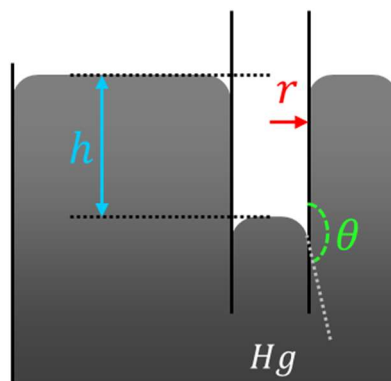


31. Se introduce un tubo capilar de diámetro $d = 0,075\text{ cm}$ dentro de un recipiente con benceno a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si el ángulo de contacto con la superficie de vidrio es de $\theta = 26^{\circ}$, su densidad es $\rho_B = 0,876\text{ g/cm}^3$, y su coeficiente de tensión superficial $\gamma_B = 28,9\text{ dyn/cm}$; ¿cuánto asciende el benceno por capilaridad?

32. El tallo de una planta tiene tubos muy delgados por los cuales asciende la savia. Considerando a la densidad de la savia aproximadamente igual a la del agua y que el diámetro de los tubos es de $d = 0,001\text{ mm}$, ¿a qué altura sobre el nivel del suelo logra ascender el líquido por capilaridad? (Considerar un ángulo de contacto de $\theta = 0^{\circ}$ y una temperatura de $5\text{ }^{\circ}\text{C}$)

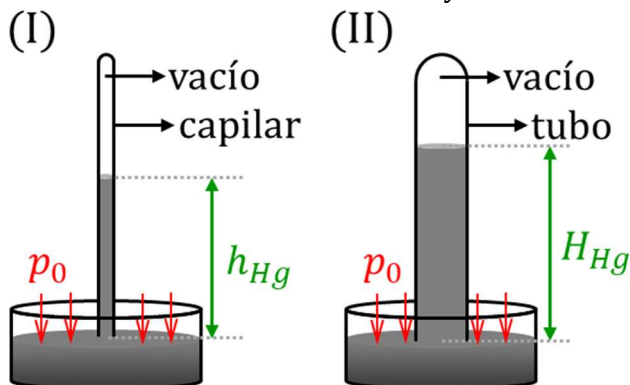
33. ¿Cuál es la diferencia de nivel entre el mercurio del interior de un capilar de vidrio de radio $r = 0,05\text{ cm}$ y el mercurio exterior al mismo, conociendo que el ángulo de contacto mercurio-vidrio es de $\theta = 180^{\circ}$? (Considerar que la temperatura es $20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

34. Calcular el radio de un capilar si al introducirlo en mercurio éste desciende $h = 5\text{ mm}$, considerando que su densidad es $\rho_{Hg} = 13,6\text{ g/cm}^3$, su coeficiente de tensión superficial $\gamma_{Hg} = 13,6\text{ dyn/cm}$ y el ángulo de contacto es $\theta = 140^{\circ}$.



35. Se construye un barómetro llenando de mercurio un tubo capilar cuyo diámetro interior es $d = 0,4\text{ cm}$, ver figura (I). Si la diferencia de nivel entre el mercurio interior y el exterior es $h_{Hg} = 758\text{ mm}$ y la temperatura $20\text{ }^{\circ}\text{C}$:

- ¿Cuál es el valor de la presión de la atmósfera?
- ¿Cuál sería en ese caso la altura de la columna de mercurio en un barómetro no capilar, ver figura (II)?



36. A una temperatura de $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, un gotero normal escurre 20 gotas de agua destilada de un volumen total de 1 mL (1 cm^3). A este mismo gotero se lo llena con 1 mL de otro líquido de densidad $\rho_a = 0,8\text{ g/cm}^3$, el cual produce 52 gotas. En otra experiencia con el mismo gotero,

otro líquido de densidad $\rho_b = 0,7 \text{ g/cm}^3$ produce 65 gotas. Determinar el coeficiente de tensión superficial de cada líquido.

37. Mediante un gotero normal, 1 *gf* de un dado líquido a 15 °C forma 60 gotas, mientras que la misma masa de agua destilada forma 20 gotas. Hallar:

a. El coeficiente de tensión superficial del líquido.

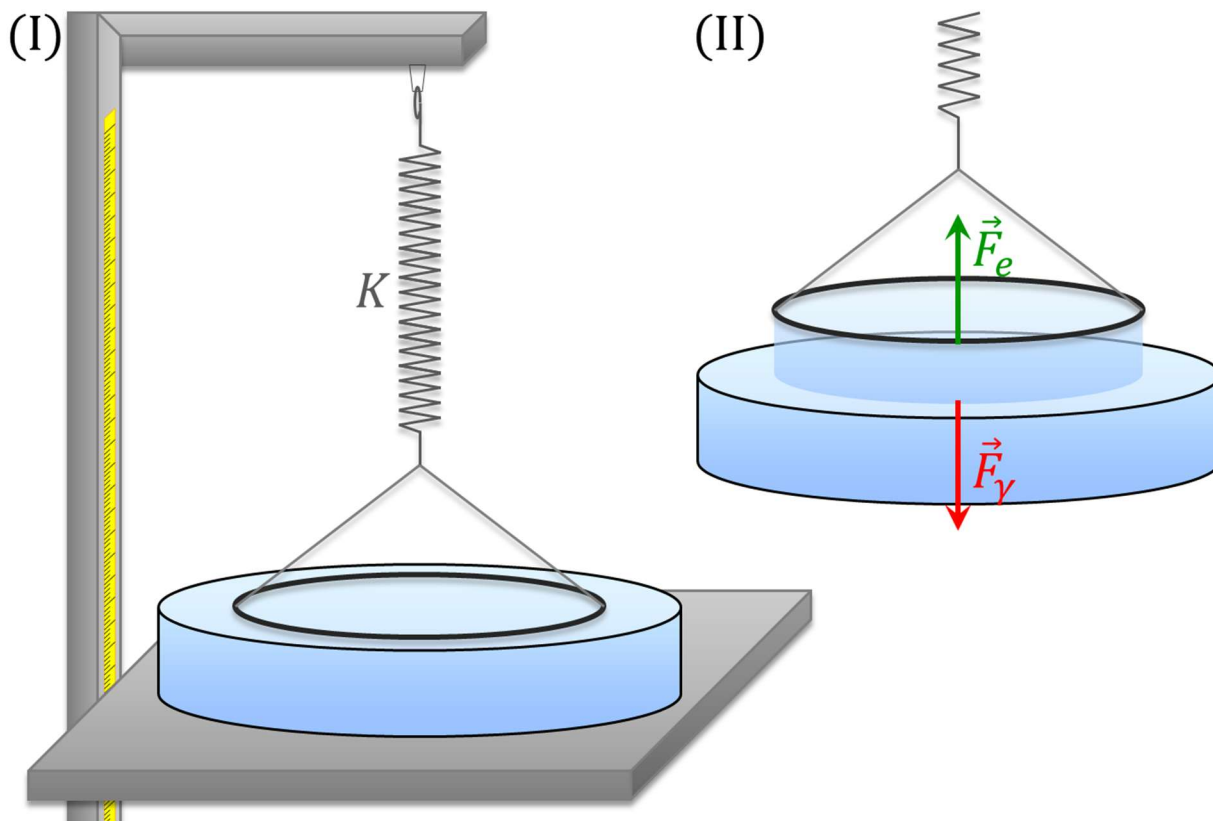
b. El peso (en dinas) de una gota de líquido.

38. Se emplea un gotero normal para medir el coeficiente de tensión superficial de la glicerina ($\rho_g = 1,261 \text{ g/cm}^3$) a una temperatura de 15 °C midiendo que escurre 63 gotas, mientras que al emplear el mismo volumen de agua destilada escurre 40 gotas.

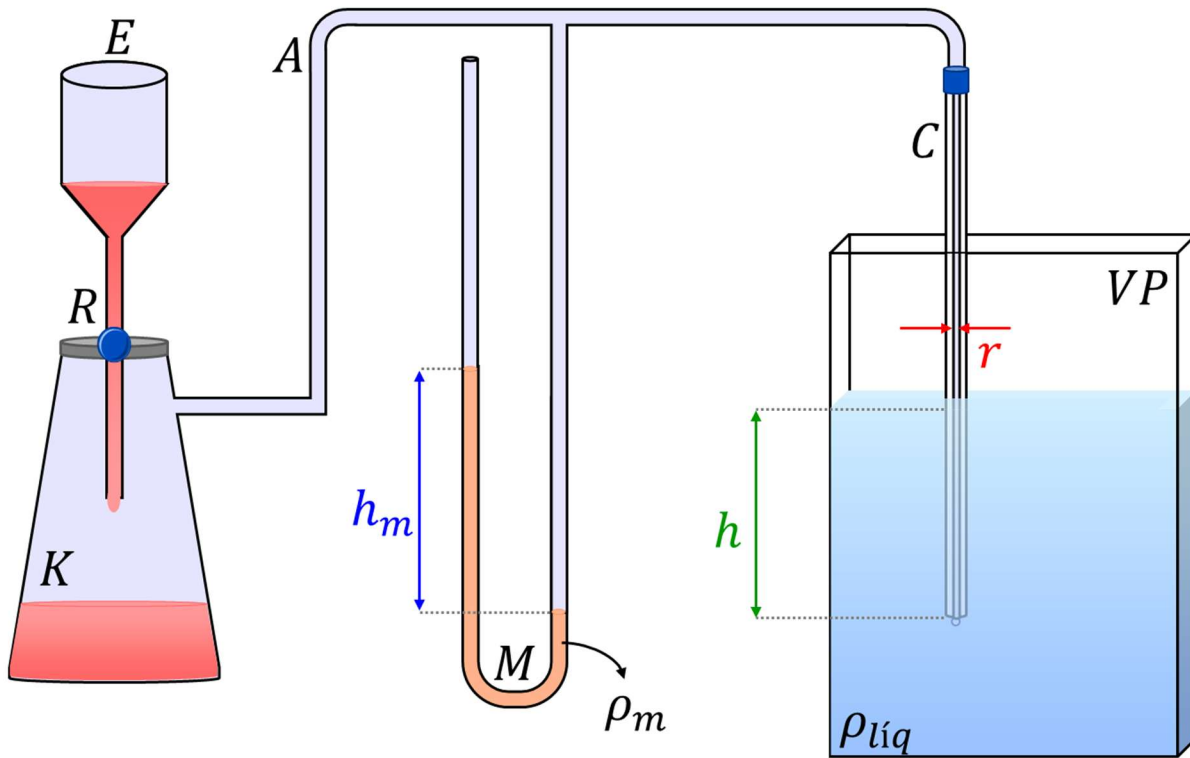
39. Un líquido en equilibrio en un recipiente abierto a la atmósfera tiene su superficie libre en contacto con un anillo metálico, figura (I). Este anillo está suspendido de un resorte de constante elástica $K = 0,7 \text{ gf/cm}$. Al intentar despegar el aro de la superficie del líquido ejerciendo fuerzas verticalmente por medio del resorte, figura (II), el arranque del anillo se produce cuando el resorte está estirado $\Delta l = 1,8 \text{ cm}$. El anillo tiene un diámetro interno $d_i = 3,1 \text{ cm}$ y uno externo $d_e = 3,2 \text{ cm}$ (Considerar que el ángulo de contacto entre el líquido y el aro en el despegue es $\theta = 0^\circ$).

a. Calcular la fuerza de tensión superficial.

b. Determinar el valor del coeficiente γ de tensión superficial.



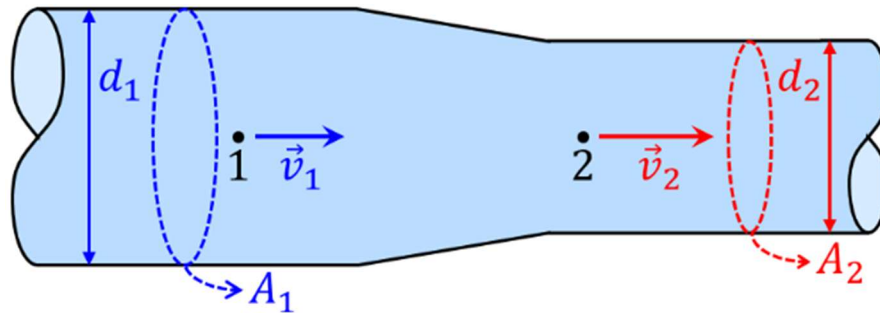
40. Con el dispositivo de la figura se generó una burbuja a una profundidad de $h = 5 \text{ cm}$ en el interior de un líquido de densidad $\rho_{\text{lic}} = 1,261 \text{ g/cm}^3$, utilizando un capilar cuyo radio $r = 2 \text{ mm}$. Si la diferencia de alturas en el manómetro de aceite Meriam rojo ($\rho_m = 0,827 \text{ g/cm}^3$) es de $h_m = 8,4 \text{ cm}$. ¿Cuál es el coeficiente de tensión superficial del líquido?



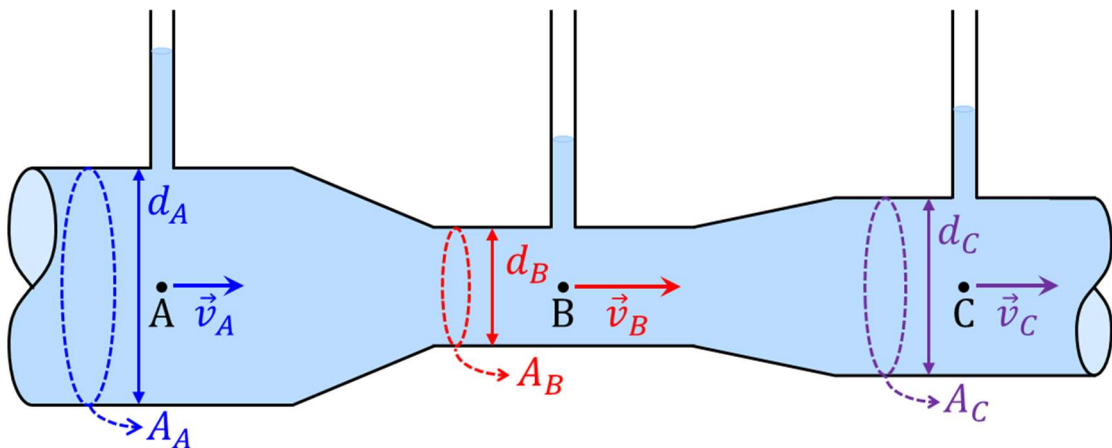
Guía N°10: Dinámica de fluidos

Fluidos Ideales

1. Por una cañería horizontal de sección circular de diámetro $d_1 = 20\text{ cm}$ y área A_1 circula un líquido no viscoso a una velocidad de módulo $v_1 = 1,6\text{ m/s}$. Dicha cañería tiene un estrechamiento a un diámetro $d_2 = 15\text{ cm}$ y área A_2 , como se muestra en la figura. Calcular:
 - a. el caudal, en el sistema internacional y luego transformarlo a litros por segundo.
 - b. la velocidad v_2 del líquido en el estrechamiento.

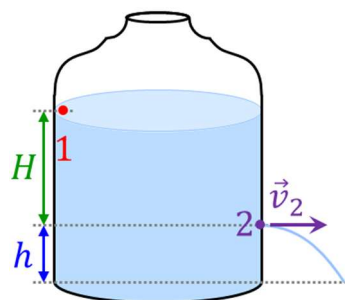


2. Por la cañería horizontal de sección transversal circular de diámetro variable representada en la figura, fluye un líquido no viscoso.



- a. ¿En qué secciones de la cañería (A, B o C) hay menor velocidad? Ordenar las velocidades de estas secciones en orden creciente.
- b. ¿En qué secciones de la cañería (A, B o C) hay mayor presión? Ordenar las presiones por orden decreciente.
- c. En base a los resultados anteriores relacionar en cada sección el área de la cañería con la presión y la velocidad del fluido.
- d. En base a estos resultados explicar cómo asciende el líquido en los pequeños tubos colocados verticalmente en la cañería sobre las secciones A, B y C. Ordenar las alturas en orden creciente. (El líquido dentro de los tubos verticales, ¿fluye con el resto del líquido de la cañería?).
- e. ¿Cómo ascendería el líquido en los distintos tubos verticales si el líquido en la cañería estuviera en reposo?

3. Sobre una mesa hay una vasija destapada con agua, cuya pared lateral esta perforada con un orificio pequeño situado a una distancia $h = 16 \text{ cm}$ del fondo. Si el nivel de agua en su interior se mantiene constante a una distancia $H = 25 \text{ cm}$ respecto al nivel del agua, ¿cuál será la velocidad de salida del fluido por el orificio?

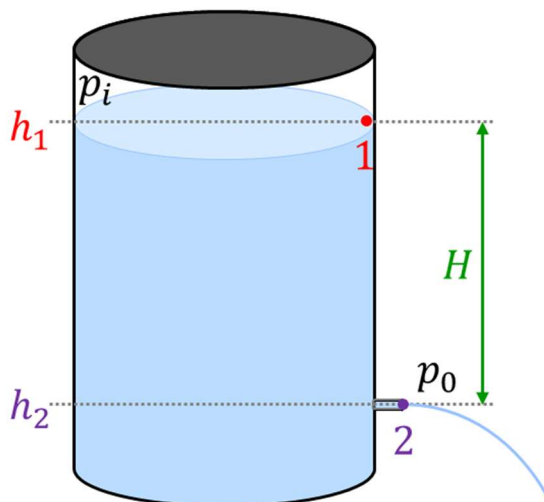


4. Un depósito muy grande que contiene agua a 15°C está herméticamente cerrado por una tapa superior, teniendo en la cámara interior una presión absoluta $p_i = 3 \text{ atm}$, posee un orificio en su pared de radio $r = 15 \text{ mm}$, situado a una distancia de $H = 6 \text{ m}$ por debajo del nivel del agua. Si la presión exterior es $p_0 = 1 \text{ atm}$, determinar:

- a. la velocidad v_2 de salida del agua por orificio y el volumen de ésta saliente por unidad de tiempo.

Si se abriera el depósito retirando su tapa superior, determinar:

- b. los nuevos valores de velocidad de salida y el volumen saliente por unidad de tiempo.

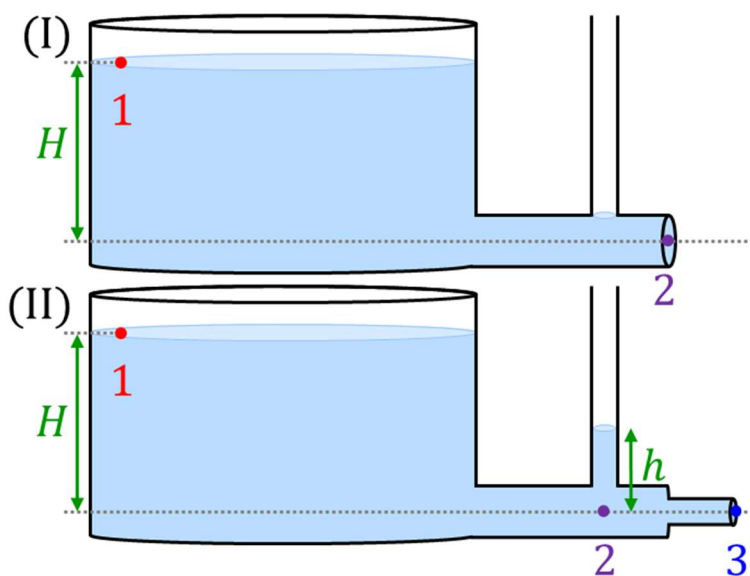


5. Un gran depósito abierto a la atmósfera contiene agua de mar de densidad $\rho_{\text{mar}} = 1,083 \text{ g/cm}^3$, hasta una altura de $H = 150 \text{ cm}$. El tubo horizontal de desagüe tiene una sección transversal de $A_2 = 15 \text{ cm}^2$, como se ve en la figura (I).

- a. ¿Qué cantidad de agua sale del tubo de desagüe por segundo?
- b. ¿Qué altura h alcanza el agua en el tubo delgado vertical abierto a la atmósfera?

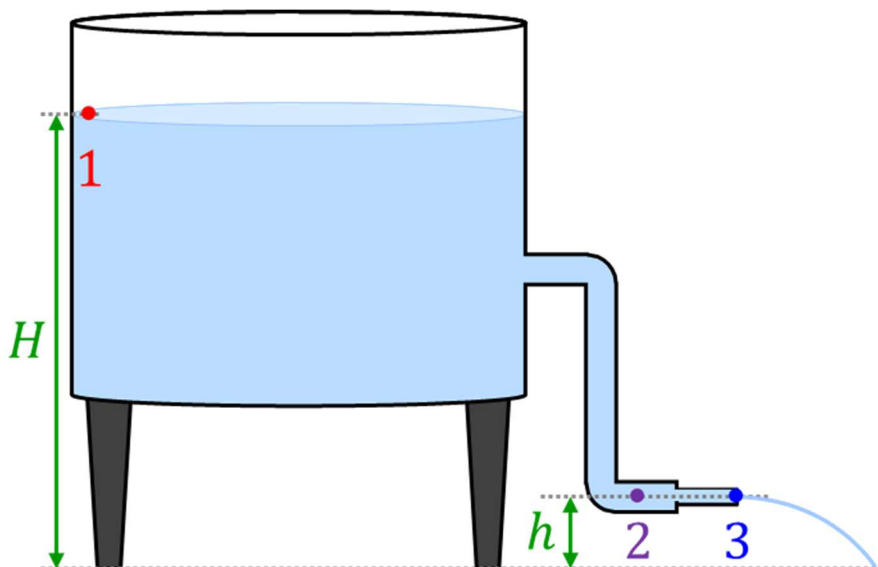
A continuación del tubo anterior, se anexa ahora un tubo de sección transversal $A_3 = 9 \text{ cm}^2$, como se ve en la figura (II).

- c. ¿Cuánto vale la altura de la columna de agua H en el tubo abierto delgado en esta situación?



6. En el tanque abierto de la figura se representa agua que fluye continuamente en régimen estacionar. La altura del punto 1 es $H = 12\text{ m}$, mientras que la altura de los puntos 2 y 3 es de $h = 2\text{ m}$. El área del tanque es muy grande en comparación con el área transversal del tubo de desagote, siendo en el punto 2 de $A_2 = 0,048\text{ m}^2$ y en el punto 3 de $A_3 = 0,016\text{ m}^2$.

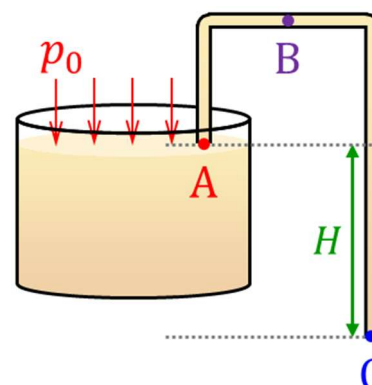
- Calcular el caudal de descarga en m^3/s .
- Determinar la presión manométrica en el punto 2.



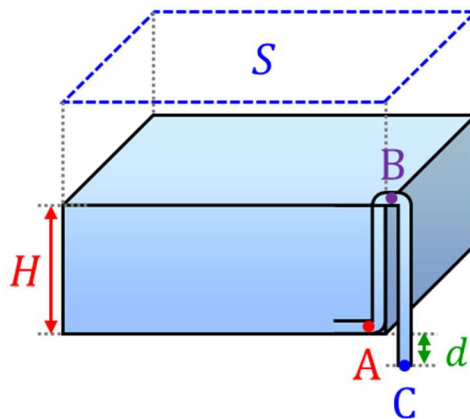
7. En un depósito mayor abierto a la atmósfera (como el del ejercicio 6) fluye agua de mar de densidad $\rho_{\text{mar}} = 1,083\text{ g/cm}^3$ continuamente en régimen estacionario. La altura del punto 1 es $H = 10\text{ m}$, mientras que la altura de los puntos 2 y 3 es $h = 1\text{ m}$. El área del tanque es muy grande en comparación con el área transversal del caño de desagote, siendo en el punto 2 de $A_2 = 0,04\text{ cm}^2$ y en el punto 3 de $A_3 = 0,02\text{ cm}^2$.

- Calcular el caudal de descarga en m^3/s .
- Determinar la presión manométrica en el punto 2.

8. Para trasvasar líquidos de un recipiente a otro se emplea un dispositivo que consiste en una manguera que conecta ambos como muestra la figura. El extremo A de salida de líquido hacia el otro recipiente debe estar a menor altura que el extremo de llegada C. Aplicar el teorema de Bernoulli a los puntos indicados A, B y C, para explicar el funcionamiento del dispositivo.

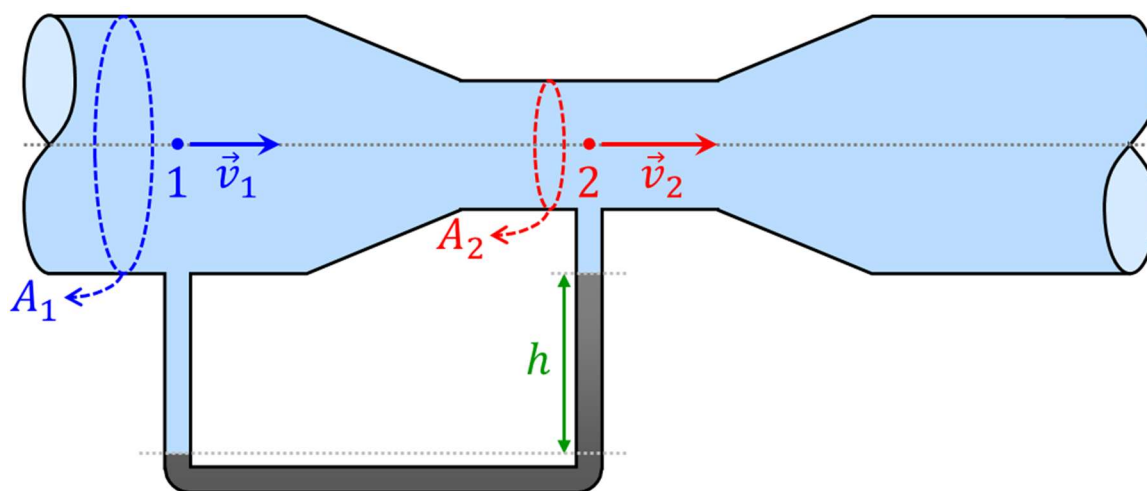


9. Una pileta inicialmente llena completamente (hasta su altura máxima $H = 0,4 \text{ m}$) se desagota mediante una manguera que toma agua del fondo de la pileta (punto A) y termina sobre una rejilla abierta a la atmósfera posicionada a una distancia $d = 0,1 \text{ m}$ por debajo del fondo (punto C), como se presenta en la figura. Sabiendo que la pileta se desagota en 1 hora sin variación de caudal y suponiendo que la sección de la manguera es $a = 1 \text{ cm}^2$ y que la velocidad de salida es $v_s = 2,84 \text{ m/s}$. Determinar:

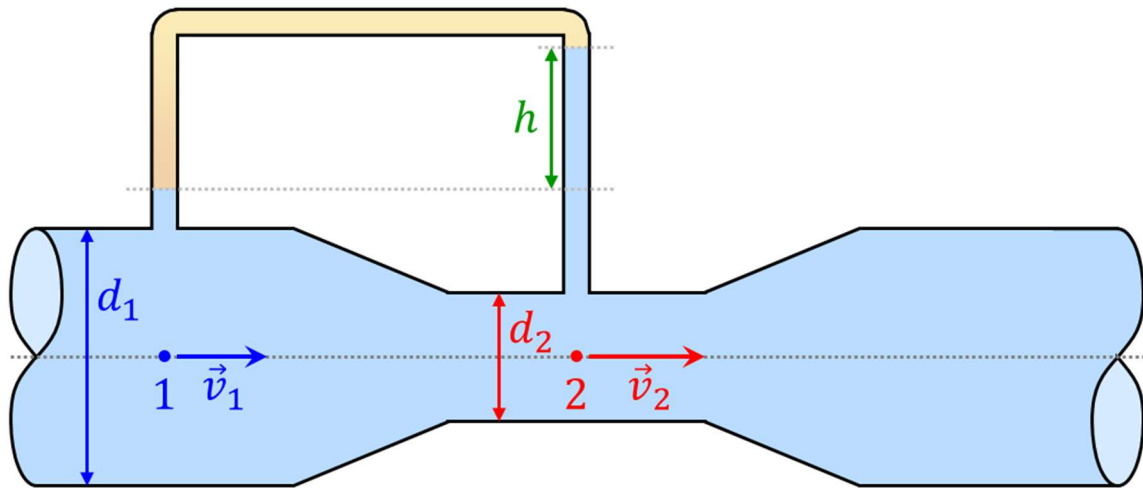


- el área S cubierta por la pileta en m^2 .
- la presión manométrica en el punto B interior a la manguera.

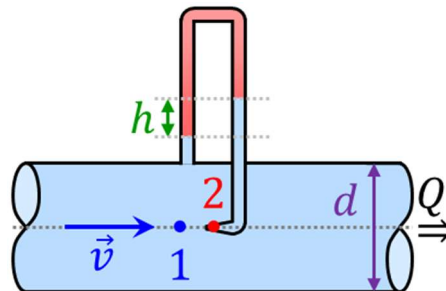
10. El tubo de Venturi es un dispositivo que se utiliza para medir el caudal de un fluido en movimiento. El mismo consiste en un tubo con un estrechamiento gradual de corta longitud en su sección transversal que tiene un manómetro anexo que permite establecer una diferencia de presión entre el tubo principal y el estrechamiento, como se muestra en la figura. Se coloca este dispositivo para medir la circulación de agua en una cañería de secciones $A_1 = 230 \text{ cm}^2$ y $A_2 = 120 \text{ cm}^2$ y se determina una altura h que se corresponde con una diferencia de presión de $\Delta p = 1,45 \text{ kgf/cm}^2$. ¿Cuántos litros de agua fluyen por segundo a través de la cañería?



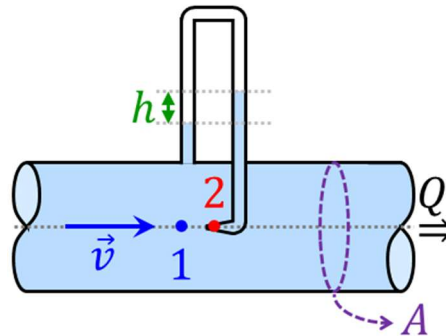
11. Se emplea el tubo de Venturi de la figura para determinar el caudal de agua que fluye por segundo. Sabiendo que las secciones circulares del tienen diámetros $d_1 = 1 \text{ cm}$ y $d_2 = 0,8 \text{ cm}$, que la densidad de la sustancia en el tubo de Venturi es $\rho_v = 800 \text{ kg/m}^3$ y que la diferencia de alturas es $h = 1,5 \text{ m}$; determinar el caudal en L/s .



12. El tubo de Pitot es un dispositivo que se utiliza para medir la velocidad en un punto dado de la corriente de flujo. El mismo consiste en un tubo estrecho que apunta al flujo que se desea medir (punto 2 donde la velocidad es nula) y se conecta mediante un manómetro a la sección de la cañería bajo estudio, como se representa en la figura. Se coloca este dispositivo para medir la circulación de agua en una tubería horizontal de sección circular constante de diámetro $d = 8\text{ cm}$. Sabiendo que la densidad de la sustancia en el tubo de Pitot es $\rho_m = 900\text{ kg/m}^3$ y que la diferencia de alturas es $h = 2,5\text{ m}$. ¿Cuántos litros de agua fluyen por segundo a través de la tubería?

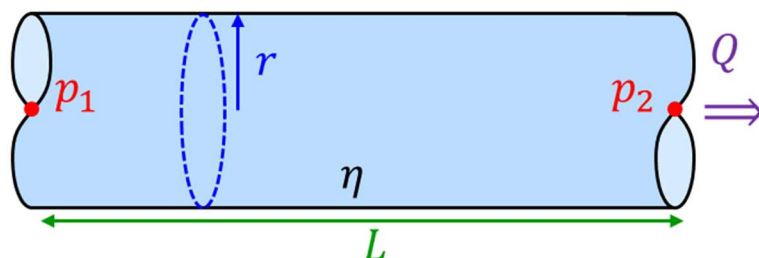


13. Se emplea el tubo de Pitot de la figura para determinar la velocidad del agua que fluye en su interior. Sabiendo que la sección transversal es $A = 315\text{ cm}^2$, que en el interior del tubo de Venturi hay aire y que la diferencia de alturas es $h = 5\text{ cm}$; determinar la velocidad en m/s .

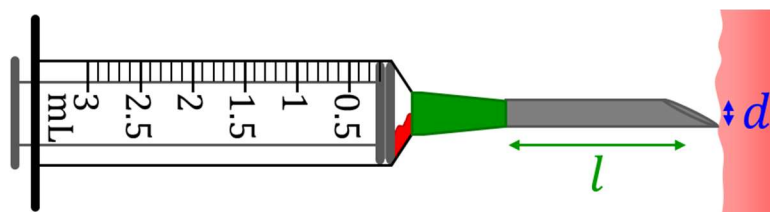


Fluidos Viscosos

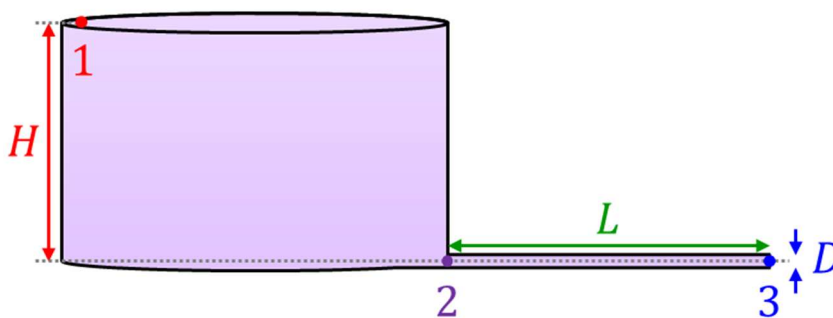
14. Un volumen $V = 500 \text{ mL}$ de líquido circula por un cilindro de radio $r = 2,7 \text{ cm}$ y longitud $L = 1000 \text{ m}$ y está sometido a una diferencia de presión entre los puntos 2 y 1 de $\Delta p = 0,5 \text{ atm}$. Si tarda un tiempo total $t = 35 \text{ min}$ en escurrir para depositarse en tanque, ¿cuál es el coeficiente de viscosidad η del líquido en centipoise?



15. Una aguja hipodérmica de longitud $l = 3 \text{ cm}$ y diámetro interno $d = 0,45 \text{ mm}$ se utiliza para extraer sangre (cuyo coeficiente de viscosidad es $\eta = 4 \text{ cp}$). Suponiendo que la diferencia de presión en la aguja es de $\Delta p = 80 \text{ cmHg}$, ¿cuánto tiempo tomará sacar un volumen $V = 15 \text{ mL}$?



16. Un gran recipiente abierto al aire se mantiene completamente lleno de glicerina ($\rho = 1,261 \text{ g/cm}^3$, $\gamma = 0,83 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ a 20°C) vertiendo líquido en él a medida que se desagota por su extremo inferior, como muestra la figura. El nivel de glicerina se mantiene siempre a la misma altura $H = 28 \text{ cm}$ sobre el tubo horizontal de desagote del recipiente, el cual tiene una longitud $L = 3,5 \text{ cm}$ y un diámetro $D = 0,7 \text{ cm}$ (mucho menor que H).



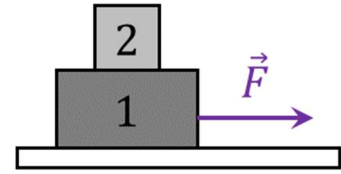
- Calcular la cantidad de glicerina que escurre del recipiente por unidad de tiempo.
 - Hallar cuanto tiempo demorará en escurrir un litro de glicerina bajo estas condiciones.
17. Una gotita de aceite $\rho = 0,8 \text{ g/cm}^3$ desciende en el aire a razón de $\Delta x = 4 \text{ mm}$ cada $\Delta t = 16 \text{ s}$. Considerando que la densidad del aire es $\rho_{\text{aire}} = 1,3 \text{ kg/m}^3$ y su coeficiente de viscosidad es de $\gamma_{\text{aire}} = 1,8 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, ¿cuál es el radio r y la masa m de la gota?



¿Cuánto vale la velocidad límite de una partícula de polvo de radio $r = 1 \times 10^{-5} \text{ m}$ y densidad $\rho = 2103 \text{ kg/m}^3$ que cae en aire de densidad $\rho_{\text{aire}} = 1,3 \text{ kg/m}^3$?

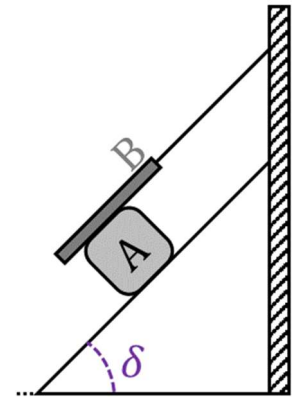
Guía N°11: Sistema de Partículas (Licenciaturas)

1. Un bloque 1 de masa m_1 se apoya en una superficie sin rozamiento y sobre éste se coloca otro bloque 2 de masa m_2 . Considere que entre ambos bloques hay rozamiento (estático μ_e y cinético μ_c). Si se ejerce una fuerza $\vec{F}$ sobre el bloque inferior 1 como muestra la figura:

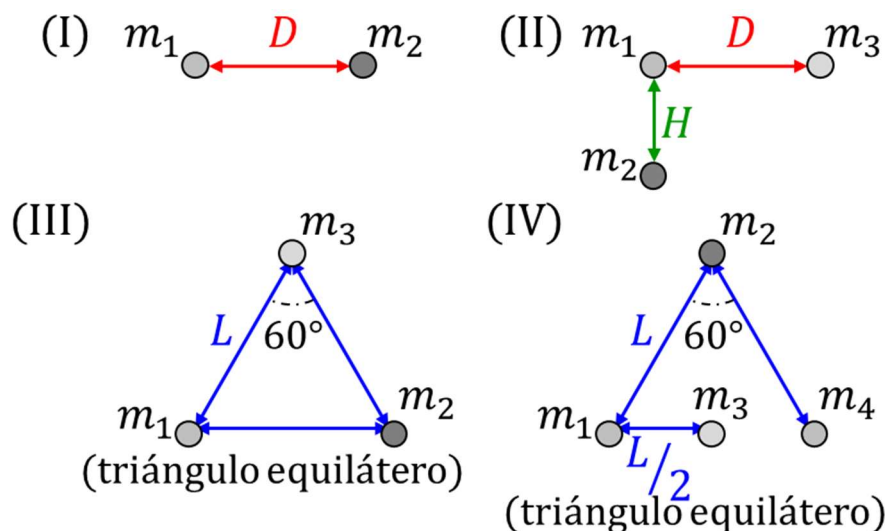


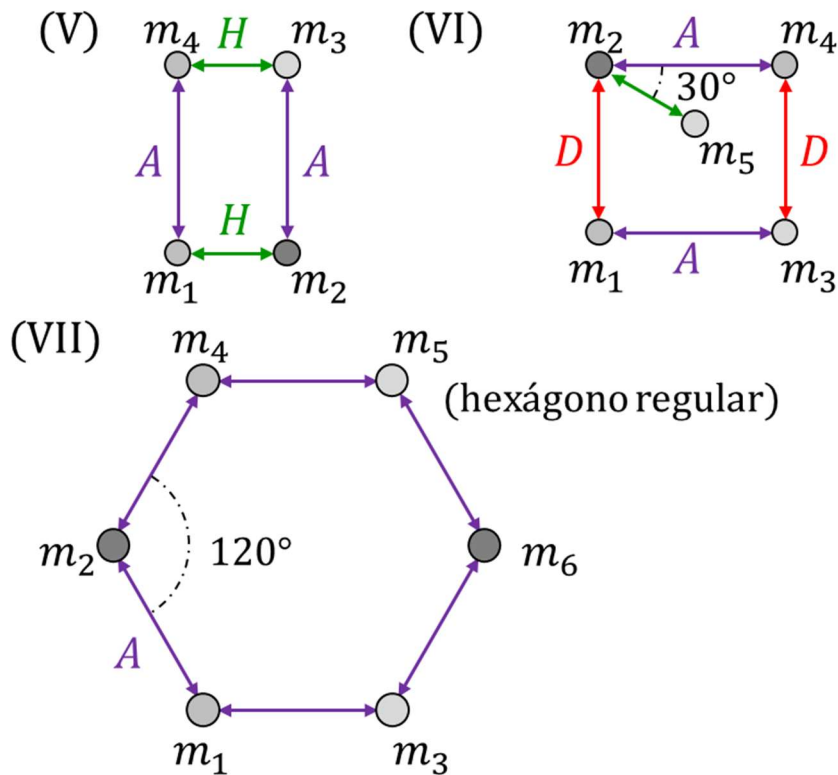
- Realice un diagrama de cuerpo aislado para cada bloque e indique claramente los pares de acción y reacción.
 - Indique para cada bloque cuáles fuerzas son externas y cuáles internas.
 - Considere ahora el sistema formado por 1 y 2, realice un diagrama de cuerpo libre para el mismo (indique claramente los pares de acción y reacción) e indique para el sistema cuáles fuerzas son externas y cuáles internas.
2. Un bloque A de masa m_A se apoya en un plano inclinado un ángulo θ sin rozamiento y sobre éste se coloca una plancha B de masa m_B que se sostiene de la pared mediante una cuerda paralela al plano inclinado. Considere que entre ambos bloques hay rozamiento (estático μ_e y cinético μ_c).

- Realice un diagrama de cuerpo aislado para cada bloque e indique claramente los pares de acción y reacción.
- Indique para cada bloque cuáles fuerzas son externas y cuáles internas.
- Considere ahora el sistema formado por A y B, realice un diagrama de cuerpo libre para el mismo (indique claramente los pares de acción y reacción) e indique para el sistema cuáles fuerzas son externas y cuáles internas.

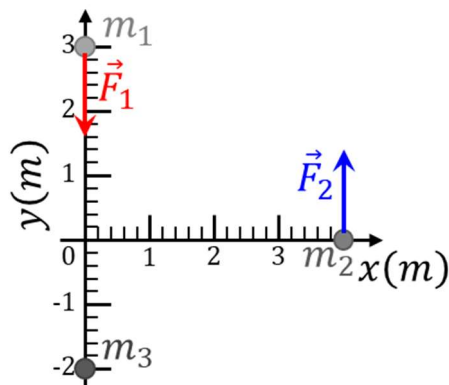


3. Sabiendo que las masas de los sistemas de partículas puntuales representados en las figuras (I) a (VII) son $m_1 = m_4 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = m_6 = 5 \text{ kg}$, $m_3 = m_5 = 2 \text{ kg}$; y que las longitudes marcadas miden $D = 1,2 \text{ m}$, $L = 1 \text{ m}$, $H = 0,7 \text{ m}$, $A = 3 \text{ m}$. Dibujar un sistema de referencia apropiado y determinar las coordenadas del centro de masa de cada uno de ellos:



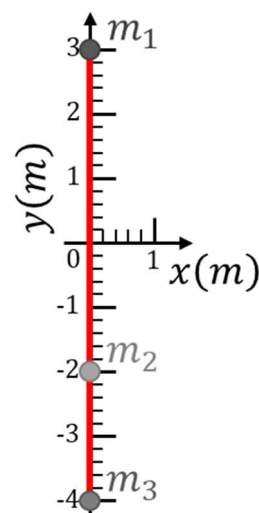


4. Un sistema formado por tres partículas de masas $m_1 = 5 \text{ kg}$, $m_2 = 10 \text{ kg}$ y $m_3 = 15 \text{ kg}$, se ve sometido a la acción de una única fuerza externa conservativa $\vec{F}$. Si el momento lineal total de este sistema con respecto al origen O de un conjunto de ejes de referencia inerciales en función del tiempo viene dadp por $\vec{p}(t) = (3s^{-3} \cdot t^3 \vec{i} - 6s^{-1} \cdot t \vec{j}) \text{ kg m/s}$.
- ¿Se conserva la energía total del sistema? Expresar la velocidad del centro de masas del sistema en función del tiempo.
 - Determinar la fuerza externa $\vec{F}$ y la aceleración del centro de masas $\vec{a}_{CM}$ del sistema en función del tiempo.
 - Si la energía cinética total del sistema medida en $t = 2 \text{ s}$ con respecto a O es $E_c = 200 \text{ J}$, calcular la energía cinética orbital y la energía cinética interna del sistema en ese mismo instante.
5. Un sistema de partículas formado por tres masas puntuales $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ y $m_3 = 3m$, en el instante inicial se encuentra en la posición y bajo las fuerzas externas que se muestran en la figura. Sabiendo que las fuerzas a las que se ven sometidas tienen módulo constante F y que el centro de masas CM se está trasladando con una velocidad $\vec{V}_{CM} = 3 \frac{m}{s} \vec{i}$ con respecto a O .
- ¿Puede el CM describir una trayectoria curva?
 - Calcular el momento lineal del sistema con respecto a O , ¿es contante?
 - ¿Se conserva el momento angular del sistema con respecto a O ?
 - Calcular el vector posición del CM en función del tiempo.



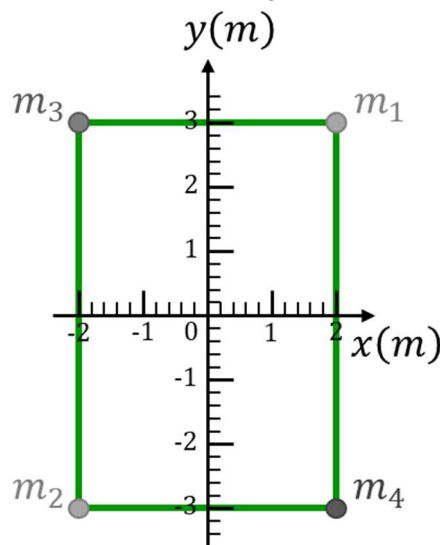
6. Las tres partículas de la figura a la derecha están conectadas mediante barras rígidas de masa despreciable que yacen a lo largo del *eje y*. El sistema, formado por las masas $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$ y $m_3 = 3 \text{ kg}$, gira en el *plano yz* en torno al *eje x* con una velocidad angular de $\vec{\omega} = 2 \text{ rad/s } \vec{i}$. Encontrar:

- El momento de inercia del sistema en torno al *eje x*.
- La velocidad tangencial de cada partícula.
- La energía cinética rotacional total del sistema.



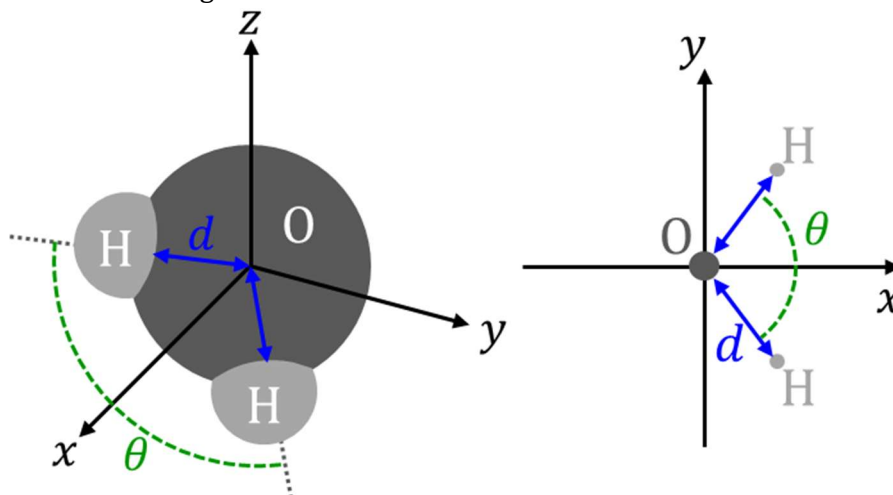
7. Las cuatro partículas de la figura a la derecha están conectadas mediante barras rígidas de masa despreciable con el origen de coordenadas en el centro del rectángulo que forman. El sistema, formado por las masas $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $m_3 = 3 \text{ kg}$ y $m_4 = 4 \text{ kg}$, gira en el *plano xy* en torno al *eje z* con una velocidad angular de $\vec{\omega} = 6 \text{ rad/s } \vec{k}$. Calcular:

- El momento de inercia del sistema en torno al *eje z*.
- La energía cinética rotacional del sistema.
- Si partió del reposo (velocidad angular nula) hasta llegar a la velocidad angular indicada empleando un tiempo total de 2 s, calcular el torque neto aplicado sobre el sistema.

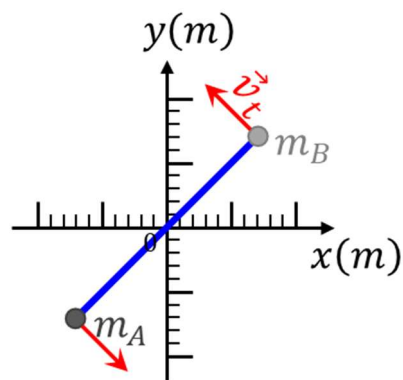


8. Una molécula de H_2O gira con velocidad angular $\omega = 4,6 \cdot 10^{12} \text{ rad/s}$ en el *plano xy* alrededor del *eje z* (que pasa por el centro del átomo de O). Considerando a los átomos como partículas puntuales, que el ángulo entre H es de $\theta = 105^\circ$, que la distancia interatómica entre cada H y el O es $d = 9,57 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ y que cada átomo de H tiene una masa de $m_H = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ y el O una masa de $m_O = 2,67 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

- Calcular la posición del centro de masa de la molécula de agua en el instante graficado.
- Determinar la energía cinética de la molécula.

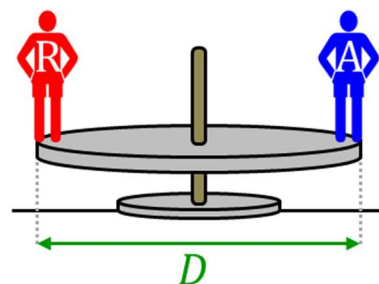


9. Una barra rígida ligera de longitud $L = 1\text{ m}$ tiene dos partículas A y B en sus extremos, como se muestra en la figura. El sistema formado por las masas $m_A = 4\text{ kg}$ y $m_B = 3\text{ kg}$, gira en el *plano xy* en torno al *eje z* que pasa por el centro de la barra con una rapidez tangencial de $v_t = 5\text{ m/s}$ $\vec{k}$. Determinar la cantidad de movimiento angular del sistema alrededor del origen.



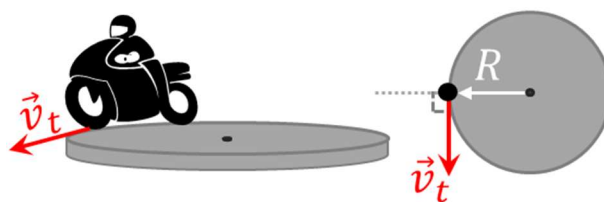
10. Dos niños Andrés y Rodrigo de masa $m_A = m_R = 25\text{ kg}$ están situados enfrentados en el borde de un disco de diámetro $D = 3\text{ m}$ de y masa $M = 100\text{ kg}$ que puede rotar respecto a un eje que pasa por su centro, como indica la figura. Si el disco gira a 5 rpm respecto del eje perpendicular que pasa por el centro disco.

- ¿Cuál será la velocidad angular del conjunto si cada niño se desplaza 90 cm hacia el centro del disco?
- Calcular la variación de energía cinética de rotación del sistema, y explica la causa del incremento de energía.



11. Una moto y su conductor tienen una masa total de masa $m = 260\text{ kg}$ de y altura $h = 1,5\text{ m}$. Se encuentra estacionada en el borde exterior de una plataforma de disco sólido de radio $R = 4,5\text{ m}$ y masa $M = 200\text{ kg}$, que puede girar respecto a su eje central como se muestra en la figura a continuación. En un instante dado el conductor arranca la moto, saltando hacia afuera del disco a $v_t = 8\text{ m/s}$ en forma tangencial a su borde produciendo un movimiento rotacional en el disco. Considerando que la fricción entre el eje y el disco son despreciables:

- ¿Cuál es el momento angular inicial del sistema?
- ¿Cuál es la velocidad angular del disco?
- ¿Cuál es el cambio en la energía cinética del sistema?
- ¿De dónde proviene la energía que tiene ahora el sistema?



Choques

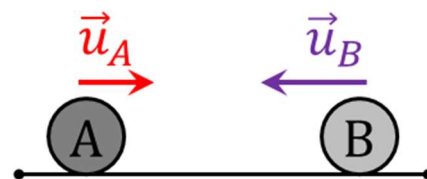
12. Un carro de ferrocarril que viaja a una velocidad $u_1 = 24 \text{ m/s}$ choca contra un carro idéntico inicialmente en reposo. Como resultado del choque, los carros se enganchan, como se muestra en la figura.



- a. ¿Cuál es su velocidad común después, $\vec{v}_f$?
- b. Determinar qué parte de la energía cinética inicial se transforma en otro tipo de energía.

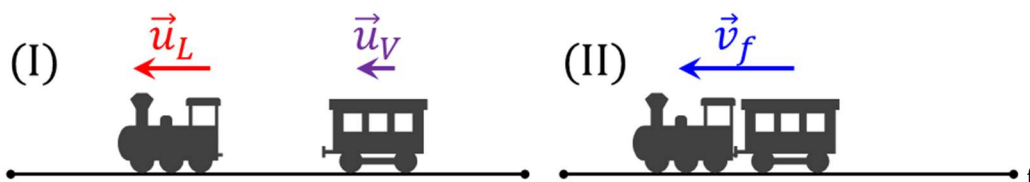


13. Dos partículas A y B se mueven en la misma dirección horizontal (ver figura) chocan elásticamente. La masa de A es de $m_A = 100 \text{ kg}$ y se mueve con una velocidad $\vec{u}_A = 5 \text{ m/s } \hat{i}$, mientras que la masa de B es $m_B = 50 \text{ kg}$ y se mueve con una velocidad $\vec{u}_B = -7 \text{ m/s } \hat{i}$. Determinar los vectores velocidad $\vec{v}_A$ y $\vec{v}_B$ de cada partícula después del choque.



14. Un vagón de juguete de masa $m_V = 4 \text{ kg}$, que avanza a una velocidad de $u_V = 6 \text{ m/s}$ choca contra una locomotora de masa $m_L = 6 \text{ kg}$ que viaja en la misma dirección y sentido a $u_V = 3 \text{ m/s}$. Como resultado del choque, el vagón se engancha a la locomotora, ver figura (II).

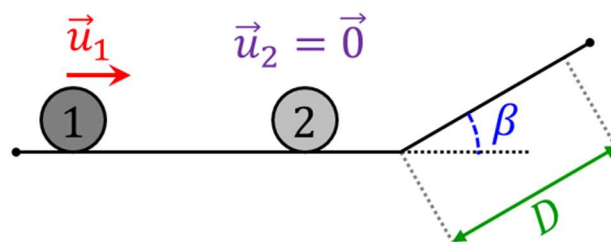
- a. ¿Cuál es su velocidad grupal después, $\vec{v}_f$?
- b. Determinar qué parte de la energía cinética inicial se transforma en otro tipo de energía.



15. Antes de chocar elásticamente en una dimensión, las partículas 1 y 2 de masas $m_1 = 5 \text{ kg}$ y $m_2 = 3 \text{ kg}$ se movían con velocidades $u_1 = 4 \text{ m/s}$ y $u_2 = 2 \text{ m/s}$, respectivamente.

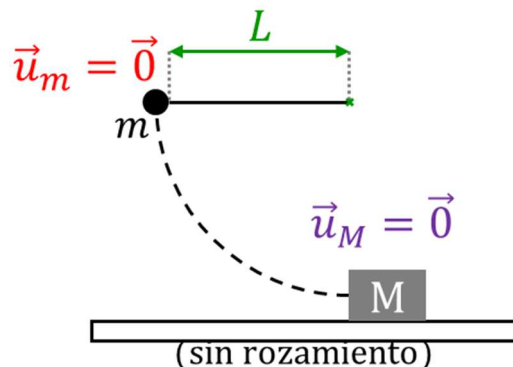
- a. Si las partículas se mueven en la misma dirección, es decir, la partícula 1 perseguía a la 2; ¿cómo serán los vectores velocidad $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ luego de la colisión?
- b. Si las partículas se mueven una al encuentro de la otra, ¿cómo serán los vectores velocidad $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ luego de la colisión?
- c. Si el choque fuera plástico, ¿cuál sería la variación de la energía del sistema en la situación de cada ítem anterior?

16. Una esfera 1 de masa $m_1 = 20 \text{ g}$ se mueve con rapidez $u_1 = 50 \text{ cm/s}$ hacia la derecha y choca de frente inelásticamente con otra esfera 2 de masa $m_2 = 10 \text{ g}$ inicialmente detenida, como indica la figura. Después del choque, la esfera 1 retrocede con una rapidez $v_1 = 5 \text{ cm/s}$, mientras que la 2 se mueve hasta un plano inclinado un ángulo $\beta = 30^\circ$ con la horizontal. Si ninguna de las superficies posee rozamiento:



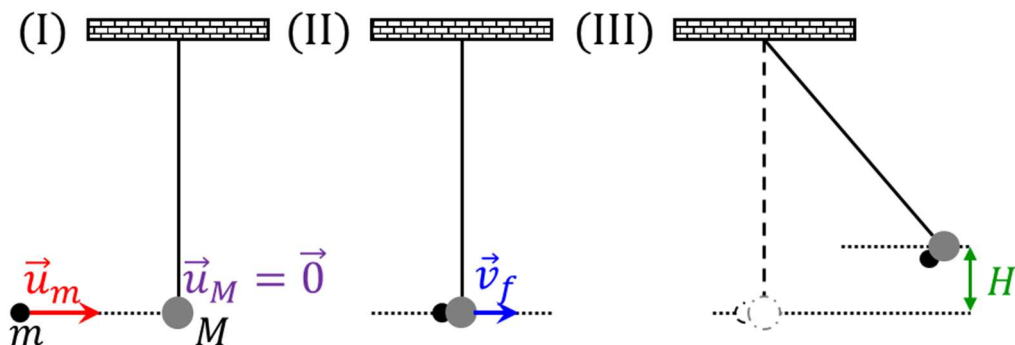
- Determinar la velocidad $\vec{v}_2$ de la esfera 2 justo después del choque.
- Determinar qué parte de la energía cinética inicial se transforma en otro tipo de energía.
- Determinar la distancia D que sube la esfera 2 por el plano inclinado.

17. Una esfera de masa m que pesa $P_m = 4,45 \text{ N}$ se encuentra atada a una cuerda de longitud $L = 0,68 \text{ m}$ de, y se la suelta cuando la cuerda está horizontal. En la parte inferior de la trayectoria, la esfera pega contra un bloque de masa M que pesa $P_M = 22,2 \text{ N}$ que se encuentra inicialmente en reposo sobre una superficie sin rozamiento. Si el choque entre ambas es elástico, encontrar las velocidades de la esfera y del bloque inmediatamente después de la colisión.

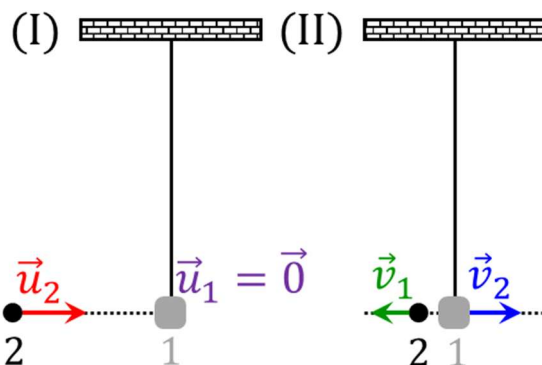


18. Un proyectil de masa $m = 10 \text{ g}$ choca contra un péndulo balístico de masa $M = 2 \text{ kg}$, ver figura (I). Como consecuencia del impacto la bala queda empotrada en el péndulo, ver figura (II). El centro del mismo se eleva hasta una altura $H = 12 \text{ cm}$, ver figura (III).

- ¿Qué velocidad $\vec{u}_m$ tenía el proyectil antes del choque?
- ¿Qué velocidad $\vec{v}_f$ tiene el conjunto luego del choque?
- Comparar la energía mecánica final del péndulo con la energía cinética inicial del proyectil.

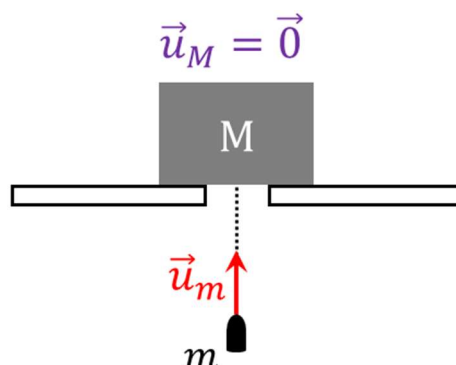


19. Determinar qué le ocurre a un cuerpo de masa $m_1 = 2 \text{ kg}$ que cuelga en reposo de una cuerda, tras recibir el impacto horizontal de un proyectil de masa $m_2 = 90 \text{ g}$ que se mueve a $u_2 = 45 \text{ m/s}$ si éste no se adhiere al cuerpo colgante, es decir, considerando dicha colisión como elástica, como se muestra en la figura.



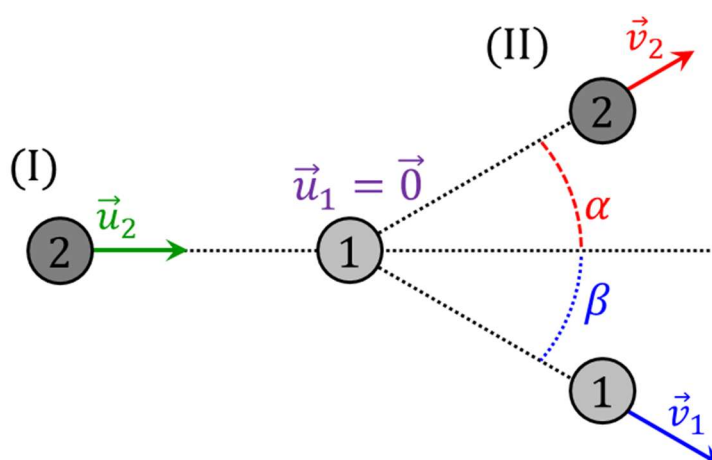
20. Un bloque de madera de masa $M = 1,25 \text{ kg}$ descansa sobre una mesa con un agujero grande como se muestra en la figura. Una bala de masa $m = 5 \text{ g}$ con una velocidad inicial $\vec{u}_m$ se dispara hacia arriba desde la parte inferior del bloque y permanece en el interior del luego del impacto. Como consecuencia de la colisión, el bloque y la bala se elevan hasta una altura de $h = 22 \text{ cm}$.

- Describir cómo encontrar la velocidad inicial de la bala usando los conceptos de colisiones vistos en el curso.
- Calcular la velocidad inicial de la bala a partir de la información proporcionada.
- ¿Qué se puede afirmar sobre la conservación de la energía en cada etapa del movimiento? ¿Y respecto de la colisión? Calcular la variación de la energía en cada tramo.



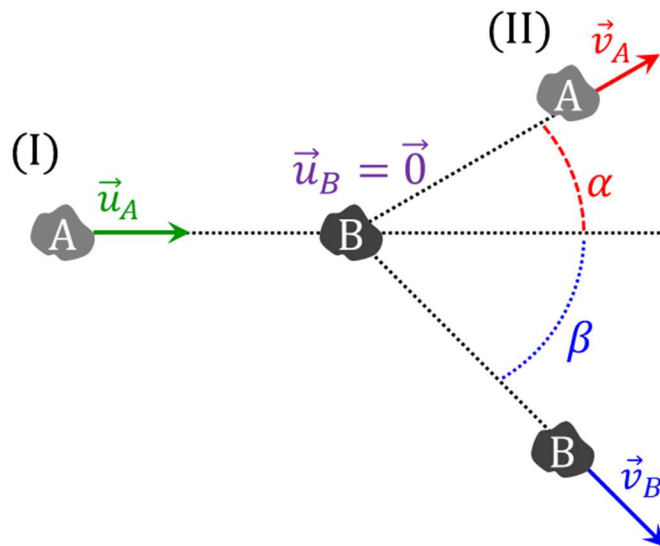
21. Una esfera 1 de masa $m_1 = 1 \text{ kg}$ inicialmente en reposo, es impactada por otra esfera 2 de masa $m_2 = 2 \text{ kg}$. Después del choque 2 sale con una velocidad que forma ángulo $\alpha = 30^\circ$ con la dirección de la velocidad de la partícula incidente, mientras que la 1 sale formando un ángulo de $\beta = 30^\circ$ con la misma dirección. Si la rapidez de la esfera 2 luego del impacto es $v_2 = 2 \text{ m/s}$.

- Determinar la velocidad de la partícula incidente antes y después del choque.
- Determinar de qué tipo de choque se trata.

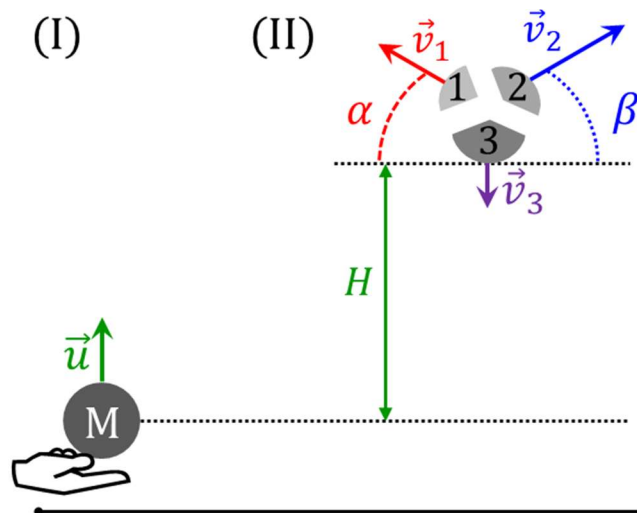


22. Dos asteroides de igual masa pertenecientes al cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter chocan de refilón como se representa en la figura a continuación. El asteroide A, que inicialmente viajaba a $u_A = 40 \text{ m/s}$, se desvía un ángulo $\alpha = 30^\circ$ con respecto a su dirección original, mientras que el asteroide B viaja a $\beta = 45^\circ$ con respecto a la dirección original de A.

- ¿Cuál es la velocidad $\vec{v}_A$ y $\vec{v}_B$ de cada asteroide después del choque?
- ¿Qué fracción de la energía cinética original del asteroide A se disipa durante el choque?

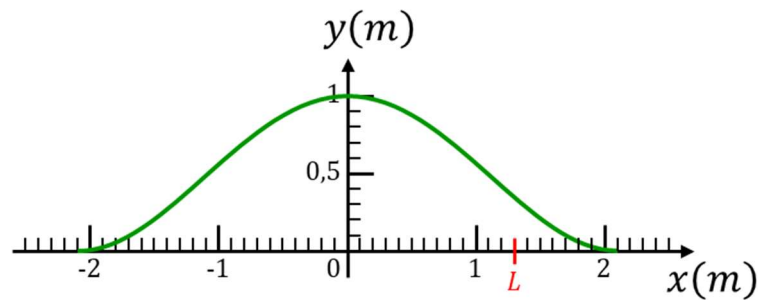


23. Una persona tira una pelota verticalmente hacia arriba, ver figura (I). Cuando la pelota alcanza una altura máxima $h = 10 \text{ m}$ respecto al suelo, la misma estalla repentinamente separándose en tres partes de masas $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ y $m_3 = 3m$ (ver figura). Sabiendo que la masa m_3 cae verticalmente y llega al suelo luego de 2 segundos, mientras que la masa m_2 sale despedida formando un ángulo $\beta = 30^\circ$ respecto a la horizontal y con una rapidez $v_2 = 3 \text{ m/s}$. Despreciando el rozamiento de las partes con el aire, hallar u , v_1 , v_3 y α .



Guía N°12: Ondas mecánicas (Licenciaturas)

1. Una función $y = f(x)$ tiene la forma representada en la figura:



- Graficar de forma aproximada las funciones: $f(x - L)$ y $f(x + L)$
 - Considerar que L es un parámetro que varía con el tiempo de la forma $L = v \cdot t$, si $v = 1 \text{ m/s}$, esquematizar las gráficas correspondientes, sucesivamente, a los instantes $t_1 = 1 \text{ s}$, $t_2 = 2 \text{ s}$, etc.
2. En la siguiente función de dos variables

$$f(x, t) = f_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \phi \right]$$

donde λ es la longitud de onda, T es el periodo y ϕ es la fase inicial

- Reemplazar t por $t + T$ manteniendo fijo el valor de x , ¿cuánto vale la función en ese instante?
 - Reemplazar x por $x + \lambda$ manteniendo fijo el valor de t , ¿cuánto vale la función en ese instante?
 - Así como $\omega = 2\pi/T$ es la frecuencia angular se define $k = 2\pi/\lambda$ como el número de onda. ¿Qué unidades tiene k y cuál es su significado?
 - Si v es la velocidad de onda, demostrar la relación $v = \lambda/T$.
3. Un movimiento ondulatorio que se desplaza según la dirección x está descrito por la siguiente ecuación:

$$f(x, t) = 20 \text{ cm} \sin[2\pi(0,25 \text{ cm}^{-1} \cdot x + 0,05 \text{ s}^{-1} \cdot t)]$$

Encontrar:

- la longitud de onda, la frecuencia y el periodo.
 - la velocidad y el sentido de propagación.
4. La ecuación de cierta onda transversal es:

$$f(x, t) = 6,5 \text{ mm} \cdot \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{280 \text{ mm}} + \frac{t}{0,036 \text{ s}} \right) \right]$$

Determine:

a. la longitud de onda, la frecuencia y el periodo.

b. la velocidad y el sentido de propagación.

5. Ciertas ondas transversales en una cuerda tienen velocidad de $v = 8 \text{ m/s}$, amplitud de $A = 0,07 \text{ m}$ y longitud de onda de $\lambda = 0,32 \text{ m}$. Las ondas viajan en la dirección $-x$, y en $t = 0 \text{ s}$ el extremo $x = 0 \text{ m}$ de la cuerda tiene su máximo desplazamiento hacia arriba.

a. Calcule la frecuencia, el periodo y el número de onda de estas ondas.

b. Escriba una función de onda que describa la onda.

c. Calcule el desplazamiento transversal de una partícula en $x = 0,36 \text{ m}$ en el tiempo $t = 0,15 \text{ s}$.

d. ¿Cuánto tiempo debe pasar después de $t = 0,15 \text{ s}$ para que la partícula en $x = 0,36 \text{ m}$ vuelva a tener su desplazamiento máximo hacia arriba?

6. Una onda de agua que viaja en línea recta en un lago queda descrita por la ecuación:

$$f(x, t) = 3,75 \text{ cm} \cdot \cos(0,45 \text{ cm}^{-1} \cdot x + 5,4 \text{ s}^{-1} \cdot t)$$

donde y es el desplazamiento perpendicular a la superficie tranquila del lago.

a. ¿Cuánto tiempo tarda un patrón de onda completo (distancia entre una cresta y la siguiente) en pasar por un pescador en un bote anclado, y qué distancia horizontal viaja la cresta de la onda en ese tiempo?

b. ¿Cuál es el número de onda y el número de ondas por segundo que pasan por el pescador?

c. ¿Qué tan rápido pasa una cresta de onda por el pescador y cuál es la rapidez máxima de su flotador de corcho cuando la onda provoca que éste oscile verticalmente?

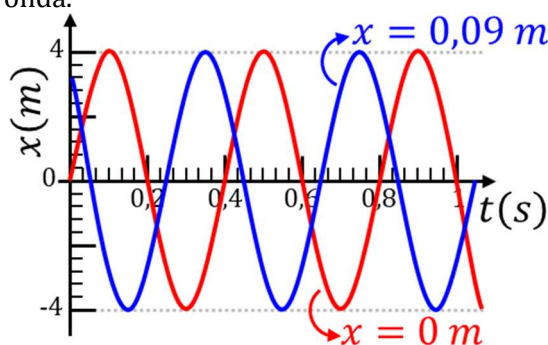
7. Una onda senoidal se propaga por una cuerda estirada en el eje x . El desplazamiento de la cuerda en función del tiempo se grafica en la figura para partículas en los puntos $x = 0 \text{ m}$ y en $x = 0,09 \text{ m}$ que están separados una longitud de onda.

a. Calcular la amplitud y el periodo de la onda.

b. Determinar la longitud y velocidad de la onda si esta se mueve en el sentido del semieje positivo de x .

c. Determinar la longitud y velocidad de la onda si ahora ésta se mueve en el sentido del semieje negativo de x .

d. ¿Sería posible determinar de manera definitiva la longitud de onda en los incisos anteriores si no se sabe que los dos puntos están separados una longitud de onda? ¿Por qué?



8. A las estaciones de radio A.M. se les asignan frecuencias entre 500 kHz y 1600 kHz . Sabiendo que la velocidad de ondas electromagnéticas en el aire es $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. ¿Cuál es el rango de longitudes de onda para estas señales de radio?

9. El adulto promedio puede percibir sonidos cuyas frecuencias van desde 17 Hz a 15000 Hz . Conociendo que la velocidad del sonido en el aire a 20°C es de 343 m/s . ¿Cuáles son las longitudes de onda correspondientes a estas frecuencias extremas?
10. Se llama *ultrasonido* a las frecuencias más arriba de la gama que puede detectar el oído humano, esto es, aproximadamente mayores que 20000 Hz . Se pueden usar ondas de ultrasonido para penetrar en el cuerpo y producir imágenes al reflejarse en las superficies. En una exploración típica con ultrasonido, las ondas viajan con una velocidad de 1500 m/s . Para obtener una imagen detallada, la longitud de onda no debería ser mayor que 1 mm . ¿Qué frecuencia se requiere entonces?

Cuadernillo de Laboratorio

Como elaborar un Informe

Un informe es un escrito que se realiza para comunicar/transmitir una situación o de algo sobre lo que se está investigando o experimentando. Un informe en el ámbito de laboratorio de Física (informe científico) tiene como objetivo explícito poder poner en claro una experiencia realizada, lo que conlleva el detalle del porque se realizó, qué se empleó y qué se pudo obtener.

Es entonces fundamental tener en cuenta que debe ser elaborado con un lenguaje claro, preciso, concreto y objetivo. Concretamente, un informe debe tener con la siguiente estructura:

- **Título:** donde se explicita lo realizado en el laboratorio.
- **Objetivo:** se establece que se quiere obtener en la experiencia de laboratorio.
- **Introducción:** se detalla el marco teórico que sustenta la realización de dicha experiencia.
- **Materiales:** se listan los elementos utilizados en la realización del experimento.
- **Resultados:** se presentan los valores/datos obtenidos, empleando: tablas, gráficos, esquemas, etc.
- **Conclusión:** se responde a las preguntas ¿qué se encontró?, ¿coincide con los objetivos? y ¿qué surge de lo hallado?
- **Cálculos auxiliares:** se detallan los pasos seguidos al realizar cálculos matemáticos y propagaciones de errores para la expresión correcta de las mediciones efectuadas.

Software de gráficas: SciDAVis

El software **SciDAVis** es una aplicación interactiva gratuita para el análisis y visualización de datos científicos (su nombre proviene de las siglas para: Scientific Data Analysis and Visualization), que se ejecuta en GNU / Linux, Windows y MacOS X. Se puede obtener en: <http://scidavis.sourceforge.net/>

Según sus creadores, **SciDAVis** combina una curva de aprendizaje poco profunda y una interfaz gráfica de usuario intuitiva y fácil de usar con potentes funciones como capacidad de escritura y extensibilidad.

Un breve resumen de lo que **SciDAVis** puede hacer:

- tablas (datos 2D), matrices (datos 3D), gráficos (2D o 3D) y notas (texto o scripts) se recopilan en un proyecto y se pueden organizar utilizando carpetas. Los datos para tablas o matrices se pueden ingresar directamente o importar desde archivos ASCII.
- muchas operaciones de análisis integradas como estadísticas de columna/fila, convolución (y deconvolución), FFT y filtros basados en FFT.
- ajustar funciones lineales y no lineales a los datos, incluida la conexión multi-pico (multi-peak fitting).
- gráficos 2D de calidad de publicación de distintos tipos, incluidos símbolos/líneas, barras y gráficos de torta que se pueden exportar en varios formatos (JPG, PNG, EPS, PDF, SVG).
- gráficos 3D interactivos con exportación a una variedad de formatos (incluidos EPS y PDF).

Se encuentra disponible en el transparente virtual un instructivo de instalación y uso de éste software.

Materiales que debe traer el alumno

- Cuaderno de Laboratorio Individual (se recomienda con hojas cuadriculadas)
- Calculadora científica (puede ser en el celular)
- Regla graduada
- Cronómetro (puede ser en el celular)
- Propipeta
- Guardapolvo (opcional)
- Rollo de papel absorbente (al menos 1 por grupo de trabajo)

Trabajo Práctico N°1: Mediciones Directas e Indirectas

Objetivos de aprendizaje

- Familiarizarse con instrumentos de medición habituales y que poseen Vernier.
- Medir magnitudes físicas de diferentes objetos en forma directa e indirecta.
- Expresar correctamente los valores obtenidos para distintas magnitudes físicas.
- Evaluar las incertezas involucradas en cada medición.

Introducción

En este trabajo de laboratorio se miden distintas magnitudes físicas, específicamente: longitud, área, volumen, masa, densidad, tiempo, temperatura. Dichas mediciones se realizan tanto de manera directa como indirecta.

Vale recordar que una medición es directa, cuando se dispone de un instrumento de medida que obtiene una magnitud comparando la variable a medir con una de la misma naturaleza física (patrón). Ahora bien, existen variables que no se pueden medir por comparación directa (con patrones de la misma naturaleza) ya sea porque el valor a medir es muy grande, muy pequeño o depende de obstáculos de otra naturaleza, entonces se realiza una medición indirecta mediante la medición de una variable con la cual se puede calcular otra variable distinta que es la de interés.

Mediciones con Calibre

El calibre es un instrumento utilizado para medir dimensiones de objetos relativamente pequeños, desde centímetros hasta fracciones de milímetros. El mismo consta de una pequeña reglilla de graduación auxiliar, denominada vernier móvil, que se desliza sobre la escala fija del calibre, como se muestra a continuación:

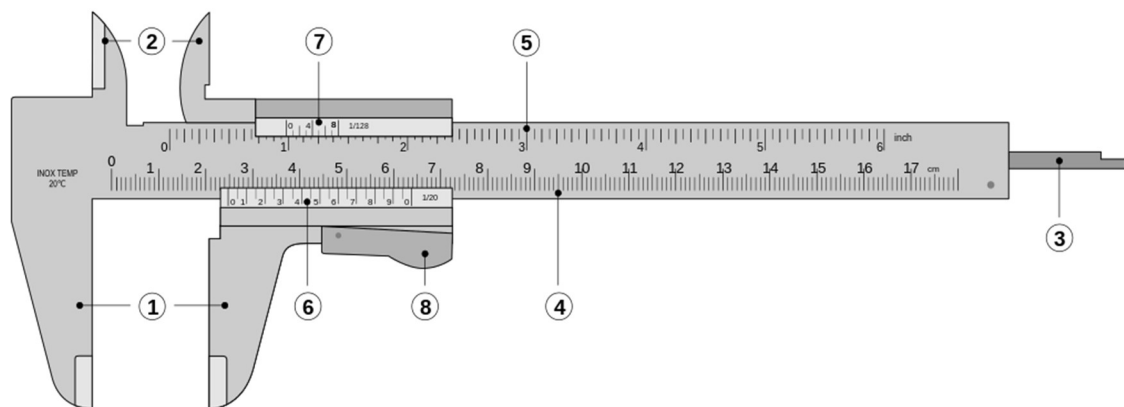


Figura 3. Calibre sus elementos conformantes enumerados.

En la Figura 3 se pueden apreciar los elementos que conforman un calibre:

- | | |
|--|---|
| (1) cabezales para mediciones externas | (5) escala fija en pulgadas |
| (2) cabezales para mediciones internas | (6) vernier móvil (de mm) |
| (3) sonda de profundidad | (7) vernier móvil (de pulgadas) |
| (4) escala fija en mm | (8) retenedor (bloquea/libera el vernier móvil) |

Cuando se hace coincidir el cero de la escala fija con el cero del vernier móvil, se observa que la longitud del intervalo que contiene n divisiones de la escala fija, corresponde a N divisiones del

vernier. Llamando D al valor de la menor división de la escala fija (generalmente 1 mm) y d al valor de la menor división de la escala móvil se tiene:

$$n \cdot D = N \cdot d \Rightarrow d = n \cdot \frac{D}{N} \quad (8)$$

Entonces, el menor valor posible de ser medido con el vernier, su **apreciación A** , será por lo tanto el valor de una división de la escala fija dividido por el número total de divisiones de la escala móvil:

$$A = \frac{D}{N} \quad (9)$$

Se considera al error absoluto de una medición con calibre como igual a su apreciación.

Para realizar una medición con el calibre se siguen los siguientes pasos:

- Se toma el calibre que se va a emplear en la medición y se registra su apreciación. En el caso de la Figura 4.a) se observan 20 divisiones en el vernier móvil, entonces

$$A = 1\text{ mm}/20 = 0,05\text{ mm}$$

- Se separan los cabezales correspondientes a la medición que se va a realizar. En la Figura 4.b) se realiza una medición externa, por ser del ancho de la tuerca.

- Se ajustan los cabezales al objeto que se desea medir. En el ejemplo se ajustan al ancho de la tuerca, que denominaremos " α ".

- Se observa donde se encuentra el 0 del vernier móvil, este indica la medición. En la Figura 4.d) el 0 está pasando los $2,4\text{ cm}$, o sea que la tuerca mide una cantidad α más de ese valor.

$$\alpha' = 2,4\text{ cm} + \alpha$$

- Se busca cual de las líneas del vernier móvil coincide con una de la escala fija. Una vez elegida se cuentan cuantas divisiones son n y se la multiplica por la apreciación A , y éste valor se le suma a aquel obtenido en el paso anterior. En la Figura 4.e), resultaría

$$\alpha = n \cdot A = 14 \cdot 0,05\text{ mm}$$

$$\alpha = 0,7\text{ mm}$$

El valor del ancho resulta

$$\alpha' = 2,4\text{ cm} + 0,7\text{ mm}$$

$$\alpha' = 2,47\text{ cm}$$

- Se expresa correctamente la medición. El error absoluto de una medición con calibre es igual a su apreciación, en el ejemplo

$$\Delta\alpha = A = 0,05\text{ mm} = 0,005\text{ cm}$$

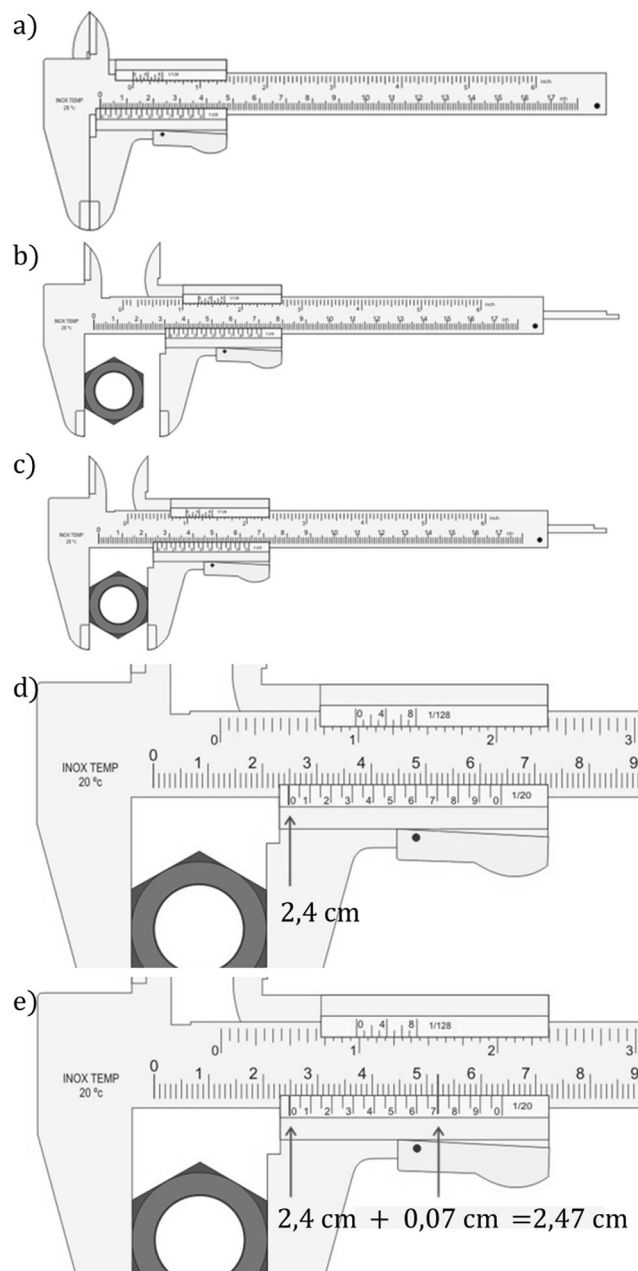


Figura 4. Como medir con calibre, paso a paso.

Entonces, la medición del ancho a de la tuerca resulta

$$a = (2,470 \pm 0,005) \text{ cm} \quad (10)$$

Desarrollo del TP

En el presente trabajo se emplean distintos objetos (triángulo, cilindro, esferas, block de hojas, tuerca) para realizar mediciones de sus magnitudes físicas de manera directa y también indirecta.

Materiales

- Regla milimetrada.
- Calibre.
- Balanza.
- Termómetro.
- Computadora.
- Distintos objetos: triángulo plástico, cilindro metálico, esferas (metálica y plástica), block de hojas, tuerca.

Experiencias

A) Mediciones Directas

- Determinar las dimensiones explicitadas a continuación utilizando una balanza, una regla milimetrada y un calibre. Informarlas correctamente empleando la ecuación (7) de
- Teoría de Errores y la ecuación (10) de la Introducción.
 - longitud de los lados y la altura del triángulo plástico (2D).
 - diámetro, la altura y masa del cilindro metálico.
 - diámetro de la esfera metálica.
 - masa de 10 esferas plásticas.
 - espesor de un cuadernillo (sin las tapas); contar el número de hojas.
 - diámetro interno de la tuerca.
- Calcular el error relativo para cada medición.
- Comparar las mediciones realizadas con regla y con calibre.
- Medir la temperatura ambiental utilizando un termómetro.

B) Mediciones Indirectas

- Con las mediciones realizadas en el punto (A), calcular e informar correctamente las siguientes magnitudes:
 - superficie y perímetro del triángulo plástico.
 - densidad del cilindro metálico.
 - volumen de la esfera metálica.
 - espesor de una hoja.
 - masa de una esfera plástica.
- Calcular el error relativo para cada medición.
- Comparar las mediciones realizadas con regla y con calibre.

Observación: en todos los casos, analizar las incertezas de las mediciones y relacionarlas con la precisión del instrumento de medición utilizado y/o con el método de medición.

Trabajo Práctico N°2: Cinemática

- PARA REALIZAR ESTE TRABAJO EN EL LABORATORIO, DEBERÁN TRAER DESCARGADO EN SU CELULAR LA APLICACIÓN “*SPARKvue*”
 - <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.isbx.pasco.Spark>
 - La instalación requiere de cierto tiempo, por lo que pedimos que lo hagan antes de venir al laboratorio en un lugar con buena señal.
- PARA REALIZAR EL INFORME DE ESTE TRABAJO, DEBERÁN UTILIZAR EL SOFTWARE “*SciDAVis*” EN SU COMPUTADORA
 - <https://sourceforge.net/projects/scidavis>
 - Esta es una aplicación multiplataforma gratuita y de código abierto para el análisis y visualización de datos científicos.
 - Si bien no es necesario que traigan su computadora, la utilización de la aplicación es obligatoria por lo que se recomienda instalarla previamente por si surgen dudas.
- LOS DATOS TOMADOS EN ESTE LABORATORIO SE EMPLEARÁN TAMBIÉN EN EL LABORATORIO SIGUIENTE

Objetivos de aprendizaje

- Interiorizarse con la importancia de los sistemas de referencia.
- Familiarizarse con los conceptos de MRU y MRUV.
- Medir magnitudes físicas que identifican dichos movimientos.
- Realizar ajustes lineales y cuadráticos a tablas de datos.
- Expresar correctamente las funciones del ajuste.
- Describir correctamente los movimientos.

Introducción

La cinemática describe el movimiento de los objetos sin considerar las causas que lo producen, limitándose así al estudio de la trayectoria en función del tiempo. Utiliza entonces, velocidades y aceleraciones que permiten describir cómo cambia la posición en función del tiempo.

En cinemática se llama movimiento rectilíneo a aquel que tiene una partícula que se mueve en línea recta, pues su posición está descrita por una sola coordenada, por ejemplo:

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{i} \quad (11)$$

Dentro de la familia de movimientos rectilíneos, podemos distinguir uno particular en el cual la partícula que se mueve en línea recta lo hace a velocidad constante, entonces no posee aceleración, a este se lo denomina **movimiento rectilíneo uniforme (MRU)**. Así, si el movimiento es a lo largo del eje x :

$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = 0 \quad (12)$$

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = v_x \text{ (constante)} \quad (13)$$

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot t \quad (14)$$

donde x_0 representa la posición inicial de la partícula.

Sin embargo, cuando la partícula que se mueve en línea recta varía su velocidad linealmente, posee una aceleración constante pero distinta de la nula. A este movimiento lo denominamos **movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)**, y se caracteriza por:

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = a_x \text{ (constante)} \quad (15)$$

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = a_x \cdot t + v_{0x} \quad (16)$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 \quad (17)$$

Características del carrito

En la parte superior del carrito se encuentra graficado un sistema de ejes cartesianos. Además, las ruedas están montadas sobre rulemanes que permiten que el desplazamiento presente rozamiento despreciable.

A su vez, el carrito tiene varios sensores y las mediciones que realiza se transmiten por bluetooth al software **SPARKvue**. Uno de los sensores, ubicado sobre el eje de las ruedas, mide el desplazamiento en el eje paralelo al riel (que denominaremos eje X). Otro sensor se encuentra en el interior del carrito y mide la fuerza aplicada sobre el punto de inserción (A). En uno de los extremos tiene un émbolo con resorte (B), que sirve como disparador. El disparador tiene 3 puntos de carga. (Ver Figura 5)

Mediante el sensor que está montado sobre el eje de las ruedas, registraremos la posición en función del tiempo del carrito en un movimiento ascendente y luego descendente sobre el riel inclinado.



Figura 5. Carrito Pasco Smart Car.



Figura 6. Carrito sobre riel.

Acerca de **SPARKvue**

- Descargar la aplicación **SPARKvue** en el celular (asegurarse que el bluetooth esté encendido):

<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.isbx.pasco.Spark>

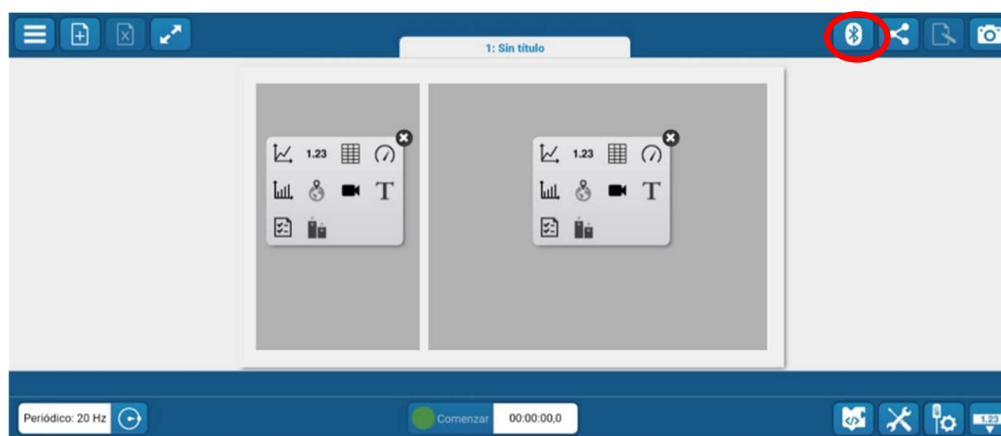
- a. En la pantalla principal de la aplicación **SPARKvue** elige la opción “Crea un nuevo experimento”



- b. Elige un diseño (la aplicación es muy similar al Power Point; se sugiere elegir el diseño que contiene una hoja)

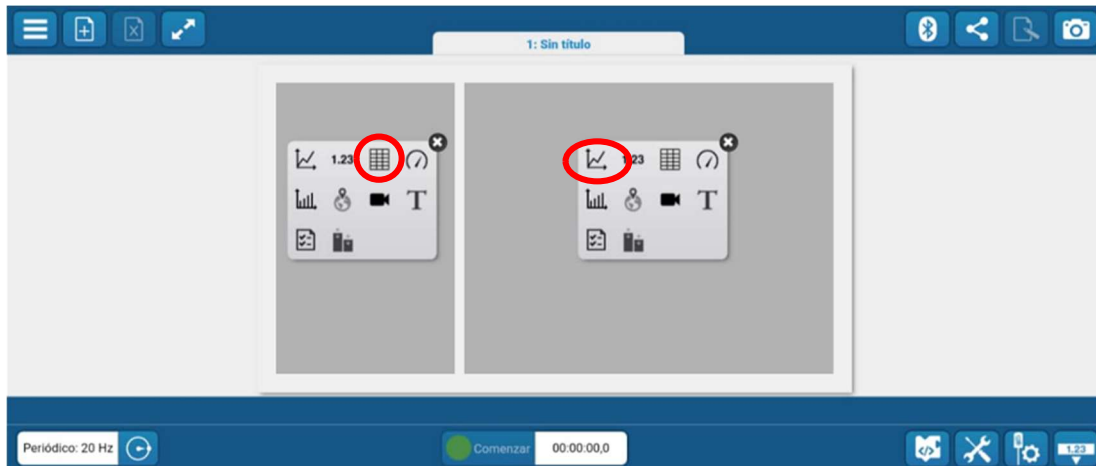


- c. Selecciona el ícono que representa a la vía por Bluetooth.



- d. Selecciona el carrito con el código correspondiente a tu grupo. Hay dos carros, cada uno tiene asignado un código diferente. (ANOTAR EL CÓDIGO DEL CARRITO USADO)

- e. En la pantalla del diseño, a la izquierda seleccionar una tabla que muestre los datos observados para cada gráfica. Y a la derecha el gráfico.

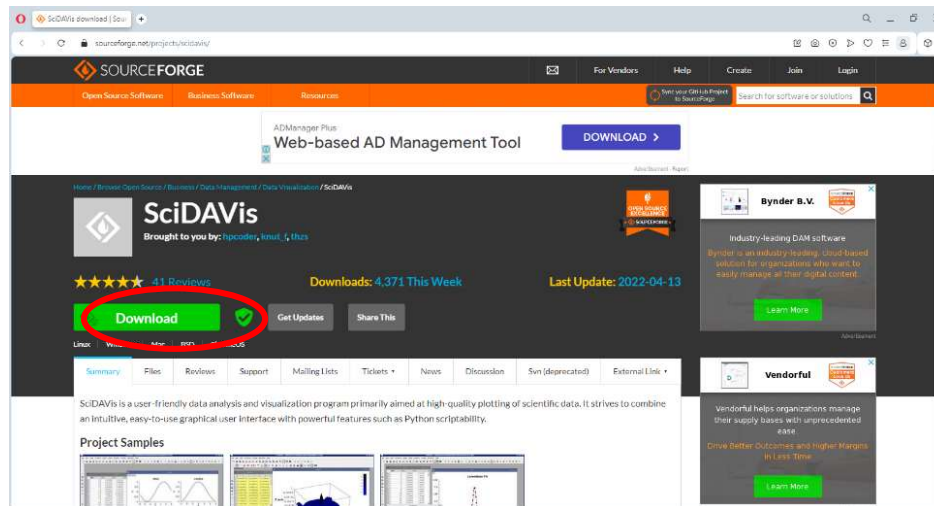


- f. En la tabla establece en la ventana los datos a visualizar: haciendo clic en la parte título de cada columna seleccionar en la primera el tiempo " t (s)" y en la segunda la posición " x (m)".
- g. En la gráfica establece los datos a visualizar: haciendo clic en título del eje horizontal seleccionar el tiempo " t (s)" y en título del eje vertical la posición " x (m)".

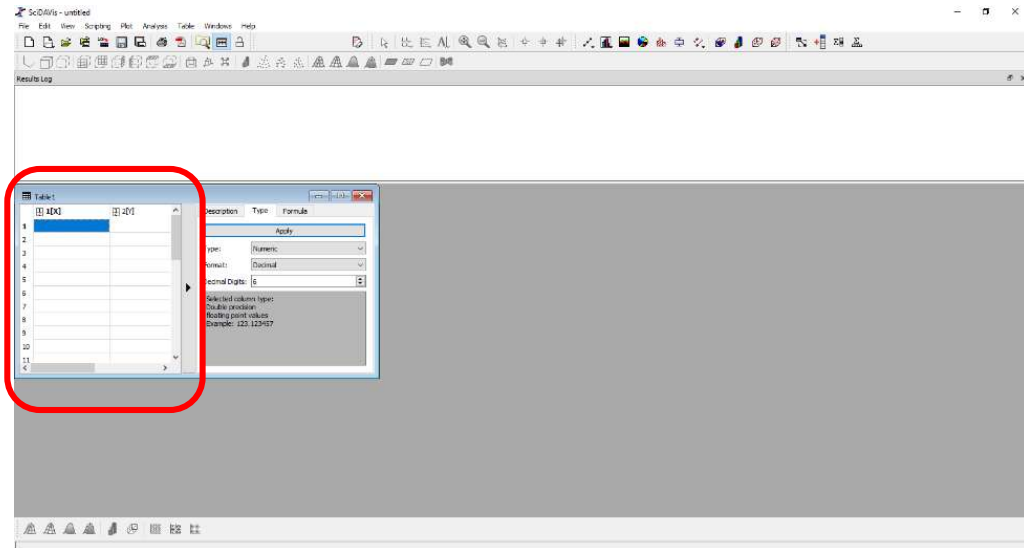
Acerca de SciDAVis

- Descargar el software **SciDAVis** en la computadora:

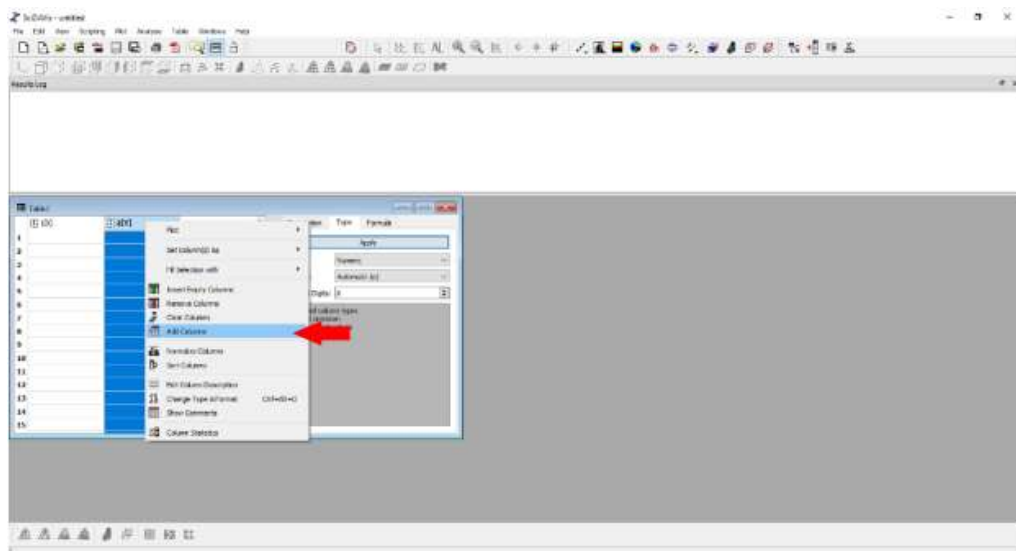
<https://sourceforge.net/projects/scidavis>



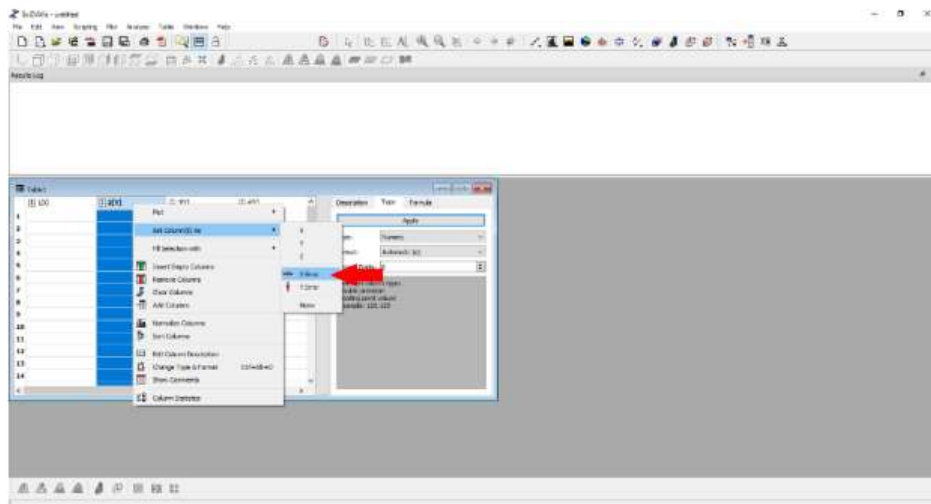
- a. Abrir el programa. Tiene un aspecto similar a una hoja de cálculos.



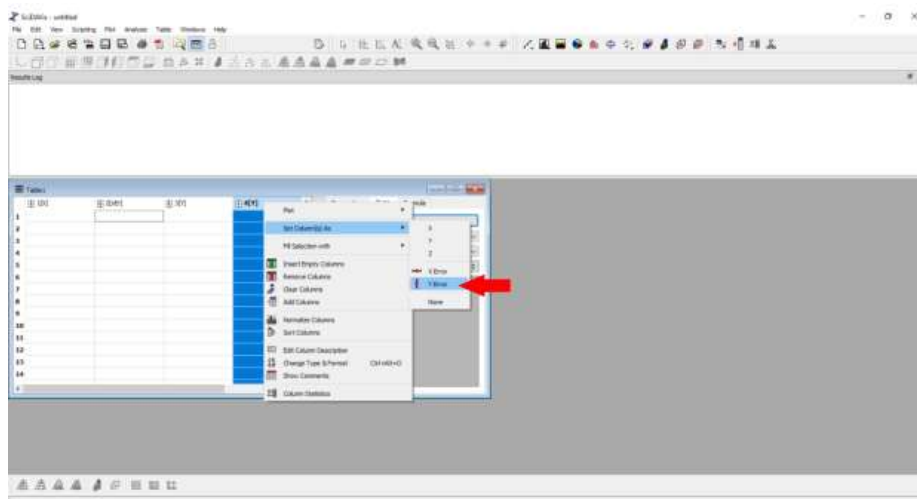
- b. Agregar columnas para los errores: esto se logra con un clic derecho sobre el título de una columna y seleccionando la opción "Add Columns". Es necesario hacerlo dos veces, para tener una columna con el error de la variable independiente t y otra con el error de la variable dependiente x .



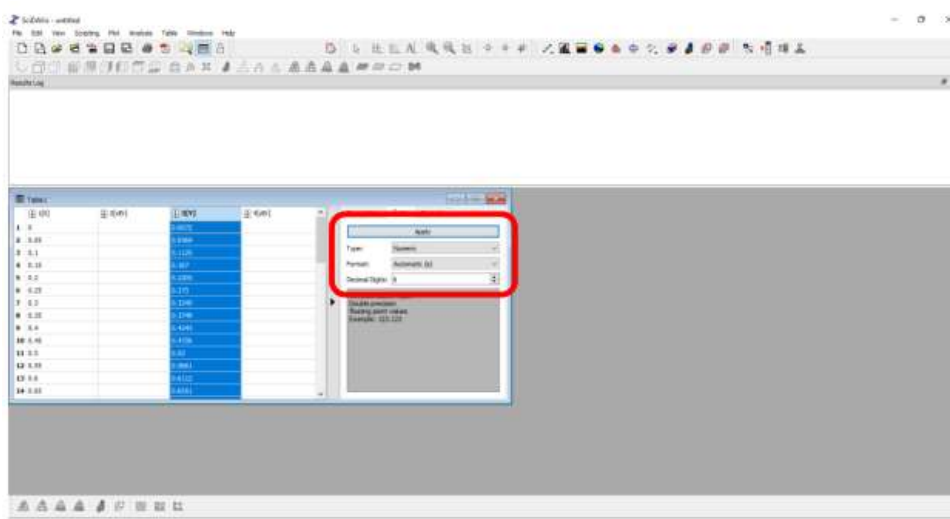
- c. Asignar la columna de error en el tiempo: para ello hacer clic derecho sobre el título de la columna con el error de la variable independiente, seleccionar la opción "Set Column(s) As" y luego la "X Error"



- d. *Asignar la columna de error en la posición: para ello hacer clic derecho sobre el título de la columna con el error de la variable dependiente, seleccionar la opción "Set Column(s) As" y luego la "Y Error"*

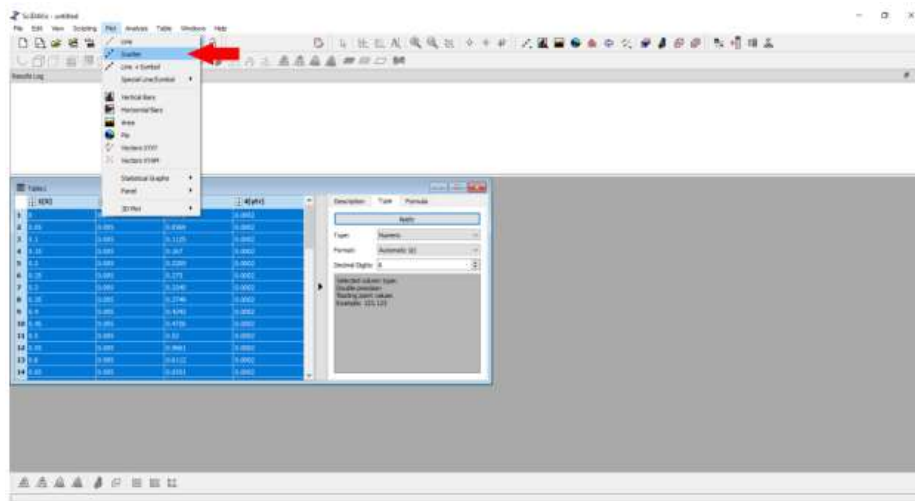


- e. *Pegar la lista de datos del tiempo medida con la aplicación **SPARKvue** en la primera columna, y la lista de datos de la posición en la tercera. Asegurarse que la configuración de los datos sea correcta (tener precaución con el formato decimal: si utiliza punto o coma).*

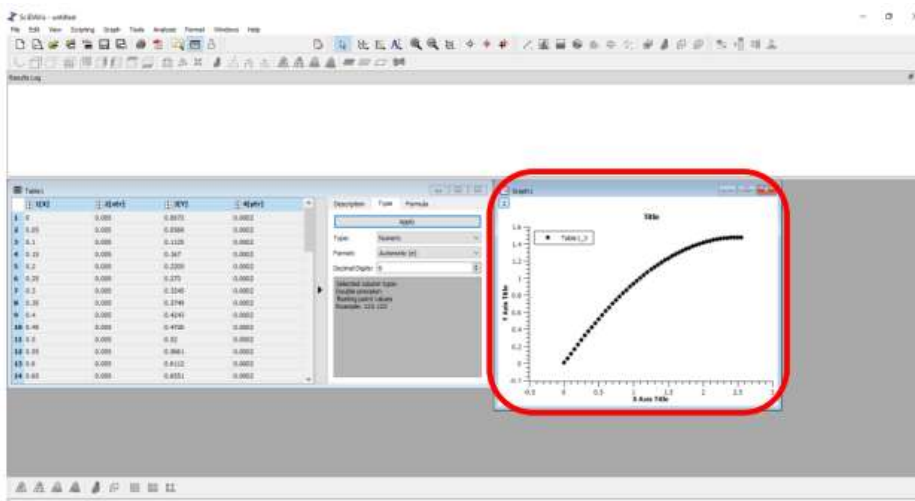


- f. *Completar la segunda columna con el error de medición en el tiempo y la cuarta con el error de medición en la posición*

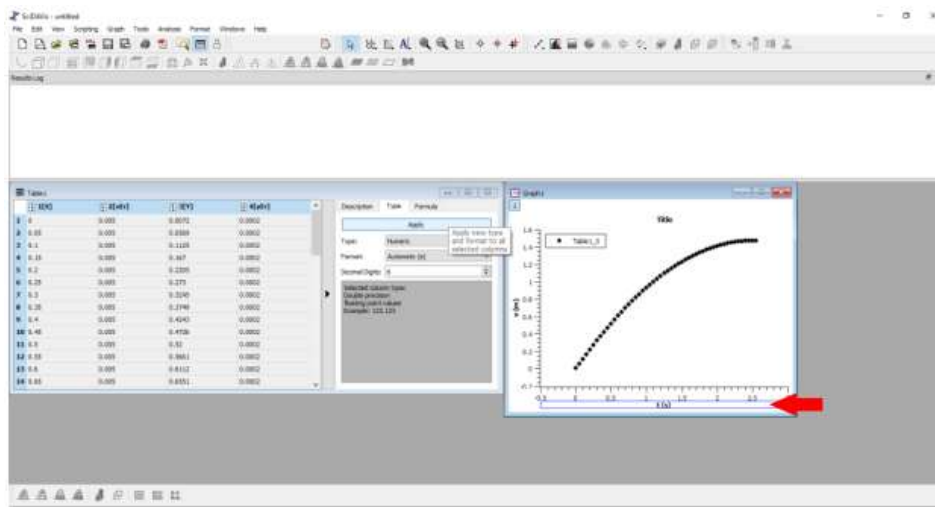
- g. Seleccionando las cuatro columnas presionar la pestaña "Plot" y seleccionar la opción de "Scatter".



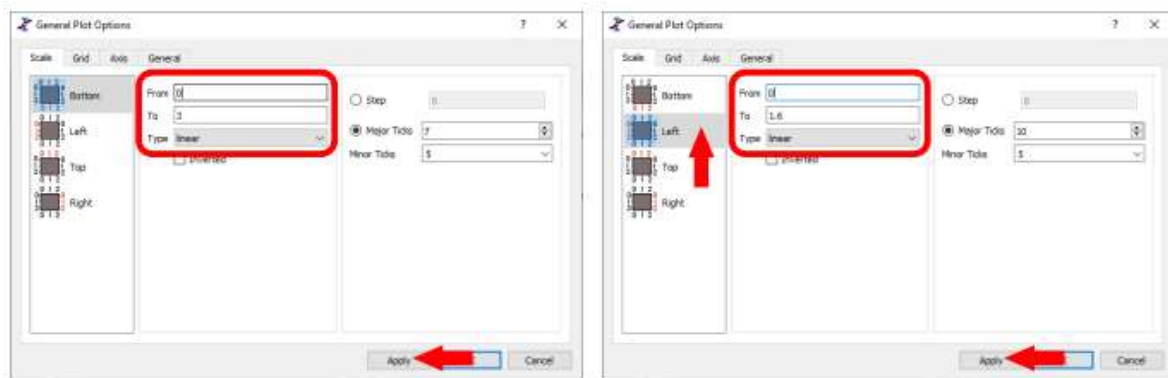
- h. Aparecerá el grafico al costado de la tabla.



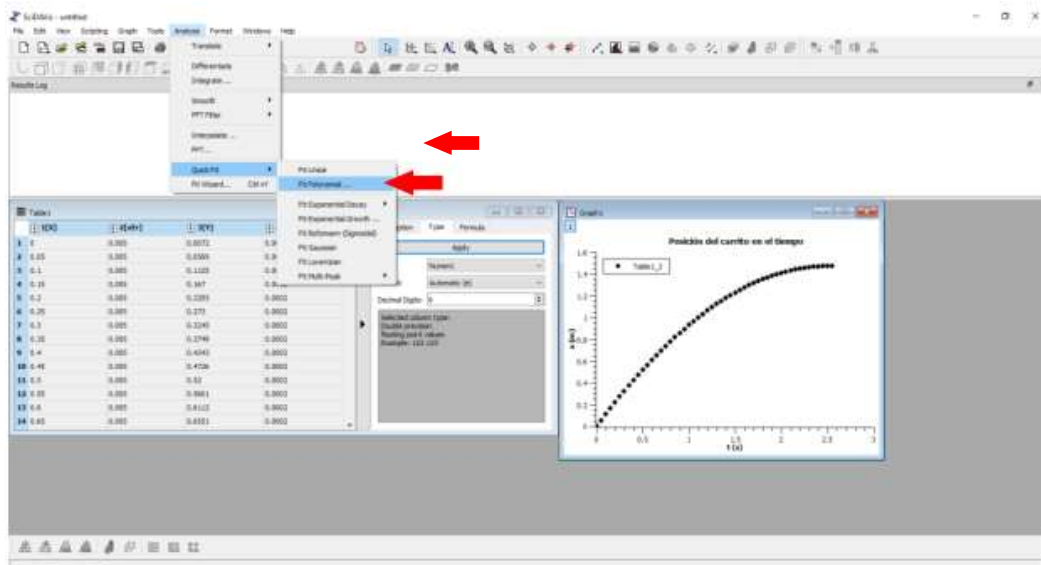
- i. Cambiar el título y los nombres de los ejes haciendo doble click sobre los mismos.



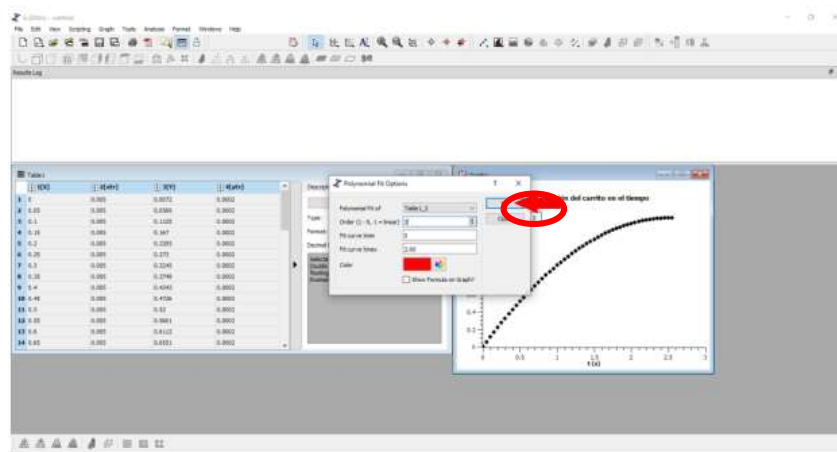
- j. Ajustar la escala de cada eje haciendo click sobre los números de la escala horizontal. En la ventana seleccionar el comienzo y final (los valores dependerán del tiempo de medición y la posición máxima alcanzada) "Apply". Cambiar a la escala vertical haciendo click en "Left".



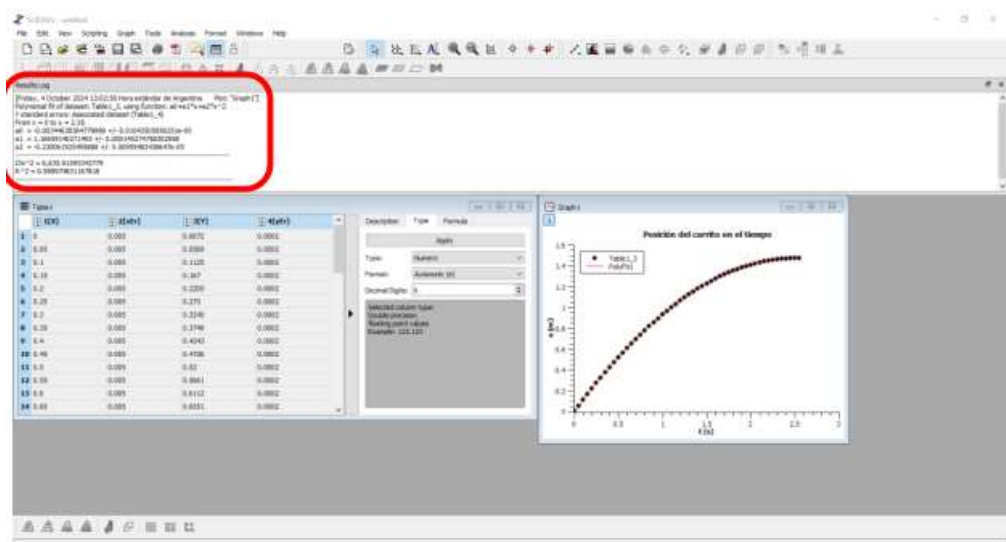
- k. Con el gráfico aún seleccionado se puede realizar un ajuste a los datos de acuerdo a lo que se ploteó. Para ello presionar la pestaña "Analysis" y seleccionar el menú "Quick Fit" y allí la opción de "Fit Polynomial".



- l. Corroborar el orden del ajuste a realizar: para una función lineal "Order = 1" y para una función cuadrática "Order = 2" (como es el caso del ejemplo). Y también corroborar los valores mínimo y máximo de la variable independiente.



- m. En la ventana de la parte de superior denominada "Results Log" se encuentran los datos del ajuste. Entre ellos la función que se usó para ajustar, las constantes del ajuste, y los valores de χ^2 y R^2 .



Desarrollo del TP

En este trabajo práctico se emplea el carrito PASCO Smart Car sobre un riel de rozamiento despreciable, y la aplicación **SparkVue**, para realizar mediciones de distintos movimientos en una dimensión.

Materiales

- Carrito Pasco Smart Car
- Riel
- Aplicación **SPARKvue**
- Taco de madera
- Calibre
- Regla

Experiencias

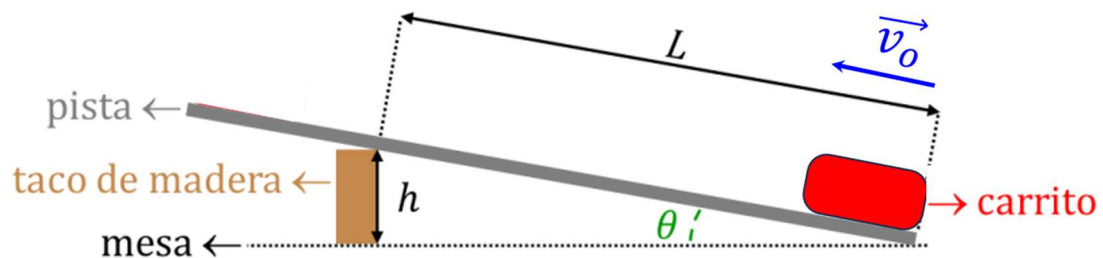
A) Primera Experiencia

- Colocar el riel horizontalmente sobre la mesa. Ubicar el carrito en uno de los extremos del riel. Desde el software **SPARKvue** activar el sensor para iniciar la medición. Lanzar el carrito suavemente. Finalizar la medición antes de que el carrito abandone el riel.
- Realizar un esquema de la situación que se plantea.
- Realizar diagrama de cuerpo libre del carrito.
- De lo presentado en pantalla de la aplicación respecto a la posición en función del tiempo, registrar:
 - ¿Qué función matemática describen estos puntos?
 - ¿Qué tipo de movimiento lleva el carrito?
 - La posición inicial del carrito, es decir, x_0 .
 - El mayor valor de x en función de t , es decir, x_{max} (el x máximo).
- Con la tabla de datos realizar una gráfica de x vs. t con el software **SciDAVis**.
 - Tener en cuenta que, según el fabricante, la **incerteza** para la **posición** es de **0,0002 m**.
 - Considerar para el **tiempo** una **incerteza** de **0,005 s**.
- Sobre la gráfica en **SciDAVis** realizar un ajuste mediante una función lineal.
 - Registrar los valores de las dos constantes del ajuste con sus respectivos errores.
 - ¿Qué representa cada una de las constantes?

- Expresar correctamente la medición de estas dos constantes.
- Anotar el valor del coeficiente de determinación R^2 (mide lo bien que un modelo lineal se ajusta a los datos reales, mejor ajuste $R^2 \approx 1$).
- Con la función del ajuste de gráfica de x vs. t
 - Encontrar la función matemática de la velocidad en función del tiempo, $v_x(t)$.
 - Realizar una gráfica de v_x vs. t con el software **SciDAVis**. (pedir derivada de la función anterior)
- Con la función del ajuste de gráfica de v vs. t
 - Encontrar la función matemática de la aceleración en función del tiempo, $a_x(t)$.
 - Realizar una gráfica de a_x vs. t con el software **SciDAVis**. (graficar la constante $a=0$)

B) Segunda Experiencia

Antes de empezar, medir la altura del taco h y la distancia desde el punto de apoyo del riel al taco, por debajo del riel L . Será usada para calcular el ángulo en el TP siguiente.



- Colocar el taco de madera debajo del riel para formar una rampa. Ubicar el carrito en la parte inferior de la rampa. Desde el software **SPARKvue** activar el sensor para iniciar la medición. Lanzar el carrito hacia arriba. Finalizar la medición antes de que el carrito comience su descenso.
- Realizar un esquema de la situación que se plantea.
- Realizar diagrama de cuerpo libre del carrito durante su ascenso.
- De lo presentado en pantalla de la aplicación respecto a la posición en función del tiempo, registrar:
 - ¿Qué función matemática describen estos puntos?
 - ¿Qué tipo de movimiento lleva el carrito?
 - La posición inicial del carrito, es decir, x_0 .
 - El mayor valor de x en función de t , es decir, x_{max} (el x máximo).
- Con la tabla de datos realizar una gráfica de x vs. t con el software **SciDAVis**.
 - Tener en cuenta que, según el fabricante, la **incerteza** para la **posición** es de $0,0002\text{ m}$.
 - Considerar para el **tiempo** una **incerteza** de $0,005\text{ s}$.
- Sobre la gráfica en **SciDAVis** realizar un ajuste mediante una función cuadrática.
 - Registrar los valores de las tres constantes del ajuste con sus respectivos errores.
 - ¿Qué representa cada una de las constantes?
 - Expresar correctamente la medición de estas tres constantes.
 - Anotar el valor del coeficiente de determinación R^2 (mide lo bien que un modelo cuadrático se ajusta a los datos reales, mejor ajuste R^2 es más cercano a 1).
- Con la función del ajuste de gráfica de x vs. t
 - Encontrar la función matemática de la velocidad en función del tiempo, $v_x(t)$.
 - Realizar una gráfica de v_x vs. t con el software **SciDAVis**. (pedir al programa que haga la derivada de la gráfica)
- Con la función del ajuste de gráfica de v vs. t

- Encontrar la función matemática de la aceleración en función del tiempo, $a_x(t)$.
- Usando los tiempos registrados en la tabla de datos, calcular la aceleración en cada uno de ellos.
- Realizar una gráfica de a_x vs. t con el software SciDAVis. (graficar la constante $a = 2 A_2$)

Trabajo Práctico N°3: Dinámica - Trabajo y Energía

Observaciones

- PARA REALIZAR ESTE TRABAJO EN EL LABORATORIO, DEBERÁN TRAER DESCARGADO EN SU CELULAR LA APLICACIÓN “*SPARKvue*”
 - <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.isbx.pasco.Spark>
 - La instalación requiere de cierto tiempo, por lo que pedimos que lo hagan antes de venir al laboratorio en un lugar con buena señal.
- PARA REALIZAR EL INFORME DE ESTE TRABAJO, DEBERÁN UTILIZAR EL SOFTWARE “*SciDAVis*” EN SU COMPUTADORA
 - <https://sourceforge.net/projects/scidavis>
 - Esta es una aplicación multiplataforma gratuita y de código abierto para el análisis y visualización de datos científicos.
 - Si bien no es necesario que traigan su computadora, la utilización de la aplicación es obligatoria por lo que se recomienda instalarla previamente por si surgen dudas.

Objetivos de aprendizaje

- Familiarizarse con el significado de trabajo de una fuerza.
- Emplear conceptos de Energía cinética.
- Verificar el teorema del Trabajo y la Energía cinética.
- Aplicar la 2da Ley de Newton.

Introducción

El **trabajo** W de una fuerza para desplazar una partícula entre los puntos A y B a lo largo de una trayectoria C es una magnitud **escalar** que se define como:

$$W_{A-B}^{(C)} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (18)$$

siendo $[W] = N \cdot m = J$

Es válido destacar que de la definición presentada se desprende que el trabajo es un escalar que **depende** de la **trayectoria** sobre la cual se lo calcula.

Si sobre una partícula actúa más de una fuerza, el trabajo total es entonces la suma del trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre la partícula, o bien el trabajo realizado por la fuerza resultante.

De la definición de trabajo se puede deducir el **teorema del Trabajo y la Energía cinética**, que establece

El trabajo que realiza la fuerza resultante (trabajo total) sobre una partícula es igual a la variación de la energía cinética:

$$W_{A-B}^{(C)} = E_{cB} - E_{cA} = \Delta E_c \quad (19)$$

Por otro lado, sabemos que una **fuerza es conservativa** si el trabajo que ésta realiza sobre un objeto o sistema no depende del camino seguido y lleva asociada una energía potencial E_p . Entonces el trabajo W se expresa como la diferencia de energía potencial entre el punto inicial A y el final B a través de:

$$W_{A-B}^{cons} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p \quad (20)$$

Vale destacar que por su definición la función energía potencial dependerá del tipo de campo de fuerzas o interacción que actúe sobre el sistema.

Considerando que el trabajo total se puede expresar como la suma de los trabajos de las fuerzas conservativas y no conservativas:

$$W_{A-B} = W_{A-B}^{cons} + W_{A-B}^{NO\ cons} = \Delta E_c \quad (21)$$

Y teniendo en cuenta que $W_{A-B}^{cons} = -\Delta E_p$, se llega a

$$W_{A-B} = -\Delta E_p + W_{A-B}^{NO\ cons} = \Delta E_c \Rightarrow W_{A-B}^{NO\ cons} = \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta E_{MT} \quad (22)$$

Es decir,

El trabajo que realizan las fuerzas no conservativas sobre una partícula es igual a la variación de energía mecánica total:

$$W_{A-B}^{NO\ cons} = \Delta E_{MT} \quad (23)$$

Entonces, si en un sistema intervienen sólo fuerzas conservativas (ausencia de fuerzas no conservativas) no hay trabajo de fuerzas no conservativas ($W_{A-B}^{NO\ cons} = 0$), y por lo tanto no hay variación de la energía mecánica total: $\Delta E_{MT} = 0$.

Así, el teorema de **conservación de la Energía Mecánica Total** establece:

En ausencia de fuerzas no conservativas sobre una partícula, se conserva la energía mecánica total del sistema:

$$\Delta E_{MT} = 0 \text{ (en ausencia de fuerzas no conservativas)} \quad (24)$$

Desarrollo del TP

En este trabajo práctico se emplea el carrito PASCO Smart Car sobre un riel de rozamiento despreciable, y la aplicación **SparkVue**. Se pretende comprobar que el trabajo que realiza la fuerza resultante (trabajo total) sobre una partícula es igual a la variación de la energía cinética de la misma, ecuación (19), comparando los valores de W_T y de ΔE_c en ese tramo.

Materiales

- Carrito Pasco Smart Car
- Riel
- Aplicación **SPARKvue**
- Taco de madera
- Balanza
- Cinta métrica
- Nivel

– Regla

Experiencia

- Corroborar que la superficie de la mesa y el riel estén a nivel.
- Colocar el taco de madera debajo de la pista para formar una rampa.
- Realizar un esquema de la situación que se plantea.
- Realizar diagrama de cuerpo libre del carrito durante su ascenso, estableciendo el sistema de referencia utilizado.
- Medir la masa (M) del carrito Pasco Smart Car.
- Medir la altura (h) del taco de madera.
- Medir la longitud (L) del riel (por debajo del riel) desde el punto de apoyo hasta el borde del taco de madera con la cinta métrica (Figura 7).

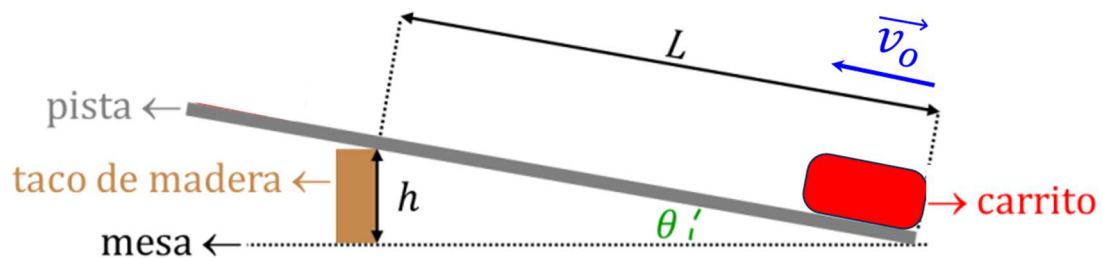


Figura 7. Representación de las medidas a tomar para calcular $\sin \theta$.

- Calcular el seno del ángulo de inclinación del riel aplicando la razón trigonométrica (Figura 2)

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{h}{L}$$

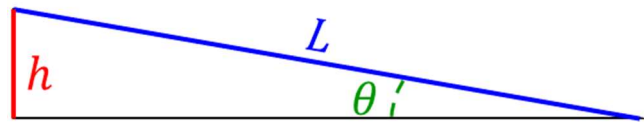


Figura 8. Representación del plano inclinado.

- Calcular el ángulo de inclinación θ , considerar que presenta la misma incerteza que el seno del mismo. Este dato será utilizado más adelante.
- Desde el software **SPARKvue** activar el sensor para iniciar la medición. Largar el carrito desde el extremo **inferior** del riel y registrar los datos con la aplicación. (usar los datos recolectados en el TP cinemática)
- De lo presentado en pantalla de la aplicación respecto a la posición en función del tiempo, realizar una gráfica de x vs. t con el software **SciDAVis**. (tomar la gráfica realizada en el TP cinemática)
- Sobre la gráfica en **SciDAVis** realizar un ajuste mediante una función cuadrática.
 - Encontrar la función matemática de la velocidad en función del tiempo, $v_x(t)$. Tomar el valor de v_0 y su incerteza a partir del ajuste de la curva (ordenada al origen)
 - Encontrar la función matemática de la aceleración en función del tiempo, $a_x(t)$
- Elegir dos instantes t_1 y t_2 , registrar las posiciones correspondientes: x_1 y x_2 .
 - Dichos puntos NO deben ser los extremos. La distancia aproximada entre ellos debe ser $\Delta x = |x_2 - x_1| \approx 1,2 \text{ m}$.
 - Calcular los valores de las velocidades v_1 y v_2 sabiendo que $v(t) = v_0 - a * t$

- Tener en cuenta que, según el fabricante, la **incerteza** para la **posición** es de 0,0002 m.
- Considerar para el **tiempo** una **incerteza** de 0,005 s.

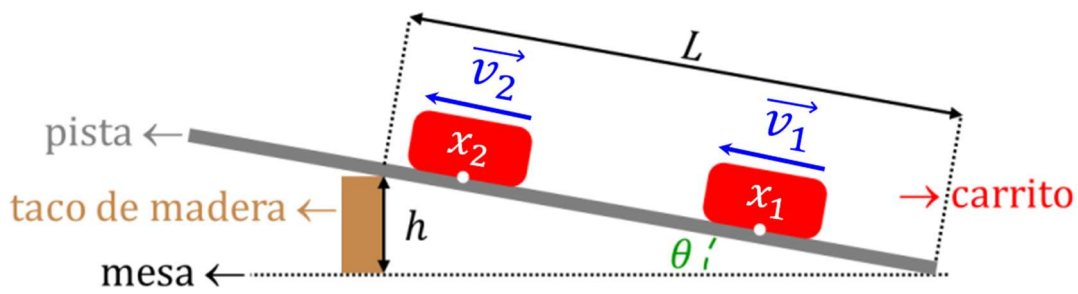


Figura 9. Representación de los dos instantes considerados.

- Calcular las energías cinéticas para cada punto elegido:
 - E_{C_1} en instante t_1 y E_{C_2} en t_2 .
 - Recordar que: $E_C = \frac{1}{2} M v^2$
- Calcular la variación de energía cinética $\Delta E_C = E_{C_2} - E_{C_1}$
- Aplicando la 2da ley de Newton calcular el **módulo la fuerza resultante** $|\vec{F}_T|$ que actúa sobre el carrito.
 - Recordar que: $\vec{F}_T = \sum \vec{F} = M \vec{a}$
 - Utilizar el valor de la aceleración obtenido con el ajuste cuadrático en SciDAVis.
- Calcular la distancia recorrida: $\Delta x = |x_2 - x_1|$ y con el valor de $|\vec{F}_T|$ calcular el trabajo de la fuerza resultante W_T
 - Recordar que en este caso: $W_T = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}_T \cdot d\vec{r} = |\vec{F}_T| \Delta x \cos(\widehat{\vec{F}_T, d\vec{r}})$
- Verificar el teorema del trabajo y la energía.
 - Comparando los valores obtenidos de ΔE_C y de W_T .
- Con los datos de la distancia recorrida (Δx) y del seno del ángulo de inclinación del riel ($\sin \theta$), calcular la diferencia de alturas Δh de los dos instantes considerados aplicando la razón trigonométrica (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**).

$$\sin \theta = \frac{\Delta h}{\Delta x}$$

$$\therefore \Delta h = \Delta x \sin \theta$$

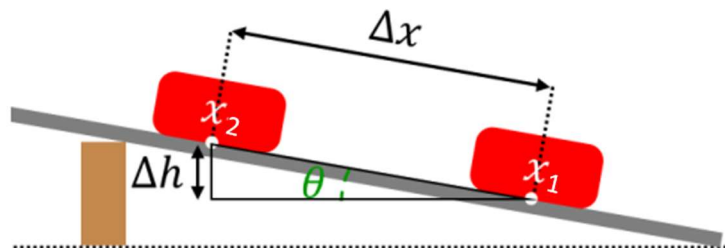


Figura 10. Representación del plano inclinado.

- Calcular la variación de energía potencial $\Delta E_P = E_{P_2} - E_{P_1}$
 - Recordar que: $E_P = M g H$, de modo que $\Delta E_P = E_{P_2} - E_{P_1} = M g \Delta h$

- Con el dato de la variación de energía cinética ΔE_C y el valor de la variación energía potencial ΔE_P calcular la variación de energía mecánica total ΔE_{MT} .
 - Recordar que: $\Delta E_{MT} = E_{MT_2} - E_{MT_1}$ y que $E_{MT} = E_C + E_P$ de modo que

$$\Delta E_{MT} = (E_{C_2} + E_{P_2}) - (E_{C_1} + E_{P_1}) = (E_{C_2} - E_{C_1}) + (E_{P_2} - E_{P_1}) = \Delta E_C + \Delta E_P$$
- Calcular el **módulo** de la componente paralela al riel de la fuerza peso $|\vec{P}_x|$
 - Recordar que: $|\vec{P}_x| = M g \sen \theta$
- Con el valor de $|\vec{P}_x|$ calcular el **módulo de la fuerza de rozamiento** $|\vec{f}_r|$
 - En este caso que: $|\vec{F}_T| = |\vec{P}_x| + |\vec{f}_r|$ y que $|\vec{F}_T| = m * a$ siendo entonces

$$|\vec{f}_r| = m * a - |\vec{P}_x|$$
- Con la distancia recorrida: $\Delta x = |x_2 - x_1|$ y con el valor $|\vec{f}_r|$ calcular el trabajo de la fuerza de rozamiento W_{f_r}
 - Recordar que en este caso: $W_{f_r} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{f}_r \cdot d\vec{r} = |\vec{f}_r| \Delta x \cos(\widehat{\vec{f}_r, d\vec{r}})$
- Verificar el corolario del teorema del trabajo y la energía.
 - Comparando los valores obtenidos de ΔE_{MT} y de W_{f_r} .
- Calcular el coseno del ángulo de inclinación del riel aplicando la Relación Pitagórica:
 - Recordar que: $(\sen \theta)^2 + (\cos \theta)^2 = 1$
- Calcular el **módulo** de la componente perpendicular al riel de la fuerza peso $|\vec{P}_y|$.
 - Recordar que: $|\vec{P}_y| = M g \cos \theta$
- Calcular el **módulo de la fuerza normal** $\vec{N}$.
 - Recordar que en este caso $|\vec{N}| = |\vec{P}_y|$
- Para poder caracterizar la fuerza de rozamiento, calcular el coeficiente de rozamiento cinético μ_c .
 - Recordar que $|\vec{f}_r| = \mu_d |\vec{N}|$ y en este caso: $\mu_d = \frac{|\vec{f}_r|}{|\vec{N}|} = \frac{|\vec{f}_r|}{|\vec{P}_y|}$

Trabajo Práctico N°4: Estática de Fluidos - Tensión Superficial

Objetivos de aprendizaje

- Familiarizarse con los conceptos de densidad, empuje y tensión superficial.
- Medir la densidad del agua y el alcohol en forma directa e indirecta.
- Medir el coeficiente de tensión superficial de líquidos utilizando métodos diferentes.
- Informar correctamente las magnitudes medidas y la temperatura de trabajo.

Introducción

El Principio de Arquímedes establece que:

Un cuerpo sumergido en un fluido, parcial o totalmente, experimenta una fuerza vertical ascendente (llamada “empuje”) cuyo módulo es igual al del peso del fluido desalojado por el cuerpo.

Expresado analíticamente resulta:

$$E = m_{\text{liq desalojado}} \cdot g = \rho_{\text{liq}} \cdot V_{\text{desalojado}} \cdot g \quad (25)$$

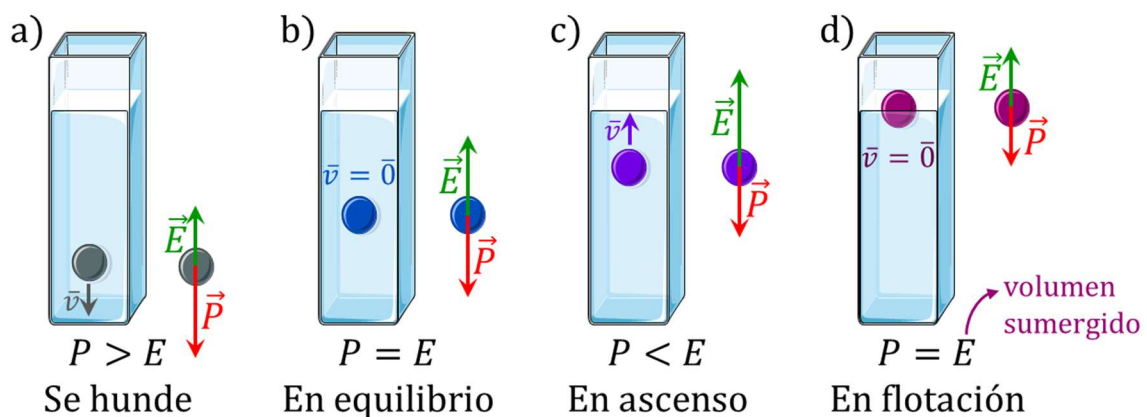


Figura 11. Situaciones que ejemplifican el empuje: a) objeto que se está hundiendo, b) objeto en equilibrio en el seno del líquido, c) objeto que está en ascenso y d) objeto en equilibrio en flotación.

Densimetría

Se pueden encontrar distintos instrumentos y métodos de medición de densidades de líquidos. Entre aquellos instrumentos que permiten determinar la densidad de un líquido de forma directa, el más utilizado es el densímetro o aerómetro. Este instrumento es de vidrio y consta de un bulbo con un lastre y una varilla (o vástago) provista de una escala, ver Figura 12. Se emplea para determinar directamente la densidad absoluta de un líquido a través de la lectura de la división de la escala que coincide con la superficie libre del líquido.

Existen diversos densímetros y cada uno recibe un nombre particular de acuerdo a su uso. Por ejemplo, los densímetros usados para medir la densidad de la leche reciben el nombre de *lactodensímetros*, la de la orina, *urodensímetros*, la de los jarabes, *sacarodensímetros*, etc.

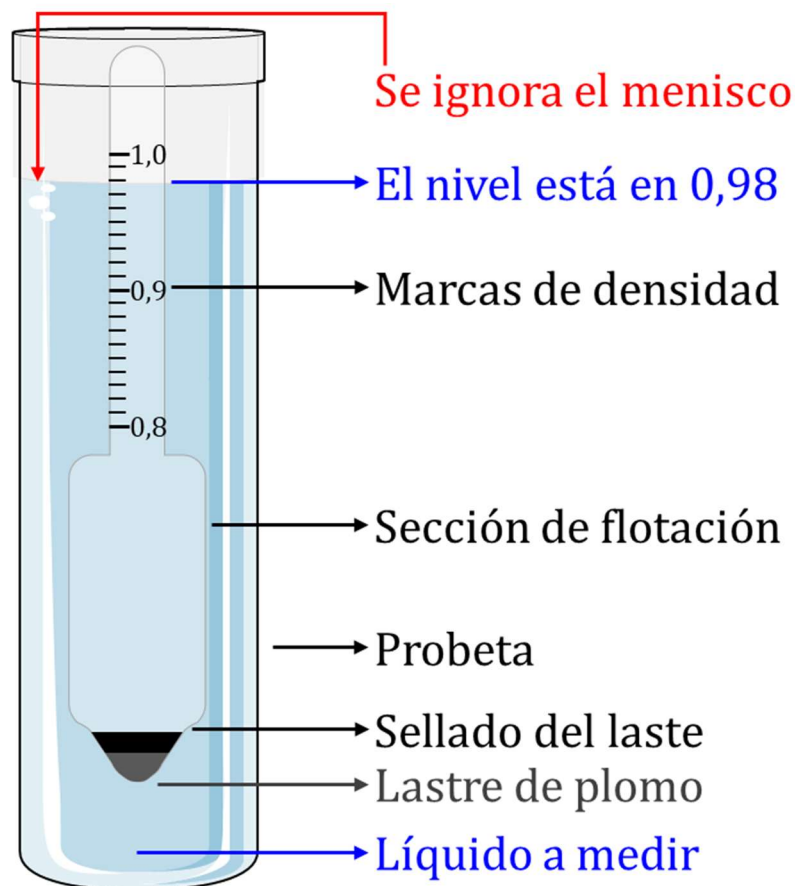


Figura 12. Representación de un densímetro midiendo un líquido en particular.

El funcionamiento del densímetro se fundamenta en el Principio de Arquímedes, por lo tanto, si un densímetro se encuentra suspendido en el seno de un líquido, flotando en equilibrio la ecuación de Newton del cuerpo presentado en la Figura 13 es:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{E} = \vec{0} \quad (26)$$

Descomponiendo los vectores de la ecuación de Newton en el sistema representado en la Figura 13, y como no haber fuerzas actuando en la dirección x , resulta:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow E - P = 0 \quad (27)$$

De donde se obtiene:

$$m \cdot g = \rho \cdot V_{\text{sumergido}} \cdot g$$

$$m = \rho \cdot (V_{\text{total}} - V_{\text{emergente}})$$

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{total}} - S \cdot h} \quad (28)$$

donde S , es la sección del tubo del densímetro, y h es la longitud de la escala emergente. Dado que los valores S y V_{total} del densímetro son constantes resulta posible medir la densidad con sólo medir la altura h emergente.

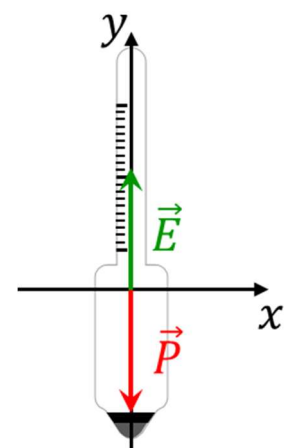


Figura 13. Diagrama de cuerpo libre del densímetro.

Para casos especiales, se utilizan densímetros con escala graduadas no en densidades, sino en lo que se quiera determinar en función de la densidad; como ocurre con los que dan graduación alcohólica de los vinos, siempre con aproximación muy relativa.

Picnometría

La picnometría es un método de medición de densidad indirecto que está basado en la comparación de masas, entonces usando picnómetros se obtienen densidades relativas.

Los picnómetros son recipientes, generalmente, de vidrio de un bajo coeficiente de dilatación (Pyrex o cuarzo), lo cual les permite tener un volumen aproximadamente constante en un amplio rango de temperatura.

Picnometría de líquidos:

En efecto, si un picnómetro vacío tiene una masa m_p y lleno de agua tiene una masa m_1 , la masa de agua contenida en el picnómetro será:

$$m_{H_2O} = m_1 - m_p \quad (29)$$

Si en lugar de agua colocamos el líquido cuya densidad deseamos medir, cuidando que su volumen sea el mismo que el de agua (usando la marca de enrase), el picnómetro con este líquido tendrá una masa m_2 , la masa de líquido contenida en el picnómetro será:

$$m_{liq} = m_2 - m_p \quad (30)$$

Así, la densidad de este líquido relativa al agua será:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho_{liq}}{\rho_{H_2O}} = \frac{m_{liq}/V_{liq}}{m_{H_2O}/V_{H_2O}} \quad (31)$$

Considerando que el volumen del picnómetro, que denominamos V_p , es constante resulta que $V_{liq} = V_{H_2O} = V_p$, por lo tanto:

$$\rho_{rel} = \frac{\rho_{liq}}{\rho_{H_2O}} = \frac{m_{liq}}{m_{H_2O}} \quad (32)$$

Y por último, si se mide directamente con un densímetro la densidad del agua utilizada, resulta:

$$\rho_{liq} = \rho_{rel} \cdot \rho_{H_2O} = \frac{m_{liq}}{m_{H_2O}} \cdot \rho_{H_2O} \quad (33)$$

Precauciones en el manipuleo de los picnómetros:

- Con el fin de evitar cambios en el volumen del picnómetro se debe verificar que la temperatura del líquido usado no sea demasiado diferente de la del picnómetro en el momento de realizar la medición, y así evitar la dilatación o la contracción del recipiente.
- Durante la operación de enrase del picnómetro, se deberá evitar todo contacto del mismo con el calor de la mano tomándolo, cuando sea necesario, por el cuello o borde superior, cuidando de no dejarlo caer.

- Para evitar errores en las pesadas se debe secar cuidadosamente el exterior del picnómetro con papel absorbente para eliminar el exceso de líquido luego de enrasar.

Tensión Superficial

La superficie libre de un líquido actúa como una membrana delgada donde el coeficiente de tensión superficial está vinculado con la energía por unidad de superficie necesaria para crear la superficie. Esto hace que, en su necesidad de minimizar la energía de superficie, los líquidos presenten un área mínima. Así, un volumen dado de líquido tiende a adoptar la forma que tiene un área menor, y como consecuencia las gotas de agua y las burbujas de jabón tienen forma esférica, porque la esfera es la forma con área superficial menor para un volumen dado.

Al igual que en los sólidos, la cohesión de los líquidos se debe a las fuerzas de atracción entre las moléculas. Además de las fuerzas atractivas entre sí, las moléculas de los líquidos experimentan fuerzas atractivas o repulsivas con las moléculas de otras sustancias. El balance entre estas fuerzas cohesivas y adhesivas depende de cada sustancia, por ejemplo, el agua sube en las proximidades de una superficie vertical de vidrio, mientras que al mercurio le sucede lo contrario, como se muestra en la Figura 14.

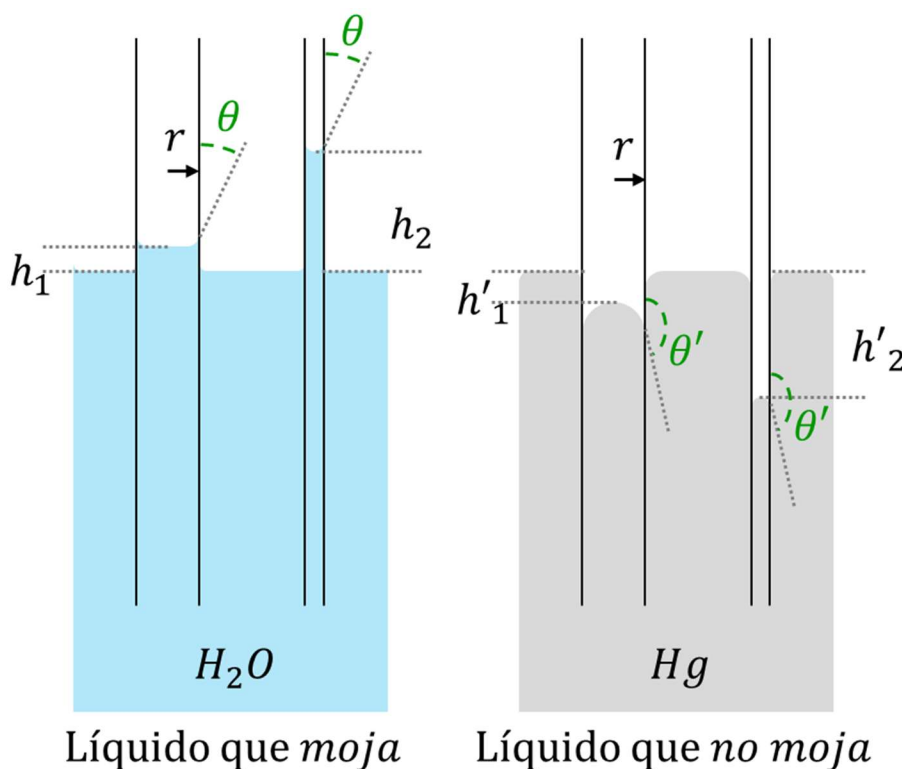


Figura 14. Esquemas de lo que sucede al introducir tubos de vidrio en agua y en mercurio.

La tensión superficial de los líquidos puede alterarse mediante la adición de pequeñas cantidades de otras sustancias. Por ejemplo, cuando hay aceite y se quiere limpiar, es necesario agregarle al agua un jabón o detergente (tensoactivo), lo cual contribuye a la disolución y supresión del aceite.

En el presente trabajo práctico se analizará el fenómeno de tensión superficial de los líquidos. El coeficiente de tensión superficial de un líquido γ se define como la fuerza por unidad de longitud que actúa a lo largo de una línea cuando se genera la superficie:

$$\gamma = \frac{F}{L} \text{ siendo } [\gamma] = \frac{N}{m} \quad (34)$$

Determinación del coeficiente de tensión superficial por conteo de gotas (goteo)

Un método sencillo para realizar medidas relativas de la tensión superficial se fundamenta en la formación de gotas. Supongamos una gota de líquido contenido en un tubo vertical estrecho:

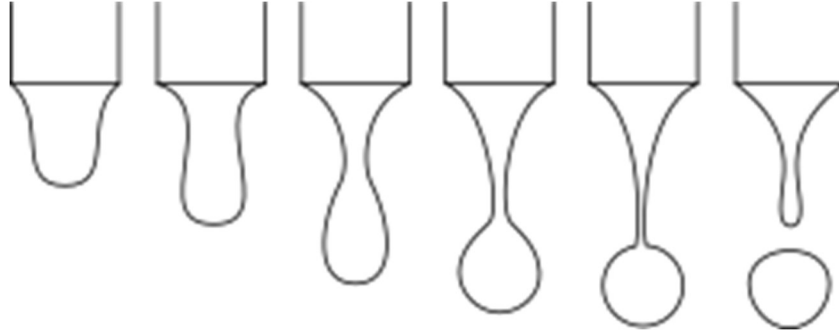


Figura 15. Formación de gotas en un tubo vertical de sección circular.

La Ley de Tate establece que:

La gota se desprende del tubo en el instante en que su peso iguala a las fuerzas de tensión superficial que la sostiene que actúan a lo largo de la circunferencia de contacto con el tubo

Expresada analíticamente resulta:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_{gota} + \vec{F}_\gamma = \vec{0} \Rightarrow P_{gota} = F_\gamma \quad (35)$$

O bien

$$m_{gota} \cdot g = \gamma_{líq} \cdot L$$

$$\rho_{gota} \cdot V_{gota} \cdot g = \gamma_{líq} \cdot 2\pi \cdot r_{tubo} \quad (36)$$

Si se expresa el volumen de una gota como el cociente del volumen total de líquido escurrido dividido el número de gotas del líquido, se puede obtener el coeficiente de tensión superficial del líquido, pues:

$$\rho_{gota} \cdot \frac{V_{total}}{n_{gotas}} \cdot g = \gamma_{líq} \cdot 2\pi \cdot r_{tubo}$$
$$\gamma_{líq} = \frac{\rho_{gota} \cdot V_{total} \cdot g}{n_{gotas} \cdot 2\pi \cdot r_{tubo}} \quad (37)$$

Si se deja escurrir volúmenes iguales de agua y de otro líquido y se cuenta el número de gotas que escurren en cada caso, valiéndonos de la relación anterior se puede determinar el coeficiente de tensión superficial del líquido con respecto al agua:

$$\gamma_{rel} = \frac{\gamma_{líq}}{\gamma_{H_2O}} = \frac{\rho_{líq} \cdot V_{total} \cdot g}{n_{líq} \cdot 2\pi \cdot r_{tubo}} \div \frac{\rho_{H_2O} \cdot V_{total} \cdot g}{n_{H_2O} \cdot 2\pi \cdot r_{tubo}} \quad (38)$$

donde n_{H_2O} representa el número de gotas de agua y $n_{líq}$ del líquido (alcohol) que se cuentan al escurrir el mismo volumen (V_{total}) y ρ representa la densidad de los respectivos líquidos, entonces:

$$\gamma_{rel} = \frac{\gamma_{liq}}{\gamma_{H_2O}} = \frac{\rho_{liq} \cdot n_{H_2O}}{\rho_{H_2O} \cdot n_{liq}} \quad (39)$$

Determinación del coeficiente de tensión superficial usando Balanza de Jolly

Un objeto en contacto con la superficie de un líquido se adhiere a ésta por el fenómeno de tensión superficial. Por lo tanto, si se mide la fuerza necesaria para arrancarlo se puede determinar el coeficiente de tensión superficial del líquido. Uno de los dispositivos basados en este procedimiento es la balanza de Jolly (Figura 16). La misma consta de un resorte de constante elástica K del que cuelga un anillo de masa despreciable. Paralela al resorte, una escala milimetrada permite determinar el estiramiento que sufre el mismo cuando se le son aplican diferentes cargas. Sobre una plataforma deslizante se coloca un recipiente conteniendo el líquido cuyo coeficiente de tensión superficial se quiere determinar.

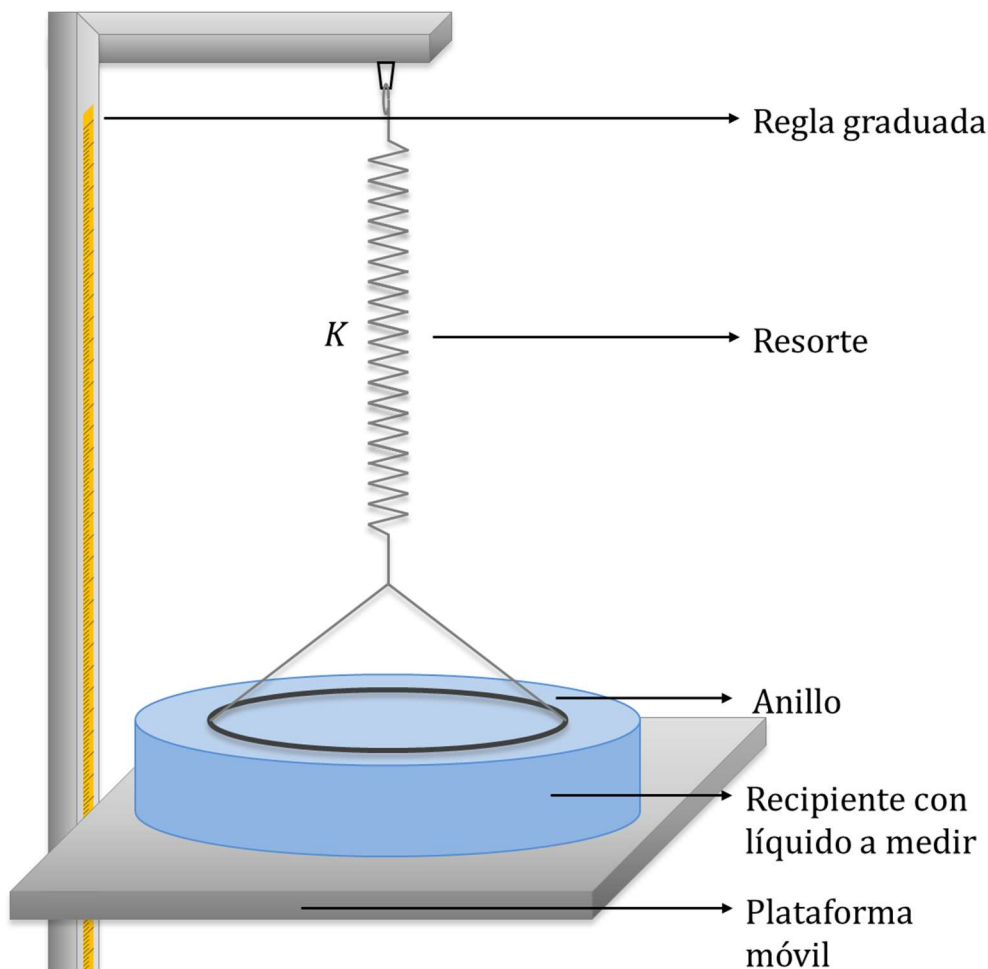


Figura 16. Balanza de Jolly.

Si se consideran las fuerzas que actúan sobre el anillo a causa del contacto con el líquido, vemos que este último ejerce una fuerza, por unidad de longitud, aplicada a lo largo de sus perímetros interno P_i y externo P_e , esta fuerza es la de tensión superficial, como se ve en la Figura 17. Ésta fuerza F_γ actúa hacia abajo y su módulo se calcula mediante la ecuación:

$$F_\gamma = \gamma_{liq} \cdot L = \gamma_{liq} \cdot (P_i + P_e) \quad (40)$$

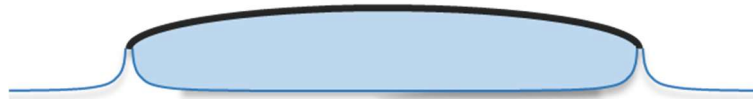


Figura 17. Corte transversal del anillo, que muestra el contacto del mismo con el líquido.

Si se desliza suavemente la plataforma hacia abajo, ver Figura 18, en todo momento actúa sobre el anillo la fuerza elástica del resorte F_e hacia arriba, cuyo módulo va aumentando a medida que aumenta la elongación del resorte.

El valor de esta fuerza se calcula mediante:

$$F_e = k \cdot \Delta l = k \cdot (l - l_o) \quad (41)$$

donde l_o es la longitud inicial del resorte (en la posición de equilibrio) y l la longitud del resorte sometido a estiramiento en el instante antes de que se despegue.

En el instante previo a que el anillo se desprenda de la superficie del líquido, la fuerza del resorte iguala a la fuerza de tensión superficial, es decir:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_e + \vec{F}_\gamma = \vec{0} \quad (42)$$

Por lo tanto

$$F_e = F_\gamma \Rightarrow k \cdot (l - l_o) = \gamma_{liq} \cdot (P_i + P_e) \quad (43)$$

Si se despeja el coeficiente de tensión superficial del líquido y se calculan los perímetros internos (P_i) y externos (P_e) en función de los diámetros interno (d_i) y externo (d_e) del anillo, se obtiene:

$$\boxed{\gamma_{liq} = \frac{k \cdot (l - l_o)}{\pi \cdot (d_i + d_e)}} \quad (44)$$

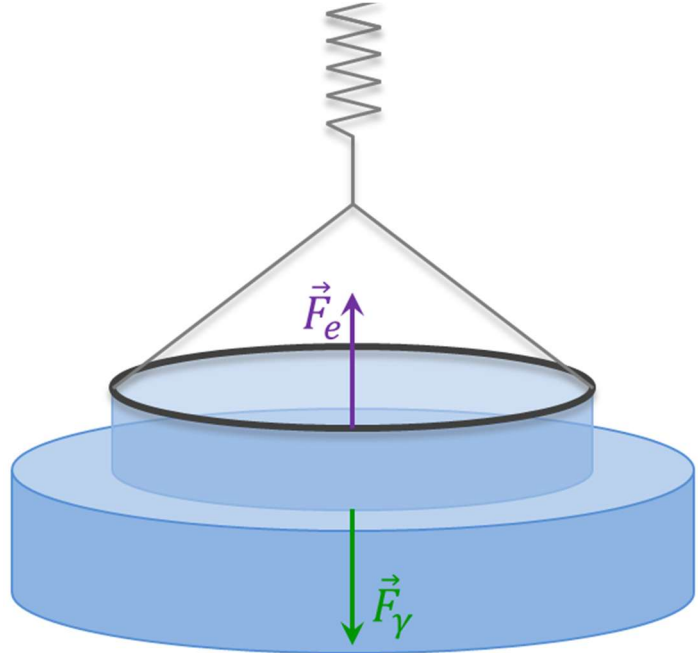


Figura 18. Efecto de la tensión superficial a lo largo del anillo.

Materiales

- Alcohol y Agua.
- Densímetros.
- Picnómetro.
- Tuerca sostenida por una tanza.
- Balanza.
- Probeta.
- Pipetas de doble aforo.
- Propipeta
- Balanza de Jolly.
- Placa de Petri.
- Vaso de descarte.
- Termómetro.
- Papel absorbente.



Figura 19. Densímetro (izquierda) y picnómetro (derecha).

Experiencias

C) Medición directa de densidad de líquidos:

- Determinar con el uso de los densímetros provistos la densidad del agua y del alcohol.
- Determinar la temperatura a la que se realizan las mediciones.

¿Por qué debemos informar la temperatura de medición?

D) Medición indirecta de la densidad de líquidos:

- Determinar la masa del picnómetro vacío y seco, m_p . Expresarla correctamente
- Llenar el picnómetro con alcohol, evitando la formación de burbujas en su interior y taparlo; con esto se consigue enrasarlo.
- Secar el líquido que queda sobre la superficie exterior. Determinar su masa (m_{ol}).
- Vaciar el contenido del picnómetro en la pisseta correspondiente.
- Enjuagar el interior con agua, y descartar.
- Cuando el picnómetro esté seco nuevamente, llenarlo con agua (evitando nuevamente la formación de burbujas, enrasándolo y secando su exterior). Determinar su masa (m_{H_2O}).
- Calcular la densidad del alcohol relativa al agua con la ecuación (32).
- Calcular la densidad absoluta del alcohol dada por la ecuación (33), empleando la medición directa de la densidad del agua obtenida en la experiencia (C).

A partir de lo medido en los puntos A y B: ¿Cuál de los dos métodos es más preciso? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada método?

E) Medición indirecta de la densidad de sólidos:

- Registrar la masa de la tuerca.
- Llenar la probeta con agua (aproximadamente 30 ml)
- Registrar el volumen inicial.
- Sumergir la tuerca (sostenida de un hilo) suavemente en el líquido de la probeta.
- Registrar el volumen final.
- Calcular el volumen y la densidad de la tuerca. Comparar con los datos registrados en tablas.

F) Método de conteo de gotas:

- Medir con el densímetro las densidades del agua (ρ_{H_2O}) y del alcohol (ρ_{ol}), y la temperatura de ambos.
- Determinar, con una pipeta aforada, el número de gotas de alcohol que escurren, entre los dos aforos (n_{ol}). Utilizando la misma pipeta, determinar el número de gotas de agua (n_{H_2O}) que escurren entre los dos aforos.
- Teniendo en cuenta la expresión del coeficiente de tensión superficial del alcohol relativo al agua γ_{rel} , ecuación (39), calcular su valor y expresarlo con la correspondiente incerteza.
- Utilizando el coeficiente de tensión superficial del agua de tabla a la misma temperatura, calcular γ_{ol} .

G) Método de Balanza de Jolly:

- Tomar nota de la constante del resorte k y del número de balanza a emplear.
- Medir con calibre los diámetros interno y externo del anillo.
- Colocar agua en la placa de Petri ubicada sobre la plataforma móvil, y elevarla hasta que el anillo entre en contacto con la superficie del agua, sin sumergirlo en él. Leer la longitud inicial del resorte l_0 .
- Deslizar lentamente la plataforma hacia abajo, hasta lograr el arranque del anillo de la superficie del líquido. Leer la longitud final alcanzada por el resorte, l .
- Calcular el valor de γ_{H_2O} a partir de la ecuación (44).

Trabajo Práctico N°5: Dinámica de flúidos

Objetivos de aprendizaje

- Familiarizarse con el concepto de viscosidad.
- Determinar el coeficiente de viscosidad η de diferentes líquidos empleando dos técnicas distintas.
- Informar correctamente las magnitudes medidas que son dependientes de la temperatura.

Introducción

La viscosidad puede pensarse como la **fricción interna** de un líquido. A causa de ella es necesario ejercer una fuerza para poder deslizar una capa líquida sobre otra, o una superficie sobre otra, cuando hay una capa de líquido entre ambas.

El valor de la viscosidad depende de varios factores:

- La constitución físico-química del fluido.
- La temperatura.
- La presión (en líquidos, prácticamente incompresibles, este factor no influye apreciablemente).
- El tiempo (factor importante solo en las suspensiones, emulsiones y dispersiones <coloides>).

En el presente trabajo de laboratorio se utilizarán dos técnicas distintas para determinar el coeficiente de viscosidad η de diferentes líquidos (alcohol y detergente).

Determinación del coeficiente de viscosidad por el método de Stokes

Una esfera que cae dentro de un fluido (Figura 20) experimenta una fuerza que se opone a su caída definida por el teorema de Stokes, el cual establece

La fuerza de resistencia (también llamada fuerza de Stokes) que opone un fluido al descenso de una esfera es:

$$F_{\eta} = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad (45)$$

Donde η es el coeficiente de viscosidad del líquido, r es el radio de la esfera y v es la velocidad de la esfera. Esta expresión es válida siempre que el Número de Reynolds sea mucho menor que 1.

Así, cuando la esfera cae en un fluido empieza a acelerarse hasta alcanzar la velocidad crítica, luego se desliza con esa velocidad constante. Por lo tanto, la fuerza resultante sobre la esfera es nula, es decir, que el empuje del líquido ($\vec{E}$) y la fuerza de Stokes ($\vec{F}_{\eta}$) equilibran a la fuerza peso ($\vec{P}$), como se muestra en la Figura 21. En las ecuaciones de Newton resulta:

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{E} + \vec{F}_{\eta} = \vec{0} \quad (46)$$

Como no actúan fuerzas en la dirección horizontal, puede resolverse sólo la dirección vertical, es decir,

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow E + F_{\eta} = P \quad (47)$$

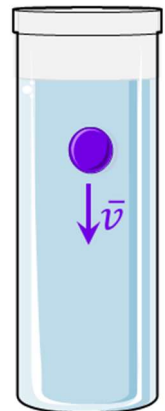


Figura 20.
Viscosímetro de caída de esfera.

Si denominamos a la densidad del líquido con ρ_{liq} y la de la esfera con ρ_{esf} , y considerando que el volumen de líquido desalojado es producido por la esfera ($V_{desalojado} = V_{esf} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$), podemos expresar la ecuación (47) como:

$$\begin{aligned} \rho_{liq} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot g + 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v &= \rho_{esf} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot g \\ \rho_{liq} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^2 \cdot g + 6 \cdot \eta \cdot v &= \rho_{esf} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^2 \cdot g \\ 6 \cdot \eta \cdot v &= \frac{4}{3}\pi \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_{esf} - \rho_{liq}) \end{aligned} \quad (48)$$

Por lo que es posible medir el coeficiente de viscosidad del líquido empleando la ecuación:

$$\boxed{\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 \cdot g \cdot (\rho_{esf} - \rho_{liq})}{v}} \quad (49)$$

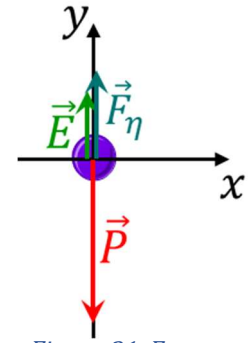


Figura 21. Fuerzas sobre la esfera durante la caída.

Viscosímetro de Ostwald-Fenske

Este dispositivo permite medir el coeficiente de viscosidad de un fluido relativo a un líquido patrón. Su funcionamiento se basa en la **Ley Poiseuille**, la cual permite determinar el flujo laminar estacionario de un líquido incompresible y uniformemente viscoso (fluido newtoniano) a través de un tubo cilíndrico de sección circular constante.

Entonces, la ecuación de Poiseuille para un líquido de viscosidad η que atraviesa un capilar de radio r y longitud L entre cuyos extremos se ha aplicado una diferencia de presión Δp , determina un caudal Q (volumen por unidad de tiempo) igual a:

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot L} \quad (50)$$

Despejando de esta ecuación el coeficiente de viscosidad, se obtiene:

$$\eta = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p \cdot t}{8 \cdot L \cdot V} \quad (51)$$

Para realizar una medición de viscosidad se carga el dispositivo (representado en la Figura 22) con un volumen V del fluido de interés por la rama I (derecha) hasta llenar aproximadamente la mitad del bulbo inferior E. Con el uso de una propipeta se hace ascender el fluido por la rama II (izquierda) hasta que el mismo supere el aforo superior A. Se mide entonces el tiempo t_{liq} de escurrimiento del fluido desde nivel del aforo A hasta el aforo B.

Es necesario establecer la diferencia de presión entre los extremos del capilar, esta se puede calcular empleando el **teorema general de la hidrostática**, el cual establece que:

La diferencia de presión entre dos puntos de la masa de un líquido en equilibrio es igual al producto del peso específico del mismo por la diferencia de altura entre los puntos:

$$\Delta p = \rho_{liq} \cdot g \cdot h \quad (52)$$

Por lo tanto, el coeficiente de viscosidad del fluido resulta:

$$\eta_{liq} = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \rho_{liq} \cdot g \cdot h \cdot t_{liq}}{8 \cdot L \cdot V} \quad (53)$$

Si se reemplaza luego el fluido por el mismo volumen V de agua, que se considera líquido patrón, y se procede en forma análoga para determinar el tiempo que tarda en escurrir el agua t_{H_2O} , se puede determinar el coeficiente de viscosidad de un fluido relativo al agua mediante la comparación de η_{liq} con η_{H_2O} y simplificando las características comunes del viscosímetro (pues se emplea el mismo para ambos líquidos) se obtiene:

$$\eta_{rel} = \frac{\eta_{liq}}{\eta_{H_2O}} = \frac{\rho_{liq} \cdot t_{liq}}{\rho_{H_2O} \cdot t_{H_2O}} \quad (54)$$

Y por último, despejando la viscosidad del líquido de interés resulta:

$$\eta_{liq} = \eta_{rel} \cdot \eta_{H_2O} = \frac{\rho_{liq} \cdot t_{liq}}{\rho_{H_2O} \cdot t_{H_2O}} \cdot \eta_{H_2O} \quad (55)$$

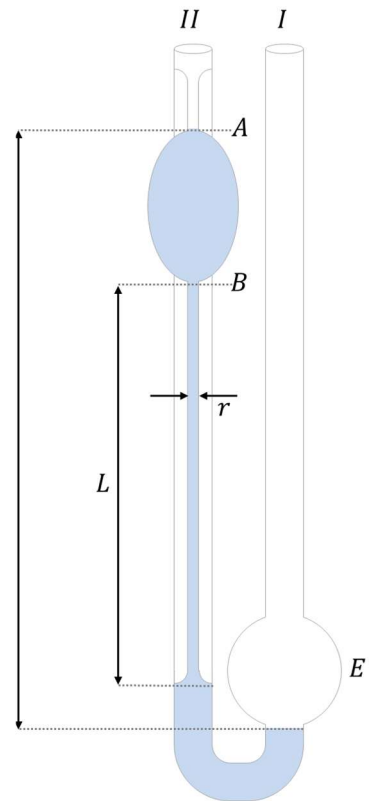


Figura 22. Viscosímetro de Ostwald-Fenske.

Materiales

- Esferas metálicas pequeñas.
- Calibre.
- Balanza.
- Probeta con detergente.
- Computadora.
- Alcohol y Agua.
- Viscosímetro de Ostwald-Fenske.
- Propipeta (traer la propia).
- Cronómetro del celular.
- Densímetros.
- Vaso de descarté.
- Termómetro.
- Papel absorbente.

Experiencias:

A) Medición con el método de Stokes:

- Determinar la densidad del fluido (detergente) con el uso de un densímetro.
- Medir el diámetro y la masa de una esfera de acero (tener en cuenta que su masa puede ser del orden de la apreciación de la balanza).
 - Con el objetivo de minimizar el error en las mediciones, se sugiere determinar la masa media pesando varias esferas juntas (aproximadamente 10) y luego dividir por el número de esferas.
 - Para el diámetro se sugiere corroborar la uniformidad midiéndolo para cada una de ellas y obtener un valor medio.

- Calcular la densidad media de las esferas empleadas.
- Registro de la caída de las esferas:
 - Disponer un celular con el cronómetro listo para activar al lado de la probeta (Figura 23).
 - Prepararse con otro celular para filmar tanto la caída de la esfera dentro del detergente como el paso del tiempo en el celular.
 - Tratar de posicionarlo lo más paralelo a la regla que sea posible.
 - Iniciar el cronómetro y la grabación.
 - Dejar caer una esfera sobre la superficie libre del líquido cuya viscosidad se desea conocer, tratando de que la esfera se mueva por el centro del tubo.
 - Repetir este procedimiento 3 veces, tratando de que la esfera empiece a caer siempre desde el mismo punto.
- Realizar una gráfica de y vs. t (usando algún software de análisis de datos, ej: *SciDAVis*).
 - Para ello tomar la distancia cada 3 o 5 mm y el tiempo correspondiente en que se encuentra en dicha posición.
 - Estimar un valor de error apropiado para la determinación tanto de y como de t .
- Calcular mediante una regresión lineal la velocidad crítica a partir de la gráfica.
 - Para ello eliminar los primeros puntos donde aún no se alcanzó la velocidad crítica.
- Determinar el coeficiente de viscosidad η del fluido usando la ecuación (49).



Figura 23. Disposición para el método de Stokes.

B) Medición con viscosímetro de Ostwald:

- Enjuagar el viscosímetro con alcohol y descartarlo.
- Cargar el viscosímetro de OstwaldFenske con un volumen V del alcohol hasta llenar aproximadamente la mitad del bulbo inferior.
- Hacer ascender con una propipeta el fluido por la otra rama hasta que supere el aforo superior.
- Medir el tiempo de escurrimiento del alcohol t_{ol} desde el aforo superior hasta el inferior.
- Enjuagar el viscosímetro con agua y descartarlo.
- Determinar el tiempo de escurrimiento del agua t_{H_2O} repitiendo los pasos previos.
- Medir con el densímetro las densidades respectivas (ρ_{H_2O} y $\rho_{líq}$) y la temperatura en el seno de cada líquido.
- Calcular el coeficiente de viscosidad del alcohol relativo al agua, η_{rel} , teniendo en cuenta la ecuación (54) desarrollada previamente.
- Utilizando el coeficiente de viscosidad del agua de tabla calcular η_{ol} a partir de la ecuación (55).

Trabajo Práctico N°5: Movimiento Armónico Simple – (Licenciaturas)

Objetivos de aprendizaje

- Familiarizarse con el concepto de MAS.
- Determinar los períodos de oscilación de una masa suspendida de un **resorte vertical** y de un **péndulo simple**.
- Comparar el **valor experimental** con el **valor teórico** para las situaciones donde se satisfagan las hipótesis teóricas.
- Determinar la aceleración de la gravedad empleando un **péndulo simple**.

Introducción

Se dice que un cuerpo tiene un movimiento armónico simple (MAS) cuando su movimiento es periódico y vibratorio en ausencia de fuerzas de rozamiento. Éste es consecuencia de la acción de una fuerza recuperadora **directamente proporcional** a la posición, y por lo tanto, la posición en función del tiempo $x(t)$ queda descrita por una función senoidal (puede ser tanto seno o coseno).

En particular, los dos casos más frecuentes de movimiento armónico simple son: el **Péndulo Simple** y el **Resorte** (o muelle).

En el presente trabajo práctico se emplearán ambos sistemas (un **resorte vertical** y un **péndulo simple**) para determinar las características de los movimientos (como son los respectivos períodos de oscilación) y la aceleración de la gravedad empleando un **péndulo simple**.

Sistema Masa-Resorte

Analicemos el caso de un resorte horizontal amarrado en un extremo y con un cuerpo de masa m sujeto en el otro, Figura 24.a). Si a esta masa se la separa de la longitud de equilibrio l_0 hasta una $l_{m\acute{a}x}$, ver Figura 24.b), empezará a moverse como consecuencia de las fuerzas intervinientes.

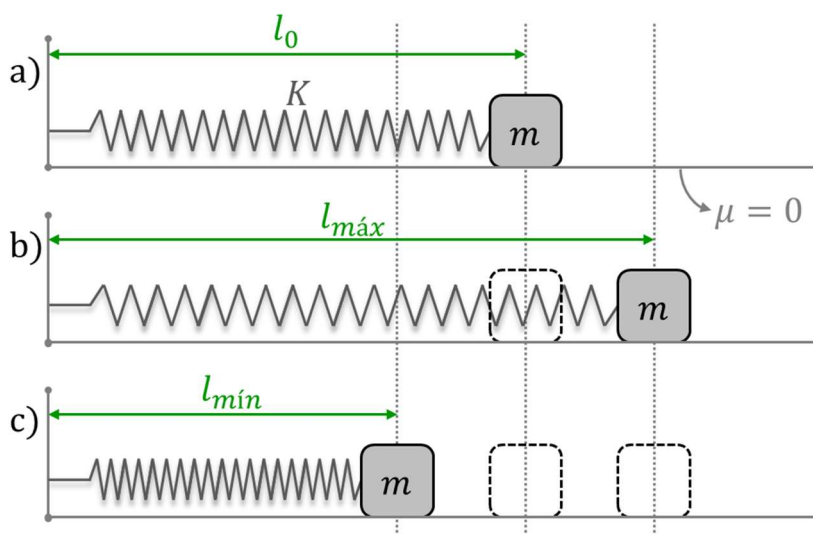


Figura 24. a) Resorte de constante elástica k amarrado en un extremo y un cuerpo de masa m en el otro.
b) El mismo sistema que en el ítem anterior con la masa m separada del equilibrio.
c) Cuanto se comprime el resorte de constante k luego de separar la masa m del equilibrio.

Escribiendo las ecuaciones de Newton con las fuerzas presentadas en la Figura 25 se tienen las siguientes relaciones (como se estableció previamente, no se considerará la acción de fuerzas de rozamiento):

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = -F_e = m \cdot a \\ \sum F_y = N - P = 0 \end{cases} \quad (56)$$

Dado que la fuerza elástica del resorte tiene la forma:

$$F_e = k \cdot \Delta x = k \cdot (x - x_0) \quad (57)$$

Si tomamos $x_0 = 0$ y consideramos que la aceleración es la derivada segunda de la posición respecto al tiempo se tiene:

$$\begin{aligned} -F_e &= m \cdot a \\ -k \cdot x &= m \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} \\ -\frac{k}{m} \cdot x &= \frac{d^2 x}{dt^2} \end{aligned} \quad (58)$$

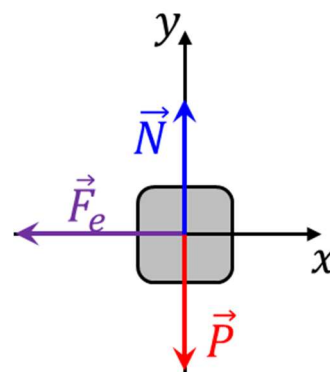


Figura 25. Fuerzas sobre la masa m sujeta al resorte luego de ser separada del equilibrio.

Esta ecuación establece una relación entre la función posición $x(t)$ y su derivada segunda, lo que nos da una idea que las derivadas deben ser cíclicas, si proponemos como solución de esta ecuación una de la forma:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (59)$$

Podemos ver si se satisface la ecuación previa, primero calculamos la derivada segunda:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (60)$$

En la ecuación que la relaciona con la posición resulta

$$-\frac{K}{m} \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (61)$$

La cual se satisface si tomamos $\boxed{\omega^2 = k/m}$.

Ahora analicemos los componentes de esta función posición $x(t)$ que logró satisfacer las ecuaciones de Newton:

- A es la amplitud del movimiento.
- $\omega = \sqrt{k/m}$ es la frecuencia angular.
- $\omega \cdot t + \varphi$ es la fase del movimiento.
- φ es la fase inicial de movimiento.

Se llama amplitud al desplazamiento máximo de la partícula respecto al punto de origen y como la función seno toma como valores extremos $+1$ y -1 , el movimiento se encuentra acotado por los valores $x = A$ y $x = -A$. Como el movimiento se repite a sí mismo se llama

periódico, siendo precisamente el periodo (T) el tiempo que transcurre para que se produzca su repetición, dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (62)$$

Por último, podemos destacar las formas que toman la velocidad y la aceleración en este movimiento:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (63)$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (64)$$

Péndulo Simple

De manera muy similar, se puede analizar el caso de un péndulo simple. El mismo consiste de una masa m suspendida de un hilo cuya masa se considera despreciable (Figura 26.a). Si a esta masa se la separa del equilibrio un ángulo θ (ver Figura 26.b), empezará a moverse como consecuencia de las fuerzas intervinientes.

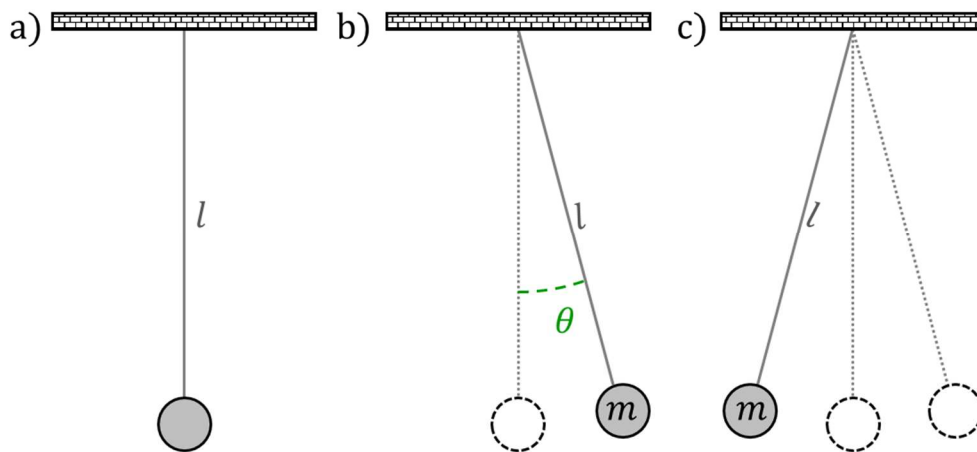


Figura 26. a) Péndulo simple de longitud l y un cuerpo de masa m . b) El mismo sistema del ítem anterior con la masa m separada del equilibrio un ángulo θ . c) El movimiento que sigue la masa m luego sobre un arco de circunferencia.

Si tenemos en cuenta la trayectoria que sigue la masa del péndulo es un arco de circunferencia cuyo radio es la longitud del péndulo l (Figura 26.c), la aceleración presente es la tangencial dada por:

$$a_t = l \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (65)$$

Entonces, escribiendo las ecuaciones de Newton de acuerdo con las fuerzas presentadas en el diagrama de la Figura 27, se tiene

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = -P_x = m \cdot a_t \\ \sum F_y = T - P_y = 0 \end{cases} \quad (66)$$

Considerando la descomposición de la fuerza peso en el sistema de referencia presentado se tiene:

$$\begin{aligned} -P_x &= m \cdot a_t \\ -P \cdot \sin \theta &= m \cdot l \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} \\ -m \cdot g \cdot \sin \theta &= m \cdot l \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} \end{aligned} \quad (67)$$

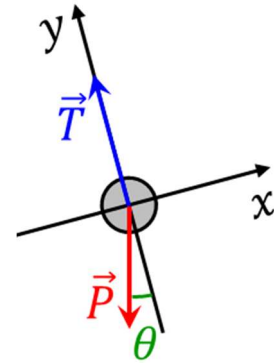


Figura 27. Fuerzas sobre la masa m del péndulo luego de ser separada del equilibrio.

Esta ecuación resulta difícil de resolver, puesto que el ángulo que establece la posición de la masa en un dado momento está dentro de la función seno.

Para salvar esta complicación, se puede considerar que el ángulo θ que se separa del equilibrio es un **ángulo pequeño**. La aproximación es una simplificación de las razones trigonométricas (cuya precisión es aceptable cuando el ángulo tiende a cero) que surge de un truncamiento de las correspondientes series de Taylor.

Para el caso del seno la aproximación para ángulos pequeños resulta $\sin \theta \approx \theta$, y en nuestra ecuación significa:

$$-g \cdot \theta = l \cdot \frac{d^2 \theta}{dt^2} \Rightarrow -\frac{g}{l} \cdot \theta = \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (68)$$

Tal como sucedió en el caso del resorte, esta ecuación establece una relación entre la función $\theta(t)$ y su derivada segunda. Proponiendo como solución una función de la forma:

$$\theta(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (69)$$

Su derivada segunda es:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (70)$$

Para ver si satisface la ecuación reemplazamos, por lo tanto:

$$-\frac{g}{l} \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (71)$$

Análogamente al caso anterior, se satisface si tomamos $\omega^2 = g/l$, y sus componentes también se denominan:

- A : amplitud del movimiento.
- $\omega = \sqrt{g/l}$: frecuencia angular.
- $\omega \cdot t + \varphi$: fase del movimiento.
- φ : fase inicial de movimiento.

El periodo T del péndulo está dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (72)$$

La velocidad y aceleración tangenciales de este movimiento están dadas por:

$$v_t(t) = l \cdot \omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = l \cdot A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \quad (73)$$

$$a_t(t) = l \cdot \alpha(t) = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -l \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (74)$$

Es importante destacar que en el periodo de oscilación del péndulo está presente la aceleración de la gravedad, si reescribimos la ecuación resulta:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \quad (75)$$

Lo que establece una relación lineal entre T^2 y la longitud l . Entonces si se miden periodos correspondientes a distintas longitudes y se calculan sus cuadrados, se puede realizar una medición indirecta de la aceleración de la gravedad mediante una regresión lineal sobre los puntos de una grafica T^2 vs. l .

Desarrollo del TP

En este trabajo práctico se emplea el sistema **masa-resorte** y un **péndulo simple** para realizar determinaciones del periodo de oscilación de los mismos. Así como también para hacer una medición del módulo de la aceleración de la gravedad.

Materiales

- Soporte con resorte.
- Vaso para el resorte.
- Tanza o hilo.
- Diversas masas.
- Balanza.
- Regla milimetrada.
- Cronómetro del celular.

Experiencias

A) Medición de constante de un resorte:

Pedir el número de balanza de Jolly empleada en el TP 4 (tensión superficial) – Se hará la determinación de la k del resorte y se comparará con la proporcionada por el docente.

- Colocar el vaso para el resorte en el soporte. Medir la longitud l_0 del resorte con dicha masa suspendida (m_0).
- Pesar una pequeña masa m_1 y agregarla al sistema. El resorte alcanzará ahora una longitud l_1 . Medir la variación de longitud $\Delta l = l_1 - l_0$ que el resorte experimenta.
- Repetir tres veces el paso previo, empleando un total de 4 masas distintas como mínimo (m_1, m_2, m_3, m_4) – *Consultar al docente las combinaciones de las masas para no exceder el*

peso máximo (usar un peso mayor al máximo produce la deformación permanente del resorte, y un cambio en su k)

- Ordenar los datos correctamente expresados en una tabla (m y el correspondiente Δl).
- Graficar la fuerza aplicada, $P = m \cdot g$, en función de la variación de la longitud del resorte Δl (usando algún software de análisis de datos, ej: **SciDAVis**). Los puntos de la gráfica se aproximan a una recta cuya pendiente es la constante del resorte.
- Mediante una regresión lineal sobre los puntos de la gráfica P vs. Δl calcular la constante k del resorte.

B) Medición del período de un resorte:

- Determinar la masa m suspendida en el resorte con la balanza.
- Producir un estiramiento inicial de manera que la masa oscile verticalmente (evitando que choque con el soporte o se bamboleee).
- Medir con el cronómetro el tiempo t que transcurre entre 10 oscilaciones completas (n) y luego determinar el valor del período sabiendo que $T = t/n$. Expresar T con su respectivo error.
- Comparar el valor obtenido con el valor teórico calculado con la ecuación (62). (Observar que esta relación teórica se obtiene haciendo la aproximación de masa concentrada en el extremo del oscilador).
- Cambiar el valor de la masa suspendida y repetir el procedimiento descrito en los dos incisos anteriores. Comparar este valor de T con el obtenido para la masa anterior.

C) Medición del período de un péndulo simple:

- Determinar la masa m del cuerpo a suspender en el péndulo.
- Colgar el péndulo de la pared y determinar su longitud l , considerándola desde el punto de suspensión del hilo hasta aproximadamente el centro de masa del cuerpo suspendido.
- Apartar de su posición de equilibrio un pequeño ángulo (recordar aproximación para ángulo pequeño) y soltar para que oscile (evitando que choque con la pared).
- Medir con el cronómetro el tiempo t que transcurre entre 10 oscilaciones completas (n) y determinar el valor del período ($T = t/n$). Expresar T con su respectivo error.
- Comparar el valor obtenido con el valor teórico calculado con la ecuación (72).
- Producir un nuevo desplazamiento inicial distinto al anterior y determinar el valor del período como se realizó previamente. Comparar los valores del periodo obtenidos experimentalmente para dos amplitudes distintas. ¿Qué es lo que sucede? ¿El periodo depende de la amplitud?
- Cambiar el valor de la masa suspendida y determinar el valor del período como se realizó previamente. Comparar los valores del periodo obtenidos experimentalmente para dos masas distintas. ¿Qué es lo que sucede? ¿El periodo depende de la masa suspendida?

D) Medición de la aceleración de la gravedad con un péndulo simple

- Cambiar la longitud del péndulo, y determinar el nuevo valor de l . Medir el periodo de oscilación repitiendo los incisos 15 a 17.
- Realizar un total de cinco mediciones con distintas longitudes del péndulo. Ordenar los datos correctamente expresados en una tabla (l , su correspondiente T y T^2).
- Graficar el cuadrado del periodo T^2 en función de la longitud del péndulo l (usando algún software de análisis de datos, ej: **SciDAVis**).
 - Los puntos de la gráfica se aproximan a una recta cuya pendiente está relacionada con la aceleración de la gravedad a través de la ecuación (75) de la introducción.
- Calcular el valor de la aceleración de la gravedad:

- De la gráfica de T^2 vs. l (de modo que T^2 es la variable dependiente -eje vertical- y l es la variable independiente -eje horizontal-) Aplicar una regresión
- La pendiente *pend* de dicha recta resultará

$$pend = \frac{4\pi^2}{g}$$

- De donde se puede despejar el valor de la aceleración de la gravedad g .

Modelos de Informes

Informe Mediciones Directas e Indirectas

Comisión: _____ Fecha: _____

Integrantes del grupo: Apellido, Nombre y Legajo

Objetivos

Introducción

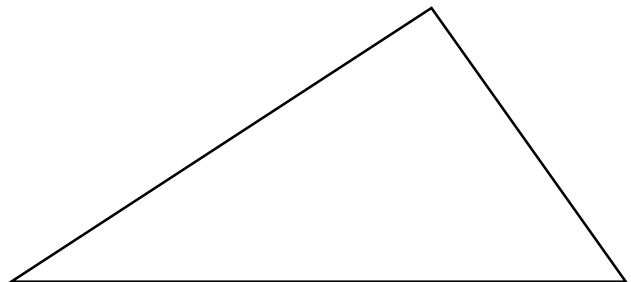
Resultados:

Mediciones Directas

Mediciones realizadas con regla milimetrada y calibre

Se determinaron las dimensiones de los objetos explicitadas a continuación para informarlas correctamente en las tablas:

- Longitud de los lados A, B y C y la altura h del triángulo plástico (indicadas en la figura).
- Diámetro y altura del cilindro metálico.
- Diámetro de la esfera metálica.
- Espesor de un cuadernillo (sin las tapas); cantidad de hojas: ____
- Diámetro interno de la tuerca.



Se calculó el error relativo para cada medición y se compararon las mediciones realizadas con ambos instrumentos.

	Regla milimetrada $\Delta X =$			Calibre $\Delta X =$		
	X' unid	$(X' \pm \Delta X)$ unid	$E_r\%$	X' unid	$(X' \pm \Delta X)$ unid	$E_r\%$
Lado A del triángulo						
Lado B del triángulo						
Lado C del triángulo						
Altura del triángulo						
Diámetro del cilindro						
Altura del cilindro						
Diámetro de la esfera						
Espesor del cuadernillo: ___ hojas						
Diámetro interno de la tuerca						

Mediciones realizadas con balanza

Se empleó para determinar:

- La masa del cilindro metálico.
- La masa de 10 esferas plásticas idénticas.

Se calculó el error relativo para cada medición.

	Balanza $\Delta X =$		
	X' unid	$(X' \pm \Delta X)$ unid	$E_r\%$
Masa del cilindro			
Masa de ___ esferas plásticas			

Medición realizada con el termómetro

Se utilizó para establecer la temperatura ambiental.

	Termómetro $\Delta X =$		
	X' unid	$(X' \pm \Delta X)$ unid	$E_r\%$
Temperatura ambiente			

Mediciones Indirectas

Con las mediciones realizadas de manera directa se calculó e informó correctamente las siguientes magnitudes:

- Superficie y perímetro del triángulo plástico.
- Densidad del cilindro metálico.
- Volumen de la esfera metálica.
- Espesor de una hoja.
- Masa de una esfera plástica.

Se calculó el error relativo para cada medición y se compararon las mediciones realizadas con ambos instrumentos.

Mediciones realizadas con regla milimetrada y calibre

	Regla milimetrada				Calibre			
	X' unid	ΔX unid	$(X' \pm \Delta X)$ unid	$E_r\%$	X' unid	ΔX unid	$(X' \pm \Delta X)$ unid	$E_r\%$
Perímetro del triángulo								
Superficie del triángulo								
Densidad del cilindro								
Volumen de la esfera								
Espesor de una hoja								

Mediciones realizadas con balanza

	Balanza			
	X' unid	ΔX unid	$(X' \pm \Delta X)$ unid	$E_r\%$
Masa de una esfera plástica				

Conclusiones

Preguntas guía para las conclusiones:

¿Cuál fue la medición más precisa?

¿En qué situación será más conveniente medir con regla que con calibre?

¿Se podría mejorar alguna de las mediciones? ¿De qué manera?

Comparar tus mediciones con las del resto de tus compañeros y compañeras de la mesa.

Cálculos Auxiliares

Informe Cinemática

Comisión: _____

Fecha: _____

Integrantes del grupo: Apellido, Nombre y Legajo

Objetivos

Introducción

Esquema de las situaciones planteadas

Primera Experiencia	Segunda Experiencia

Resultados:

Primera Experiencia:

Diagrama de cuerpo libre

Gráfica de la posición en función del tiempo:

Regresión lineal sobre la gráfica de la posición en función del tiempo: $x(t) = A_0 + A_1 \cdot t$ donde
 $A_0 = (\quad \pm \quad)$ representa
 $A_1 = (\quad \pm \quad)$ representa
cuyo coeficiente de determinación $R^2 =$

La **velocidad** en función del tiempo es:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} =$$

Gráfica de la velocidad en función del tiempo:

La **aceleración** es:

$$a(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} =$$

Gráfica de la aceleración en función del tiempo:

Segunda Experiencia:

Diagrama de cuerpo libre

Gráfica de la posición en función del tiempo:

Regresión cuadrática sobre la gráfica de posición vs. tiempo: $x(t) = A_0 + A_1 \cdot t + A_2 \cdot t^2$
donde

$A_0 = (\quad \pm \quad)$ representa

$A_1 = (\quad \pm \quad)$ representa

$A_2 = (\quad \pm \quad)$ representa

cuyo coeficiente de determinación $R^2 =$

La **velocidad** en función del tiempo es:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} =$$

Gráfica de la velocidad en función del tiempo:

La **aceleración** es:

$$a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} =$$

Gráfica de la aceleración en función del tiempo:

Conclusiones

Preguntas guía para las conclusiones:

¿Cuáles son las características de un Movimiento Rectilíneo Uniforme?

¿Cuáles son las características de un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado?

¿Qué tipo de movimiento realiza el carrito? ¿Por qué?

Cálculos Auxiliares

Informe Dinámica - Trabajo y Energía

Comisión: _____ Fecha: _____

Integrantes del grupo: Apellido, Nombre y Legajo

Objetivos

Introducción

Esquema de la situación planteada

Resultados

Diagrama de cuerpo libre

Valores medidos y calculados

- Masa del carrito: $M = (\quad \pm \quad)$
- Altura del taco: $H = (\quad \pm \quad)$
- Longitud del riel: $L = (\quad \pm \quad)$
- Punto 1: $t_1 = (\quad \pm \quad)$ y $x_1 = (\quad \pm \quad)$
- Punto 2: $t_2 = (\quad \pm \quad)$ y $x_2 = (\quad \pm \quad)$
- Distancia entre los puntos utilizados: $|x_2 - x_1| = (\quad \pm \quad)$
- Seno del ángulo de inclinación del riel: $\sin \theta = (\quad \pm \quad)$
- Ángulo de inclinación del riel: $\theta = (\quad \pm \quad)$
- Coseno del ángulo de inclinación del riel: $\cos \theta = (\quad \pm \quad)$
- Fuerza resultante que actúa sobre el carrito: $F_T = (\quad \pm \quad)$
- Diferencia de altura entre los puntos utilizados: $\Delta h = (\quad \pm \quad)$

Gráfica de la posición en función del tiempo

Regresión cuadrática sobre la gráfica de posición vs. tiempo: $x(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2$ donde
 $a_0 = (\quad \pm \quad)$ representa
 $a_1 = (\quad \pm \quad)$ representa
 $a_2 = (\quad \pm \quad)$ representa
cuyo coeficiente de determinación es $R^2 =$

La **expresión** de la **velocidad** en función del tiempo es:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} =$$

En particular, en los puntos 1 y 2 los valores de la velocidad:

$$v_1 = (\quad \pm \quad) \quad , \quad v_2 = (\quad \pm \quad)$$

Y la **energía cinética** en dichos puntos 1 y 2:

$$E_{C_1} = (\quad \pm \quad) , \quad E_{C_2} = (\quad \pm \quad)$$

De modo que la **variación de energía cinética**:

$$\Delta E_C = E_{C_2} - E_{C_1} = (\quad \pm \quad)$$

El **módulo** de la **aceleración** es:

$$a = (\quad \pm \quad)$$

De modo que el **módulo** de la **fuerza resultante**:

$$F_T = M \cdot a = (\quad \pm \quad)$$

Y el **Trabajo** de la **fuerza resultante**:

$$W_{F_T} = M \cdot a \cdot |x_2 - x_1| \cos 180^\circ = (\quad \pm \quad)$$

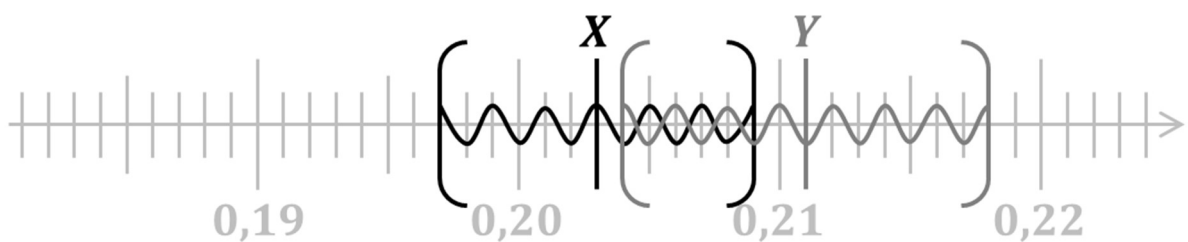
(¿por qué en el cálculo del W_{F_T} aparece $\cos 180^\circ$?)

En el diagrama a continuación se comparan los resultados obtenidos del trabajo realizado por la fuerza resultante con la variación de la energía cinética marcando los entornos correspondientes.



Ejemplo para marcar entornos

$$X = (0,203 \pm 0,006) , \quad Y = (0,211 \pm 0,007)$$



Variación de Energías entre los puntos

Variación de Energía Cinética	$\Delta E_C = (\quad \pm \quad)$
Variación de Energía Potencial	$\Delta E_P = (\quad \pm \quad)$
Variación de Energía Mecánica Total	$\Delta E_{MT} = (\quad \pm \quad)$

¿Se conserva la Energía Mecánica Total? ¿Por qué?

Módulo de las componentes **paralela** y **perpendicular** al riel de la fuerza peso:

$$P_x = (\quad \pm \quad) \quad , \quad P_y = (\quad \pm \quad)$$

Módulo de la **fuerza de rozamiento**:

$$f_r = (\quad \pm \quad)$$

Trabajo de la **fuerza rozamiento**:

$$W_{f_r} = -f_r \cdot |x_2 - x_1| = (\quad \pm \quad)$$

(¿por qué aparece el signo (-) en el cálculo del W_{f_r} ?)

Con lo obtenido se puede comparar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento con la variación de la energía mecánica total a partir de los entornos presentados en el diagrama siguiente:



¿Se verifica el corolario del teorema del trabajo y la energía?

¿Puede obtenerse un coeficiente de rozamiento compuesto por distintos efectos generadores de roce (fricción de las ruedas con el riel, fricción de los ejes del carrito, rozamiento con el aire, etc.)? ¿Cuánto valdrá?

Módulo de la **fuerza normal**:

$$N = P_y = (\quad \pm \quad)$$

Coeficiente de rozamiento cinético:

$$\mu_c = \frac{f_r}{N} = (\quad \pm \quad)$$

Conclusiones

Preguntas guía para las conclusiones:

¿Qué tipo de movimiento se estudia? ¿Cuál es el valor de $\vec{a}$?

¿Cuáles son las fuerzas que intervienen?

¿Se verifica el teorema del trabajo y la energía?

¿Cuáles son las fuerzas que intervienen? ¿Se conserva la Energía Mecánica Total? ¿Por qué?

¿Se verifica el corolario del teorema del trabajo y la energía?

¿Es posible obtener un coeficiente de rozamiento? ¿Qué valor tiene?

Cálculos Auxiliares

Propagación de errores de las expresiones matemáticas empleadas en este informe en letras:

$$\sin \theta = \frac{H}{L}$$

$$\Delta x = |x_2 - x_1|$$

$$v(t) = v_0 - a \cdot t$$

$$E_C = \frac{1}{2} M v^2$$

$$\Delta E_C = E_{C_2} - E_{C_1}$$

$$F_T = M \cdot a$$

$$W_{F_T} = M \cdot a \cdot |x_2 - x_1| \cos 180^\circ$$

$$\Delta h = \Delta x \sin \theta$$

$$\Delta E_P = M g \Delta h$$

$$\Delta E_{MT} = \Delta E_C + \Delta E_P$$

$$P_x = M g \sin \theta$$

$$P_y = M g \cos \theta$$

$$f_r = m \cdot a - P_x$$

$$W_{f_r} = -f_r \cdot |x_2 - x_1|$$

$$\mu_c = \frac{f_r}{N}$$

Informe Densimetría - Tensión Superficial

Comisión: _____

Fecha: _____

Integrantes del grupo: Apellido, Nombre y Legajo

Objetivos

Introducción

Densimetría

Tensión Superficial

Resultados

Densimetría

Medición directa de la densidad de líquidos

- Densidad del alcohol: $\rho_{Et} = (\quad \pm \quad)$
- Densidad del agua: $\rho_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$
- Temperatura: $T_{amb} = (\quad \pm \quad)$

Medición indirecta de la densidad de líquidos

El **picnómetro vacío** tiene una masa de: $m_0 = (\quad \pm \quad)$

Al **llenar** de **alcohol** se obtiene una masa de: $m_1 = (\quad \pm \quad)$,
de modo que la **masa** de **alcohol** en su interior es: $m_{Et} = (\quad \pm \quad)$

Mientras que el picnómetro **con agua** tiene una masa de: $m_2 = (\quad \pm \quad)$

y la **masa** de **agua** dentro del picnómetro es: $m_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$

- Densidad relativa del alcohol: $\rho_{rel} = (\quad \pm \quad)$
- Densidad absoluta del alcohol: $\rho_{Et} = (\quad \pm \quad)$
- Temperatura: $T_{amb} = (\quad \pm \quad)$

Medición indirecta de la densidad de sólidos

La **tuerca** tiene una **masa** de: $m_t = (\quad \pm \quad)$

Llenando la probeta de líquido se tiene un **volumen inicial** de: $V_0 = (\quad \pm \quad)$

Al sumergir la tuerca en la probeta se obtiene un **volumen final** de: $V_F = (\quad \pm \quad)$

De modo que el **volumen** de la **tuerca** es: $V_t = (\quad \pm \quad)$

- Densidad de la tuerca: $\rho_t = (\quad \pm \quad)$
- Temperatura: $T_{amb} = (\quad \pm \quad)$

Tensión Superficial

Método de conteo de gotas

La **densidad del alcohol** medida directamente es: $\rho_{Et} = (\quad \pm \quad)$

Y la **densidad del agua** es: $\rho_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$

El **número** de gotas de **alcohol** escurridas de la pipeta es: $n_{Et} = (\quad \pm \quad)$

Mientras que el **número** de gotas de **agua** es: $n_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$

- Coeficiente de tensión superficial del alcohol relativo al agua:

$$\gamma_{rel} = (\quad \pm \quad)$$

El coeficiente de tensión superficial del agua a una temperatura de $T = (\quad \pm \quad)$ obtenido de tabla es: $\gamma_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$

- Coeficiente de tensión superficial absoluto del alcohol:

$$\gamma_{Et} = (\quad \pm \quad)$$

- Temperatura: $T_{amb} = (\quad \pm \quad)$

Método de Balanza de Jolly

La **constante del resorte** es: $k = (\quad \pm \quad)$ y se empleó la balanza N°
 El **diámetro interno** del anillo mide $d_i = (\quad \pm \quad)$, mientras que el **diámetro externo** mide $d_E = (\quad \pm \quad)$. Siendo entonces su suma igual a $D = (\quad \pm \quad)$.
 La **longitud inicial** del resorte cuando entra en contacto con el líquido es de $l_0 = (\quad \pm \quad)$, mientras que la **longitud final** en el instante en que se despega es $l = (\quad \pm \quad)$. De modo que la diferencia resulta de $\Delta l = (\quad \pm \quad)$.

- **Coefficiente de tensión superficial del agua:** $\gamma_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$
- **Temperatura:** $T_{amb} = (\quad \pm \quad)$

Conclusiones*Preguntas guía para las conclusiones:*

- ¿Por qué se debe informar la temperatura a la que se realizan las mediciones?*
- ¿Qué medición de la densidad de líquidos resultó más precisa? ¿La directa o la indirecta?*
- ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de cada método?*
- ¿Es relevante el método presentado para la medición indirecta de la densidad de la tuerca?*
- ¿Cuándo resulta conveniente?*
- ¿Cuál método indirecto para la determinación del coeficiente de tensión superficial considera más conveniente? ¿Por qué?*

Cálculos Auxiliares

Propagación de errores de las expresiones matemáticas empleadas en este informe en letras:

$$m_{H_2O} = m_1 - m_p$$

$$m_{ol} = m_2 - m_p$$

$$\rho_{rel} = \frac{m_{liq}}{m_{H_2O}}$$

$$\rho_{ol} = \frac{m_{ol}}{m_{H_2O}} \cdot \rho_{H_2O}$$

$$\gamma_{rel} = \frac{\rho_{ol} \cdot n_{H_2O}}{\rho_{H_2O} \cdot n_{ol}}$$

$$\gamma_{liq} = \frac{k \cdot (l - l_o)}{\pi \cdot (d_i + d_e)}$$

Informe Dinámica de Fluídos

Comisión: _____

Fecha: _____

Integrantes del grupo: Apellido, Nombre y Legajo

Objetivos

Introducción

Resultados

Método de Stokes

*Gráfica de la posición de las esferas en función del tiempo:
(adjuntar tabla de datos en cálculos auxiliares)*

Regresión lineal sobre la gráfica de la posición en función del tiempo: $x(t) = a_0 + a_1 \cdot t$ donde
 $a_0 = (\quad \pm \quad)$ representa

$a_1 = (\quad \pm \quad)$ representa
cuyo coeficiente de determinación es $R^2 =$

La **velocidad crítica** de caída de las esferas es:

$$v = (\quad \pm \quad)$$

La **densidad del detergente** medida directamente es: $\rho_{liq} = (\quad \pm \quad)$

La **masa** de ____ **esferas** medida directamente es: $M = (\quad \pm \quad)$

Entonces, la **masa de una esfera** es: $m = (\quad \pm \quad)$

El **diámetro** medio de las esferas es: $d = (\quad \pm \quad)$

De modo que la **densidad de la esfera** medida indirectamente es:

$$\rho_{esf} = (\quad \pm \quad)$$

– **Viscosidad del detergente:** $\eta = (\quad \pm \quad)$

– **Temperatura:** $T_{amb} = (\quad \pm \quad)$

Viscosímetro de Ostwald

La **densidad del alcohol** medida directamente es: $\rho_{EtOH} = (\quad \pm \quad)$

Mientras que la **densidad del agua** es: $\rho_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$

El **tiempo** de escurrimiento del **alcohol** es: $t_{EtOH} = (\quad \pm \quad)$

Por otro lado, el **tiempo** de escurrimiento del **agua** es: $t_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$

– **Coefficiente de viscosidad del alcohol relativo al agua:**

$$\eta_{rel} = (\quad \pm \quad)$$

El coeficiente de viscosidad absoluto del agua a una temperatura de $T = (\quad \pm \quad)$ obtenido de tabla es: $\eta_{H_2O} = (\quad \pm \quad)$

– **Coefficiente de viscosidad absoluto del alcohol:** $\eta_{EtOH} = (\quad \pm \quad)$

– **Temperatura:** $T_{amb} = (\quad \pm \quad)$

Conclusiones

Preguntas guía para las conclusiones:

¿Por qué se debe informar la temperatura a la que se realizan las mediciones?

¿Cuál método considera más conveniente? ¿Por qué?

¿Es posible utilizar cualquiera de los dos métodos con estos fluidos estudiados?

Cálculos Auxiliares

Propagación de errores de las expresiones matemáticas empleadas en este informe en letras:

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 \cdot g \cdot (\rho_{esf} - \rho_{liq})}{v}$$

$$\eta_{liq} = \frac{\rho_{liq} \cdot t_{liq}}{\rho_{H_2O} \cdot t_{H_2O}} \cdot \eta_{H_2O}$$

Informe Movimiento Armónico Simple

Comisión: _____

Fecha: _____

Integrantes del grupo: Apellido, Nombre y Legajo

Objetivos

Introducción

Sistema Masa Resorte

Péndulo Simple

Resultados

Sistema Masa Resorte

Determinación de la constante del resorte

Elongación del resorte	Masa suspendida	Peso de la masa suspendida
$\Delta l_A = (\quad \pm \quad)$	$m_A = (\quad \pm \quad)$	$P_A = (\quad \pm \quad)$
$\Delta l_B = (\quad \pm \quad)$	$m_B = (\quad \pm \quad)$	$P_B = (\quad \pm \quad)$
$\Delta l_C = (\quad \pm \quad)$	$m_C = (\quad \pm \quad)$	$P_C = (\quad \pm \quad)$
$\Delta l_D = (\quad \pm \quad)$	$m_D = (\quad \pm \quad)$	$P_D = (\quad \pm \quad)$
$\Delta l_E = (\quad \pm \quad)$	$m_E = (\quad \pm \quad)$	$P_E = (\quad \pm \quad)$

Gráfica: P vs Δl

Regresión lineal sobre la gráfica de **peso** en función de la **elongación**:

$P(\Delta l) = a_0 + a_1 \cdot \Delta l$, donde

$a_0 = (\quad \pm \quad)$ representa

$a_1 = (\quad \pm \quad)$ representa

cuyo coeficiente de determinación es $R^2 =$

- Constante del resorte: $k = (\quad \pm \quad)$

Determinación del período de un Sistema Masa Resorte

Tiempo de 10 oscilaciones	$t_1 = (\quad \pm \quad)$	$t_2 = (\quad \pm \quad)$
Período medido	$T_1 = (\quad \pm \quad)$	$T_2 = (\quad \pm \quad)$
Masa suspendida	$m_1 = (\quad \pm \quad)$	$m_2 = (\quad \pm \quad)$
Período teórico	$\tilde{T}_1 = (\quad \pm \quad)$	$\tilde{T}_2 = (\quad \pm \quad)$

¿Qué se puede decir de la comparación de los valores medidos y teóricos? ¿Y de aquellos obtenidos con las distintas masas?

Péndulo Simple*Determinación del período de un péndulo:*

- Longitud del péndulo: $l = (\quad \pm \quad)$
- Período teórico: $\tilde{T} = (\quad \pm \quad)$

Masa suspendida	$m = (\quad \pm \quad)$		$M = (\quad \pm \quad)$
Tiempo de 10 oscilaciones	$t_1 = (\quad \pm \quad)$	$t_2 = (\quad \pm \quad)$	$t_3 = (\quad \pm \quad)$
Período medido	$T_1 = (\quad \pm \quad)$	$T_2 = (\quad \pm \quad)$	$T_3 = (\quad \pm \quad)$
Amplitud inicial	$A_* =$	$A =$	

¿Qué se puede decir de la comparación de los valores medidos y teóricos? ¿Y de aquellos obtenidos con las distintas amplitudes? ¿De la comparación con las distintas masas?

Determinación del módulo de la aceleración de la gravedad

Longitud del péndulo	Período medido	Cuadrado del período medido
$l_A = (\quad \pm \quad)$	$T_A = (\quad \pm \quad)$	$(T_A)^2 = (\quad \pm \quad)$
$l_B = (\quad \pm \quad)$	$T_B = (\quad \pm \quad)$	$(T_B)^2 = (\quad \pm \quad)$
$l_C = (\quad \pm \quad)$	$T_C = (\quad \pm \quad)$	$(T_C)^2 = (\quad \pm \quad)$
$l_D = (\quad \pm \quad)$	$T_D = (\quad \pm \quad)$	$(T_D)^2 = (\quad \pm \quad)$
$l_E = (\quad \pm \quad)$	$T_E = (\quad \pm \quad)$	$(T_E)^2 = (\quad \pm \quad)$

Gráfica:

Regresión lineal sobre la gráfica del **cuadrado de los periodos medidos** en función de su **longitud**: $T^2(l) = a_0 + a_1 \cdot l$ donde

$a_0 = (\quad \pm \quad)$ representa

$a_1 = (\quad \pm \quad)$ representa

cuyo coeficiente de determinación es $R^2 =$

- Módulo de la aceleración de la gravedad: $g = (\quad \pm \quad)$

¿Cómo es el valor obtenido respecto al utilizado comúnmente?

Conclusiones

Preguntas guía para las conclusiones:

¿Qué se puede decir de la comparación de los valores medidos y teóricos de los periodos tratados en ambas experiencias? ¿Y de aquellos obtenidos con las distintas amplitudes?

¿Qué se puede decir de la comparación de los periodos del péndulo con las distintas masas?

¿Cómo es el valor obtenido de la aceleración de la gravedad respecto al utilizado comúnmente?

Cálculos Auxiliares

Propagación de errores de las expresiones matemáticas empleadas en este informe en letras:

$$P = m \cdot g$$

$$T = \frac{t}{n}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T^2 = T \cdot T$$

$$g = \frac{4\pi^2}{pend}$$

