Física I

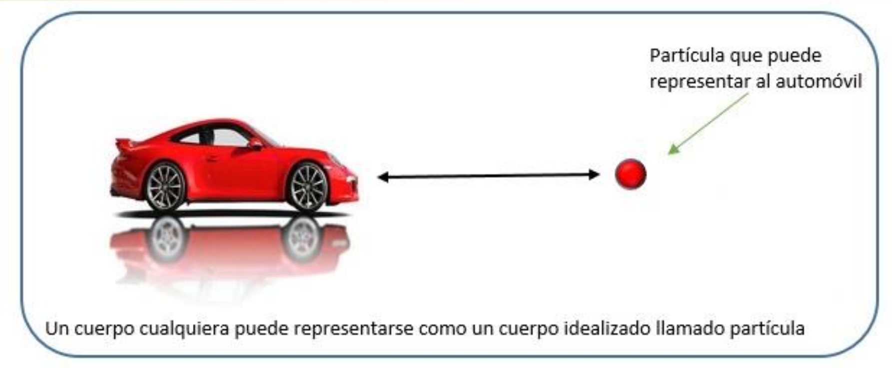
Cinemática de la partícula en una dimensión

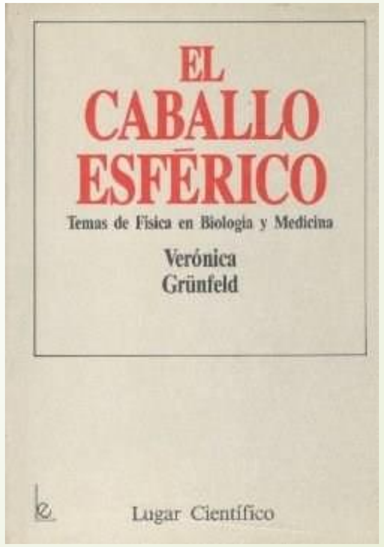
- Cinemática:

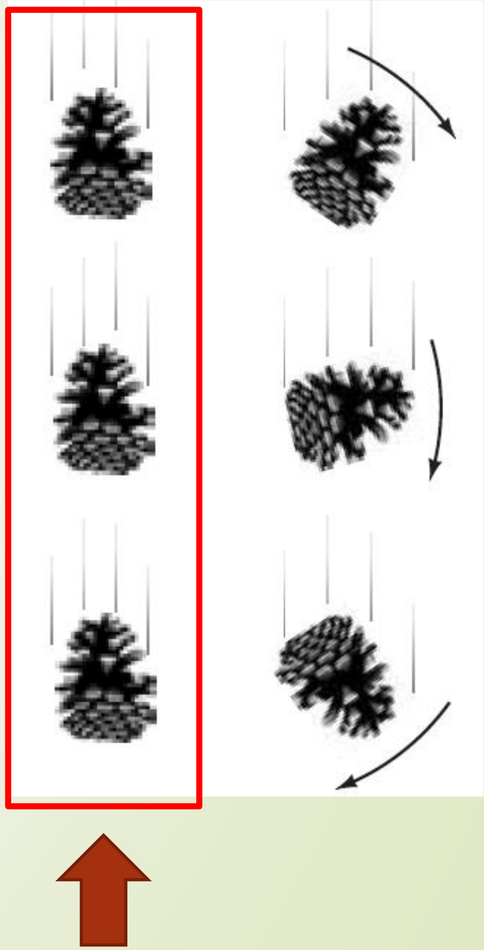
"Descripción del movimiento de los objetos sin tener en cuenta las causas que lo producen"

Movimiento sin girar: movimiento **Traslacional**

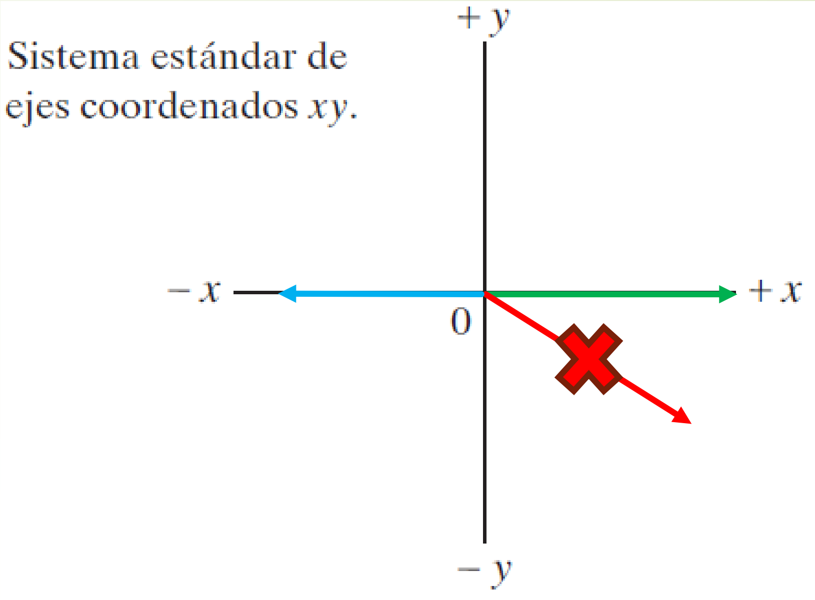
Modelo de partícula idealizada: se considera como un punto matemático, sin extensión espacial **(sin tamaño)**







- **Sistemas de referencia:**



Movimiento unidimensional:

elegimos usualmente el eje x como

la línea a lo largo de la cual se lleva a

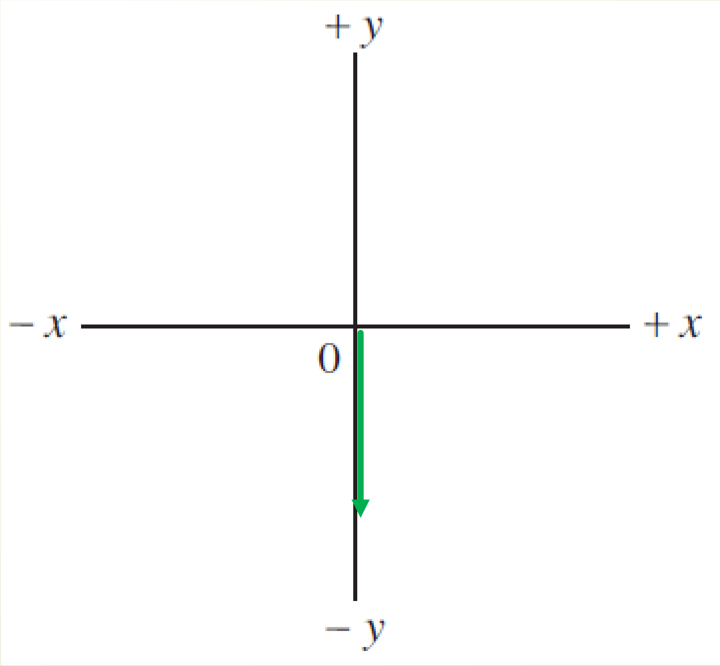
cabo el movimiento

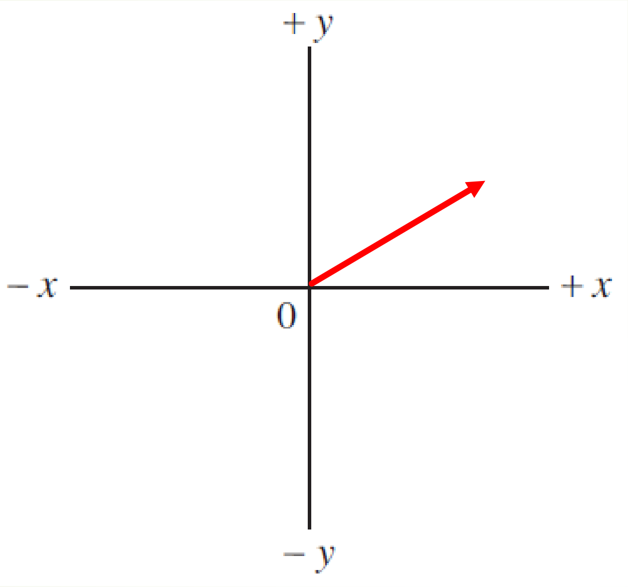
Posición del objeto: valor de la coordenada x en cualquier momento

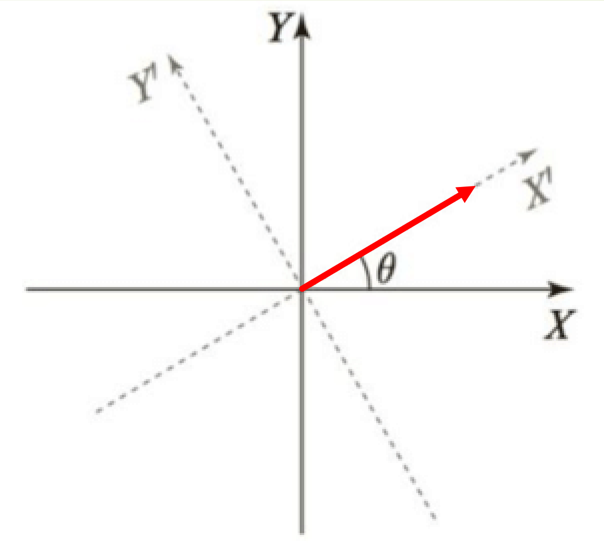
$$x(t)$$

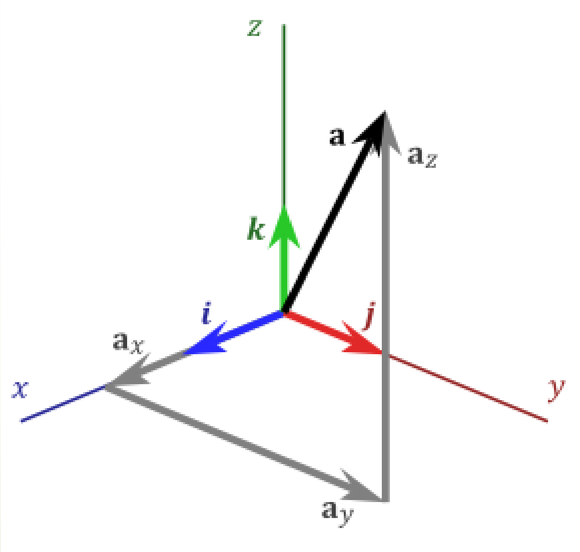
si el movimiento es vertical:

$$y(t)$$

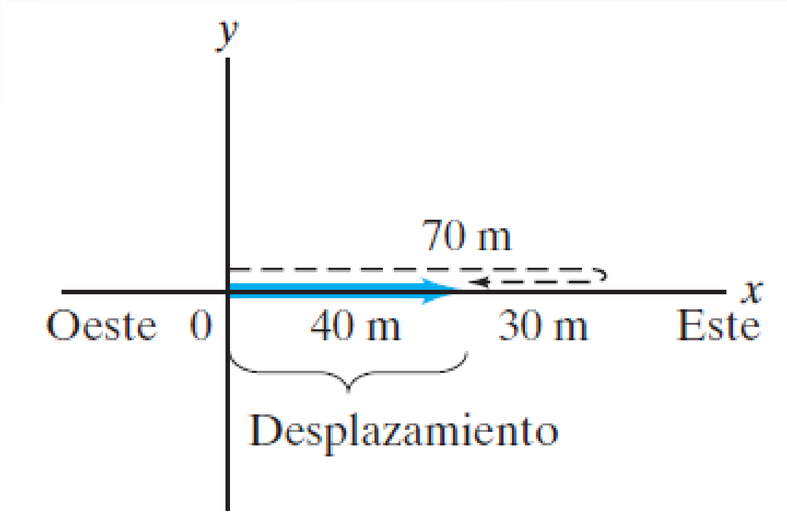



+ y
− x
+ x
0
− y

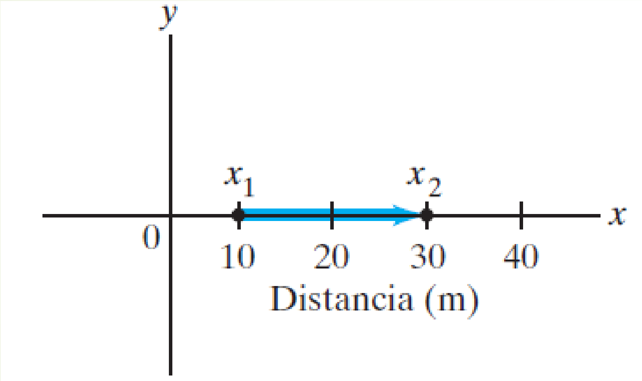

Y
Y'
X'
θ
X

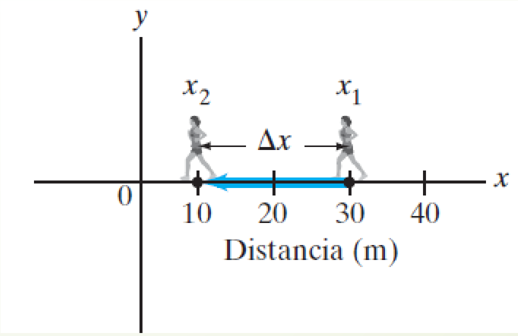

z
a
a_z
k
i
j
a_x
x
y
a_y

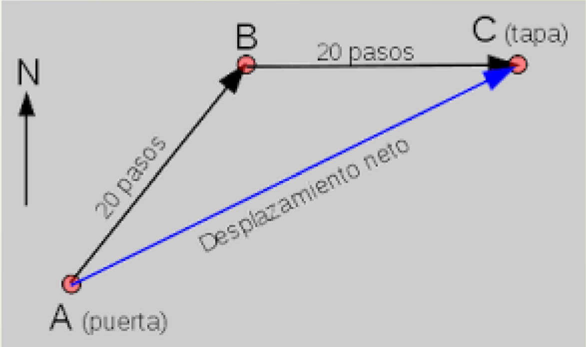
Desplazamiento: cambio de la posición del objeto respecto del punto de partida o de la posición inicial (o de referencia)



$$\Delta x = x_2 - x_1$$







Velocidad media:

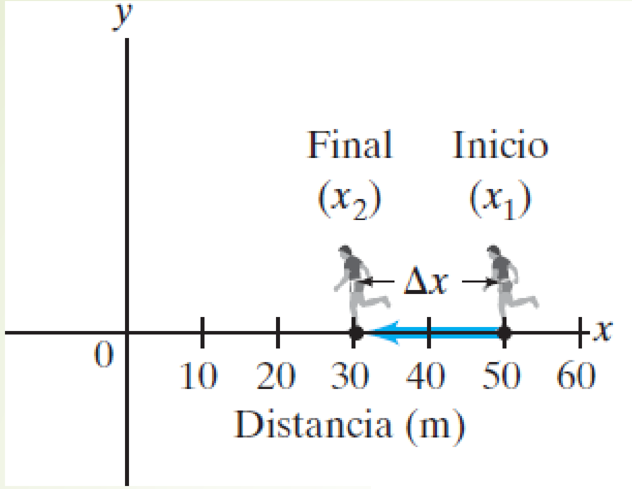
"velocidad" $\rightarrow$ es un vector (módulo, dirección y sentido)

"rapidez" $\rightarrow$ se refiere al módulo

$$\text{rapidez promedio} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

$$\text{velocidad promedio} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\text{posición final} - \text{posición inicial}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

$$\boxed{\overline{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$



Velocidad promedio de un corredor. La posición de un corredor en función del tiempo se grafica conforme se mueve a lo largo del eje x de un sistema coordenado. Durante un intervalo de tiempo de 3.00 s, la posición del corredor cambia de $x_1 = 50.0$ m a $x_2 = 30.5$ m, como se muestra en la figura. ¿Cuál fue la velocidad promedio del corredor?

PLANTEAMIENTO Se necesita encontrar la velocidad promedio, que equivale al desplazamiento dividido entre el tiempo transcurrido.

SOLUCIÓN El desplazamiento es $\Delta x = x_2 - x_1 = 30.5 \text{ m} - 50.0 \text{ m} = -19.5 \text{ m}$. El tiempo transcurrido, o intervalo de tiempo, es $\Delta t = 3.00$ s. Por lo tanto, la velocidad promedio es

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-19.5 \text{ m}}{3.00 \text{ s}} = -6.50 \text{ m/s}.$$

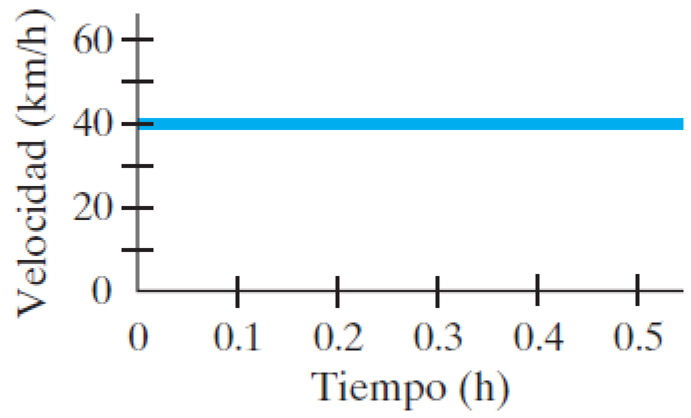
El desplazamiento y la velocidad promedio son negativos, lo cual nos indica que el corredor se mueve hacia la izquierda a lo largo del eje x, como señala la flecha en la figura. Así, afirmaremos que la velocidad promedio del corredor es de 6.50 m/s hacia la izquierda.

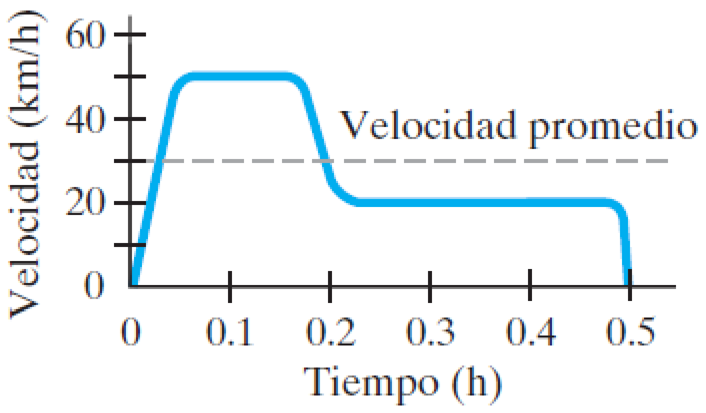
- **Velocidad instantánea:**

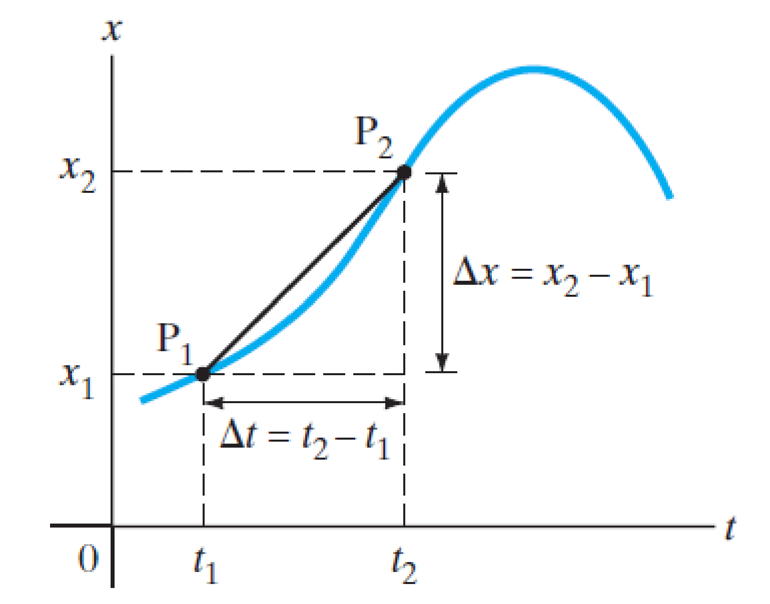
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

“es la velocidad media durante un intervalo de tiempo infinitesimalmente corto”

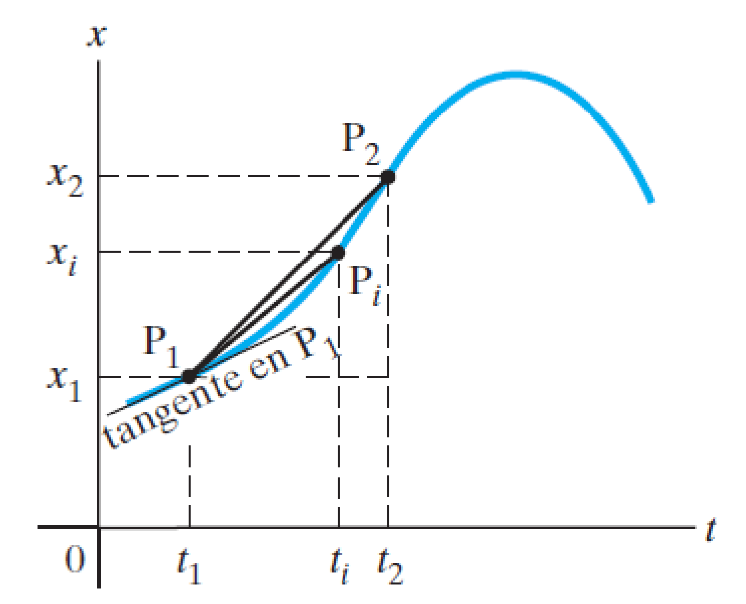
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

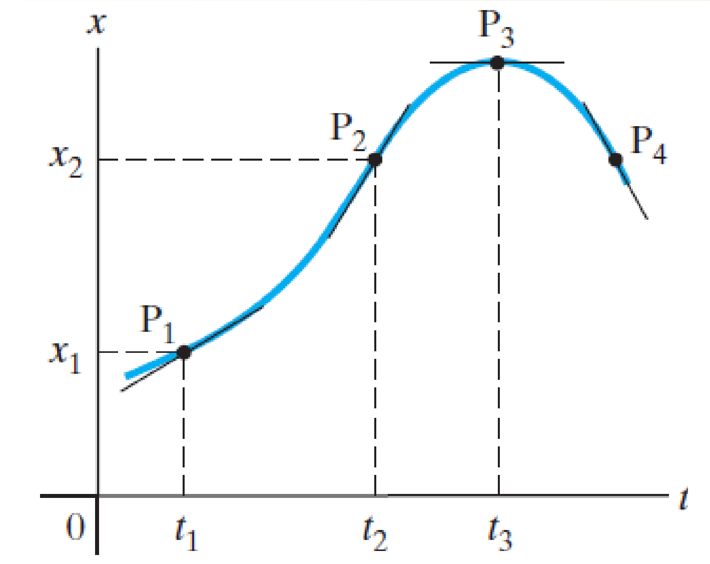




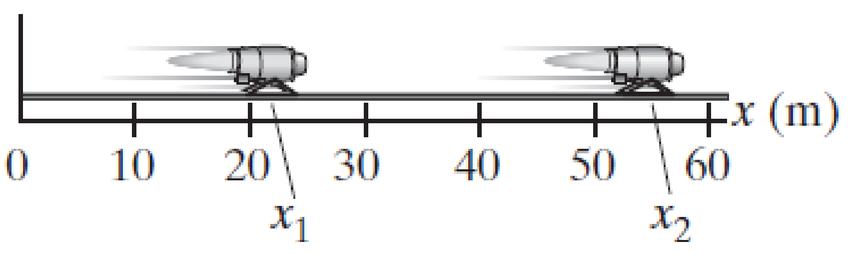


$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

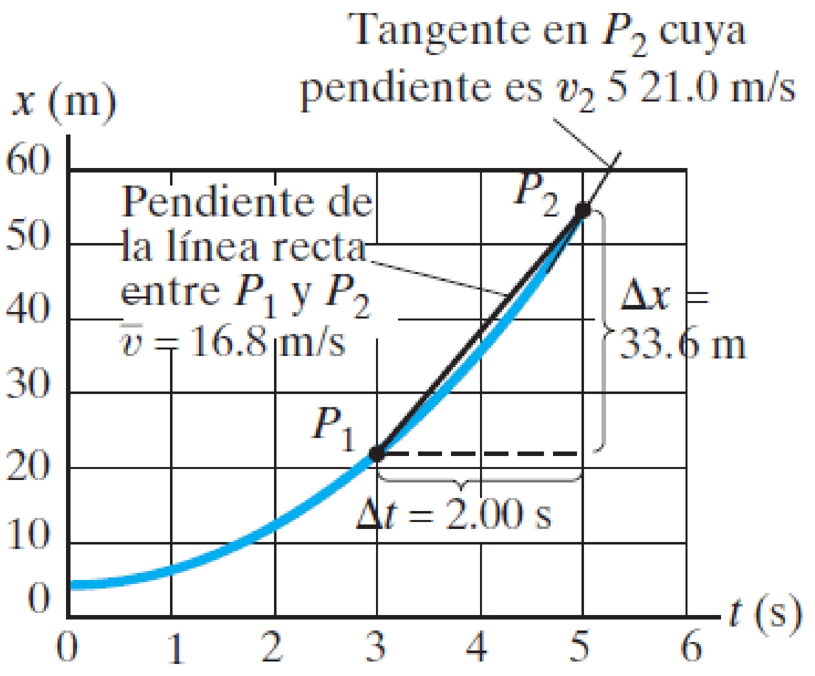




Dada x como función de t. Un motor de propulsión a chorro se mueve a lo largo de una pista experimental (que llamamos el eje x) como se muestra en la figura a. Trataremos al motor como si fuera una partícula. Su posición en función del tiempo está dada por la ecuación $\boxed{x = At^2 + B}$, donde $A = 2.10\ \text{m/s}^2$ y $B = 2.80$ m; esta ecuación se grafica en la figura b. *a*) Determine el desplazamiento del motor durante el intervalo de tiempo de $t_1 = 3.00$ s a $t_2 = 5.00$ s. *b*) Determine la velocidad promedio durante este intervalo de tiempo. *c*) Determine la magnitud de la velocidad instantánea en $t = 5.00$ s.



a)



b)

Aceleración media:

“es el cambio de la velocidad (instantánea) en un intervalo de tiempo”

$$\text{aceleración promedio} = \frac{\text{cambio de velociad}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

$$\boxed{\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Unidades: $\frac{\mathrm{m/s}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s \cdot s}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Tener en cuenta que:

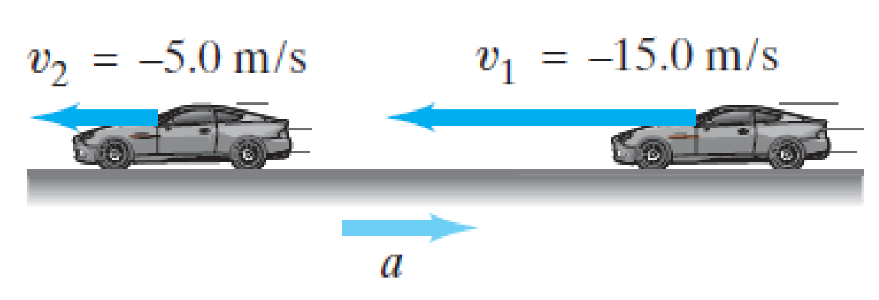
- ✓ **velocidad:** nos dice qué tan rápido cambia la posición
- ✓ **aceleración:** nos dice qué tan rápido cambia la velocidad

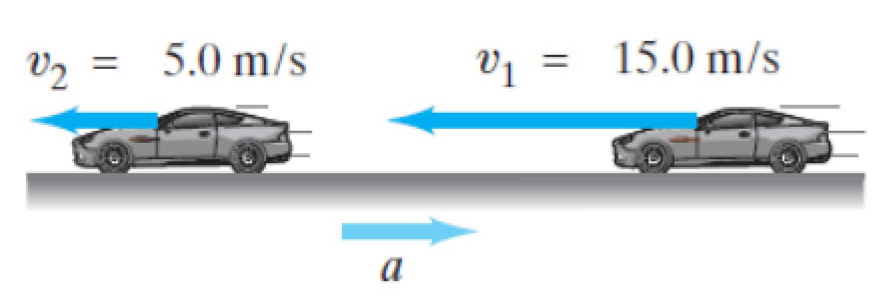
Velocidad y aceleración.

a) Si la velocidad de un objeto es cero, ¿significa esto que la aceleración es cero?

b) Si la aceleración es cero, ¿significa esto que la velocidad es cero?

Desaceleración:





x

x

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{(-5.0\,\mathrm{m/s}) - (-15.0\,\mathrm{m/s})}{5.0\,\mathrm{s}} = \frac{-5.0\,\mathrm{m/s} + 15.0\,\mathrm{m/s}}{5.0\,\mathrm{s}} = +2.0\,\mathrm{m/s^2}$$

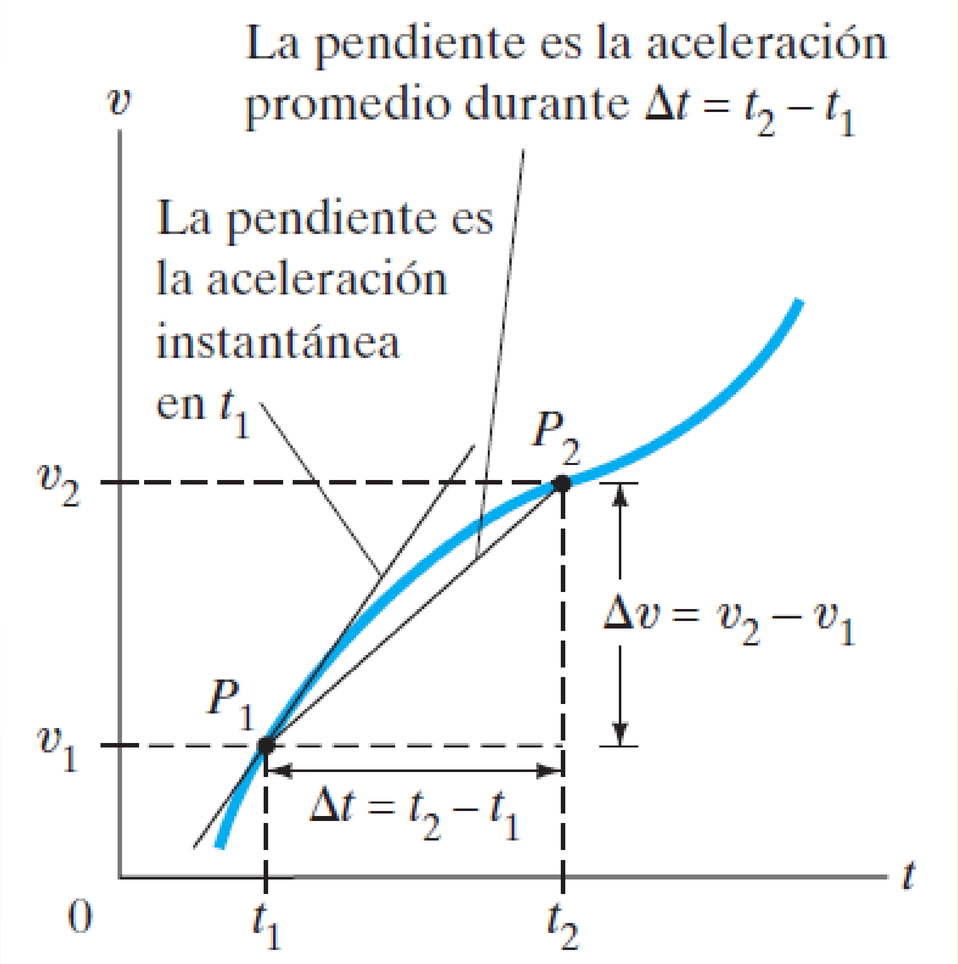
$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{(+5.0\,\mathrm{m/s}) - (+15.0\,\mathrm{m/s})}{5.0\,\mathrm{s}} = \frac{5.0\,\mathrm{m/s} - 15.0\,\mathrm{m/s}}{5.0\,\mathrm{s}} = -2.0\,\mathrm{m/s^2}$$

- **Aceleración instantánea:**

"es el valor límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero"

$$\boxed{a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}}$$

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}}$$



Aceleración a partir de $x(t)$. Una partícula se mueve en una línea recta, de manera que su posición como función del tiempo está dada por la ecuación $\boxed{x = (2.10\ \mathrm{m/s^2})t^2 + (2.80\ \mathrm{m})}$. Calcule *a*) su aceleración promedio durante el intervalo de tiempo de $t_1 = 3.00$ s a $t_2 = 5.00$ s, y *b*) su aceleración instantánea como función del tiempo.

PLANTEAMIENTO Para determinar la aceleración, primero debemos encontrar la velocidad en t_1 y en t_2 diferenciando x: $v = dx/dt$. Después, usamos la ecuación para encontrar la aceleración promedio, y la ecuación para encontrar la aceleración instantánea.

SOLUCIÓN *a*) La velocidad en cualquier tiempo t es

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(2.10\ \mathrm{m/s^2})t^2 + 2.80\ \mathrm{m}\right] = (4.20\ \mathrm{m/s^2})t,$$

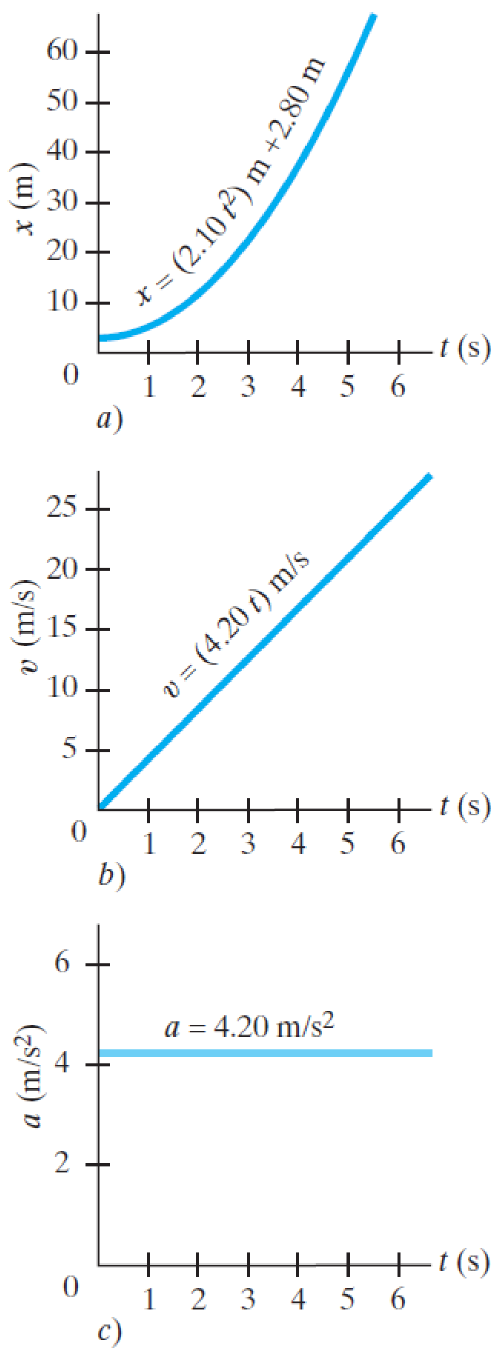
Por lo tanto, en $t_1 = 3.00$ s, $v_1 = (4.20\ \mathrm{m/s^2})(3.00\ \mathrm{s}) = 12.6$ m/s y en $t_2 = 5.00$ s, $v_2 = 21.0$ m/s. Así que,

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{21.0\ \mathrm{m/s} - 12.6\ \mathrm{m/s}}{5.00\ \mathrm{s} - 3.00\ \mathrm{s}} = 4.20\ \mathrm{m/s^2}.$$

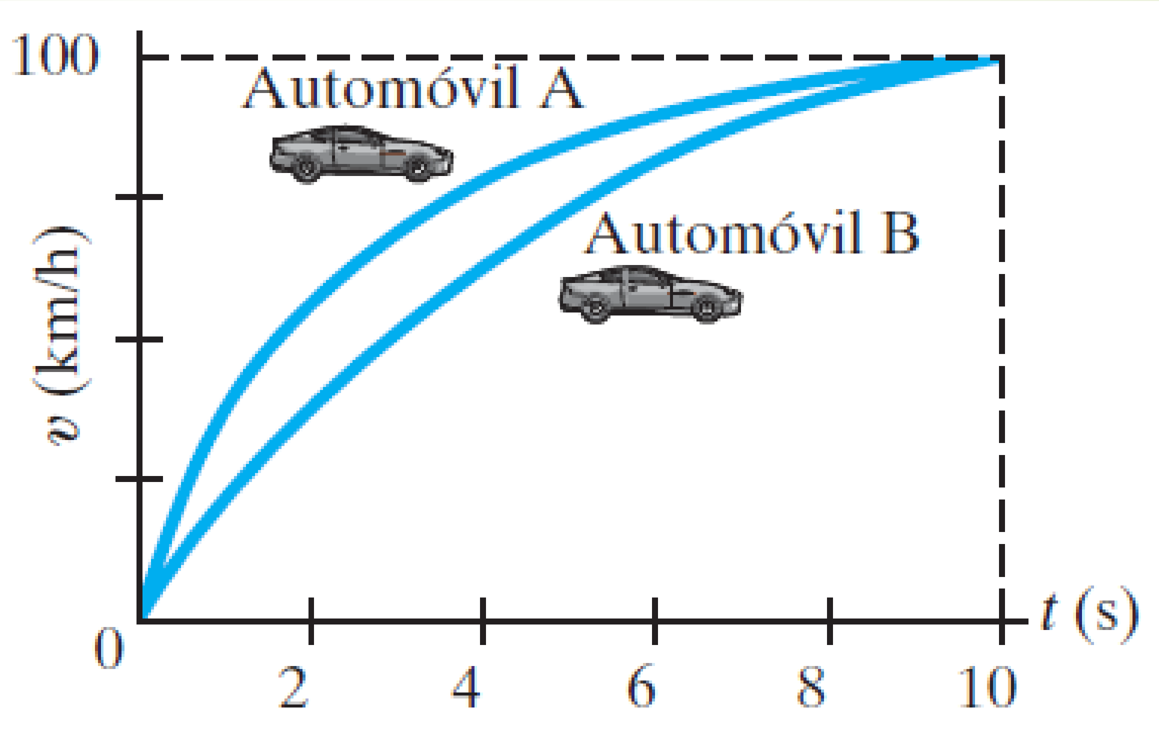
b) Dada ahora $v = (4.20\ \mathrm{m/s^2})t$, la aceleración instantánea en cualquier tiempo es

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(4.20\ \mathrm{m/s^2})t\right] = 4.20\ \mathrm{m/s^2}.$$

La aceleración en este caso es constante y no depende del tiempo. La figura muestra las gráficas de *a*) x versus t, *b*) v versus t, que crece linealmente como se calculó arriba, y *c*) a versus t, que es una línea recta horizontal porque a = constante.



Análisis con gráficas. La figura muestra la velocidad como función del tiempo para dos automóviles que aceleran de 0 a 100 km/h en un tiempo de 10.0 s. Compare *a*) la aceleración promedio; *b*) la aceleración instantánea; y *c*) la distancia total recorrida por los dos automóviles.



Movimiento con aceleración constante:

simplificamos el problema suponiendo que: $t_1 = t_0 = 0$

velocidad media: $\bar{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x - x_0}{t - t_0} = \dfrac{x - x_0}{t}$

aceleración media (constante en el tiempo): $a = \dfrac{v - v_0}{t}$

velocidad instantánea: $\boxed{v = v_0 + at}$

posición: $x = x_0 + \bar{v}t$

pero, como $\boxed{a = cte}$: $\bar{v} = \dfrac{v_0 + v}{2}$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= x_0 + \bar{v}t \\ &= x_0 + \left(\frac{v_0 + v}{2}\right)t \\ &= x_0 + \left(\frac{v_0 + v_0 + at}{2}\right)t \\ x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \end{aligned}}$$

$$x = x_0 + \bar{v}t = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t$$

A continuación despejamos t de la ecuación

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

y sustituyendo este valor en la ecuación anterior, resulta

$$x = x_0 + \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Despejamos v^2 en esta ecuación y obtenemos

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)} \qquad \text{[aceleración constante]}$$

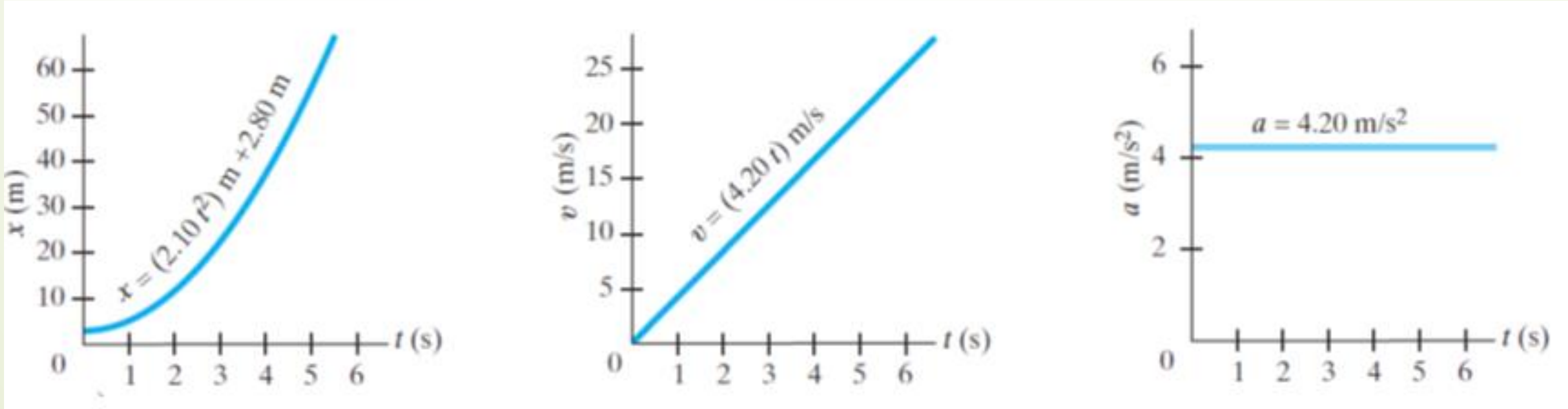
$$v = v_0 + at \qquad [a = \text{constante}]$$

$$x = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad [a = \text{constante}]$$

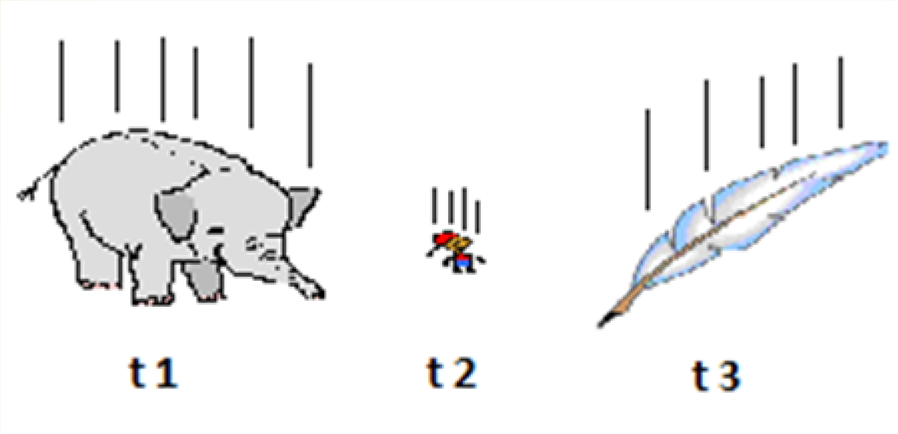
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad [a = \text{constante}]$$

$$\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}. \qquad [a = \text{constante}]$$

Ecuaciones cinemáticas para aceleración constante (haremos amplio uso de ellas)

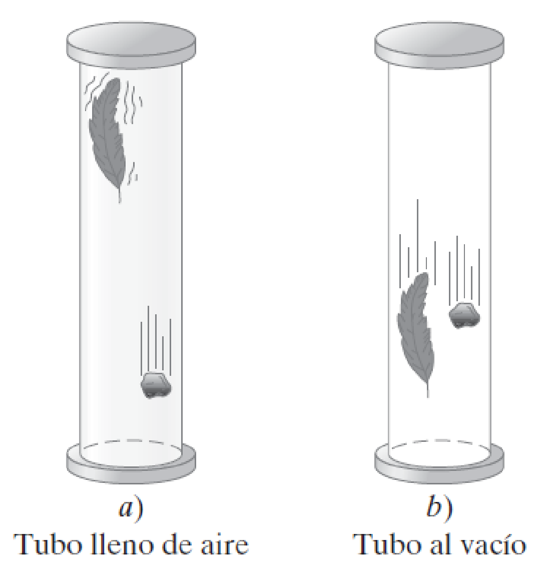


- **Caída libre de objetos:**



$t1 = t2 = t3$

"en un lugar dado de la Tierra y en ausencia de la resistencia del aire, todos los objetos caen con la misma aceleración constante"



Aceleración de la gravedad:

$g = 9{,}80\ m/s^2$ (en la superficie terrestre)

Caída desde una torre. Suponga que una pelota se deja caer ($v_0 = 0$) desde una torre de 70.0 m de altura. ¿Cuánto habrá caído después de un tiempo $t_1 = 1.00$ s, $t_2 = 2.00$ s y $t_3 = 3.00$ s? Desprecie la resistencia del aire.

PLANTEAMIENTO Se toma y como positivo hacia abajo, de manera que la aceleración es $a = g = +9.80\ \mathrm{m/s^2}$. Sea $v_0 = 0$ y $y_0 = 0$. Queremos encontrar la posición y de la pelota después de tres intervalos de tiempo diferentes. La ecuación vista, con x sustituida por y, relaciona las cantidades dadas (t, a y v_0) y la incógnita y.

SOLUCIÓN Se establece $t = t_1 = 1.00$ s en la ecuación

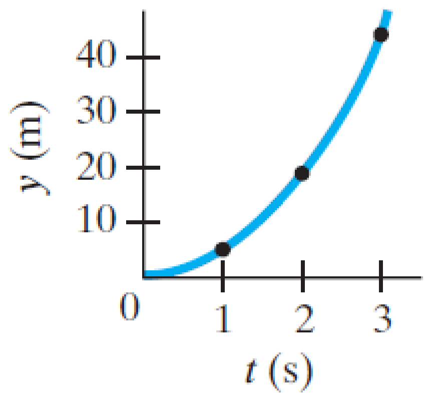
$$y_1 = v_0 t_1 + \tfrac{1}{2}at_1^2 = 0 + \tfrac{1}{2}at_1^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \mathrm{m/s^2})(1.00\ \mathrm{s})^2 = 4.90\ \mathrm{m}.$$

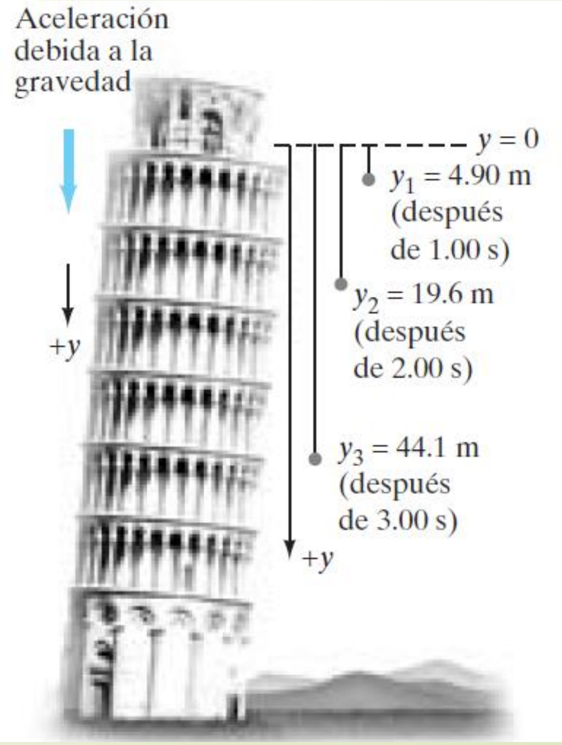
La pelota ha caído una distancia de 4.90 m durante el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t_1 = 1.00$ s. Similarmente, después de 2.00 s ($= t_2$), la posición de la pelota es

$$y_2 = \tfrac{1}{2}at_2^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \mathrm{m/s^2})(2.00\ \mathrm{s})^2 = 19.6\ \mathrm{m}.$$

y finalmente después de 3.00 s ($= t_3$), la posición de la pelota es (véase la figura)

$$y_3 = \tfrac{1}{2}at_3^2 = \tfrac{1}{2}(9.80\ \mathrm{m/s^2})(3.00\ \mathrm{s})^2 = 44.1\ \mathrm{m}.$$





Lanzamiento hacia abajo desde una torre. Suponga que la pelota se *lanza* hacia abajo con una velocidad inicial de 3.00 m/s, en vez de simplemente dejarse caer. *a*) ¿Cuál sería entonces su posición después de 1.00 s y 2.00 s? *b*) ¿Cuál sería su rapidez después de 1.00 s y 2.00 s? Compare estos valores con las rapideces del ejemplo anterior.

PLANTEAMIENTO De nuevo utilizamos la ecuación vista, pero ahora v_0 no es cero, es $v_0 = 3.00$ m/s hacia abajo.

SOLUCIÓN *a*) En $t = 1.00$ s, la posición de la pelota dada por la ecuación es

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (3.00\,\mathrm{m/s})(1.00\,\mathrm{s}) + \tfrac{1}{2}(9.80\,\mathrm{m/s^2})(1.00\,\mathrm{s})^2 = 7.90\,\mathrm{m}.$$

En $t = 2.00$ s, (intervalo de tiempo de $t = 0$ a $t = 2.00$ s), la posición es

$$y = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 = (3.00\,\mathrm{m/s})(2.00\,\mathrm{s}) + \tfrac{1}{2}(9.80\,\mathrm{m/s^2})(2.00\,\mathrm{s})^2 = 25.6\,\mathrm{m}.$$

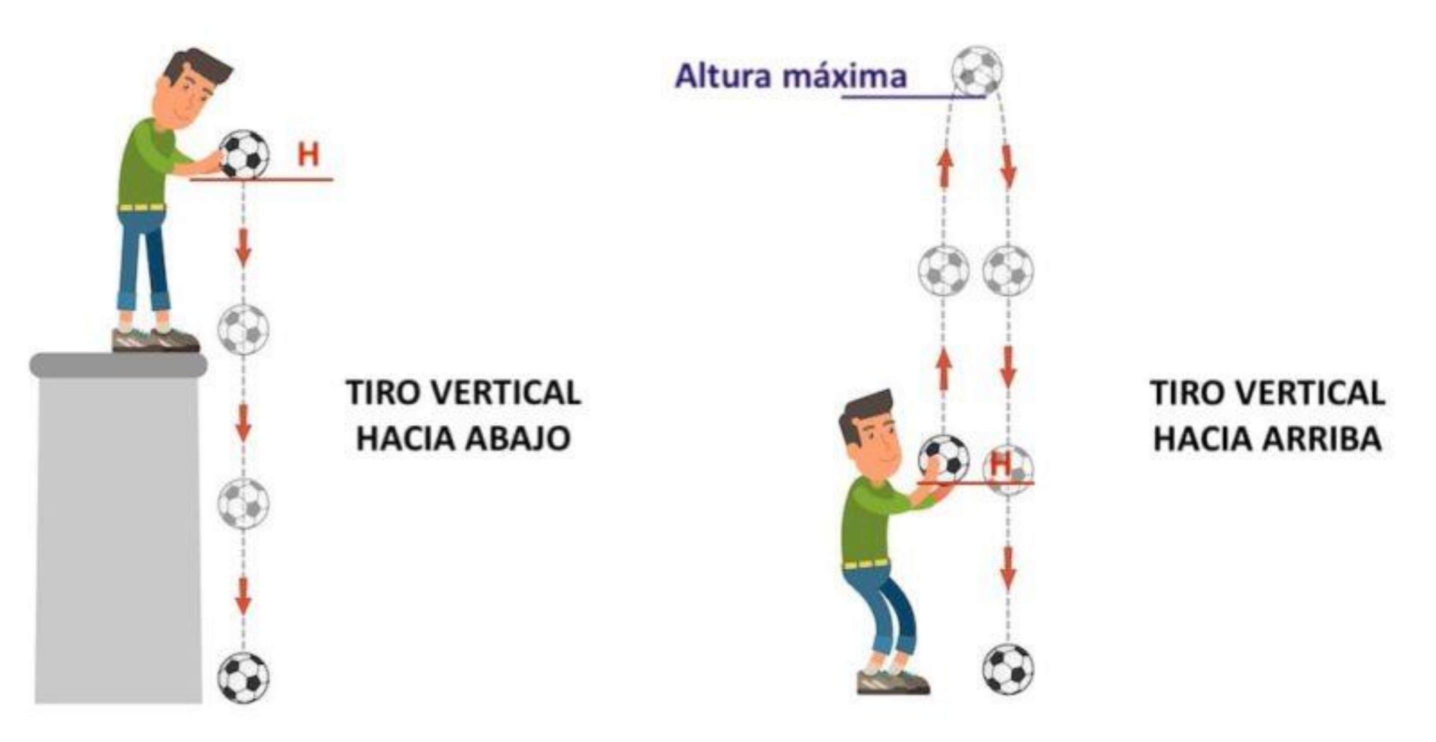
Como se esperaba, la pelota cae más rápido cada segundo que si se dejara caer con $v_0 = 0$. *b*) La velocidad se obtiene con la ecuación:

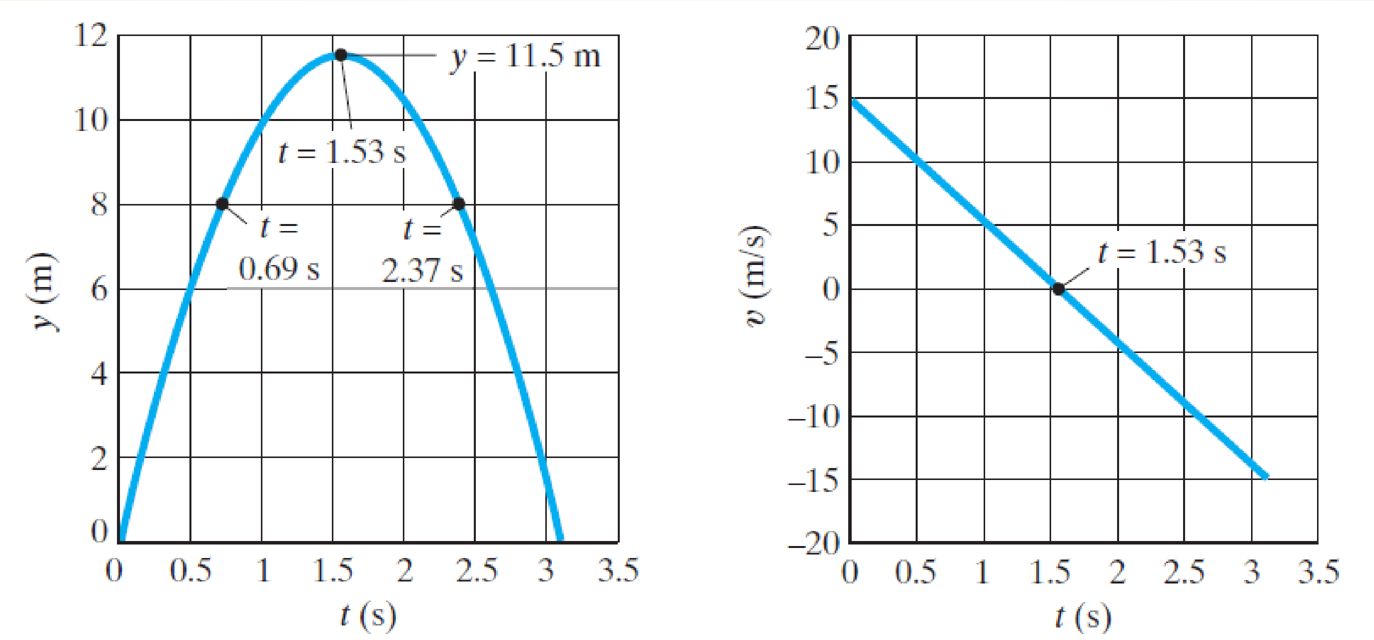
$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ &= 3.00\,\mathrm{m/s} + (9.80\,\mathrm{m/s^2})(1.00\,\mathrm{s}) = 12.8\,\mathrm{m/s} \quad [\text{en } t_1 = 1.00\,\mathrm{s}] \\ &= 3.00\,\mathrm{m/s} + (9.80\,\mathrm{m/s^2})(2.00\,\mathrm{s}) = 22.6\,\mathrm{m/s}. \quad [\text{en } t_2 = 2.00\,\mathrm{s}] \end{aligned}$$

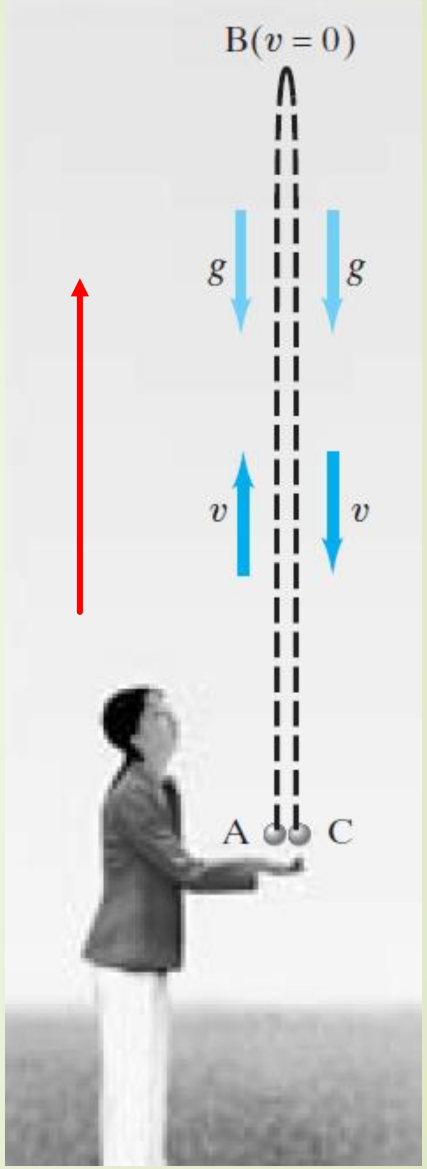
En el ejemplo anterior, cuando la pelota se deja caer ($v_0 = 0$), el primer término (v_0) en las ecuaciones anteriores era cero, por lo que

$$\begin{aligned} v &= 0 + at \\ &= (9.80\,\mathrm{m/s^2})(1.00\,\mathrm{s}) = 9.80\,\mathrm{m/s} \qquad [\text{en } t_1 = 1.00\,\mathrm{s}] \\ &= (9.80\,\mathrm{m/s^2})(2.00\,\mathrm{s}) = 19.6\,\mathrm{m/s}. \qquad [\text{en } t_2 = 2.00\,\mathrm{s}] \end{aligned}$$

- **Tiro vertical:**







¿Hacia donde apunta el eje *y*?

¿Cuánto tiempo tarda “en subida”?

¿Cuánto tiempo tarda “en bajada”?

- **Aceleración variable. Cálculo integral:**

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a\,dt$$

$$\int_{v=v_0}^{v} dv = \int_{t=0}^{t} a\,dt$$

Si $a = cte$, entonces $v - v_0 = at$

- **Posición:**

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v\,dt$$

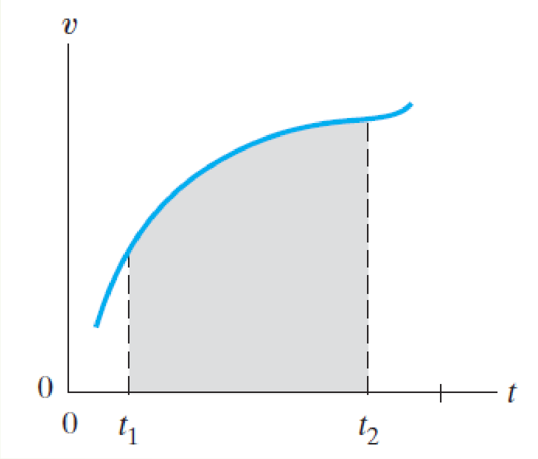
$$dx = (v_0 + at)\,dt$$

$$\Rightarrow$$

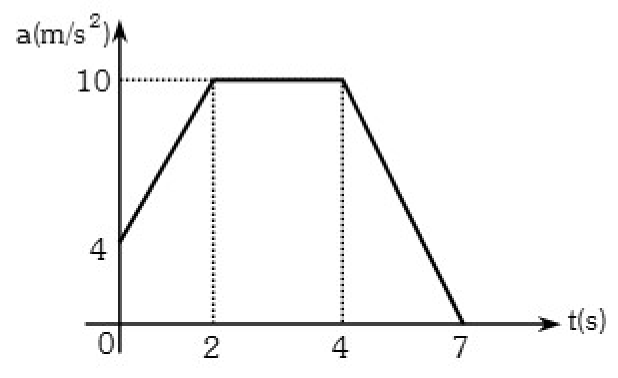
$$\int_{x=x_0}^{x} dx = \int_{t=0}^{t} (v_0 + at)\,dt$$

$$x - x_0 = \int_{t=0}^{t} v_0\,dt + \int_{t=0}^{t} at\,dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$



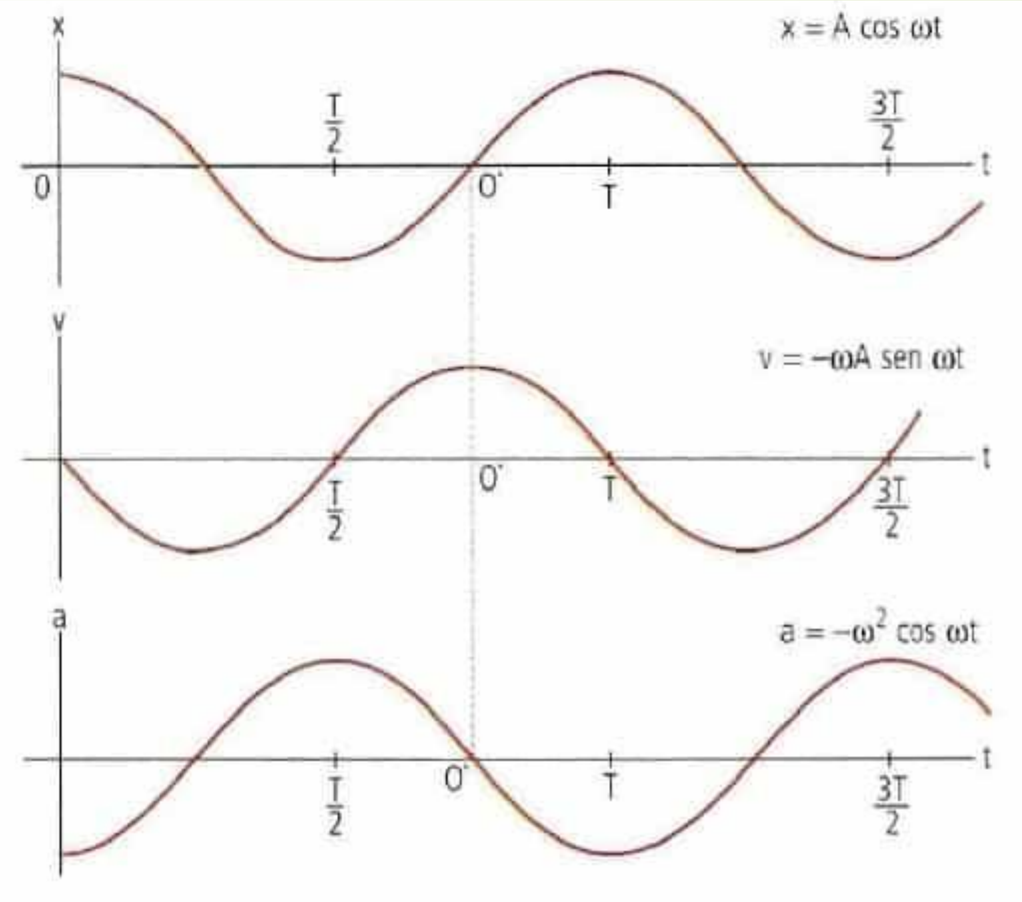
$$x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt$$



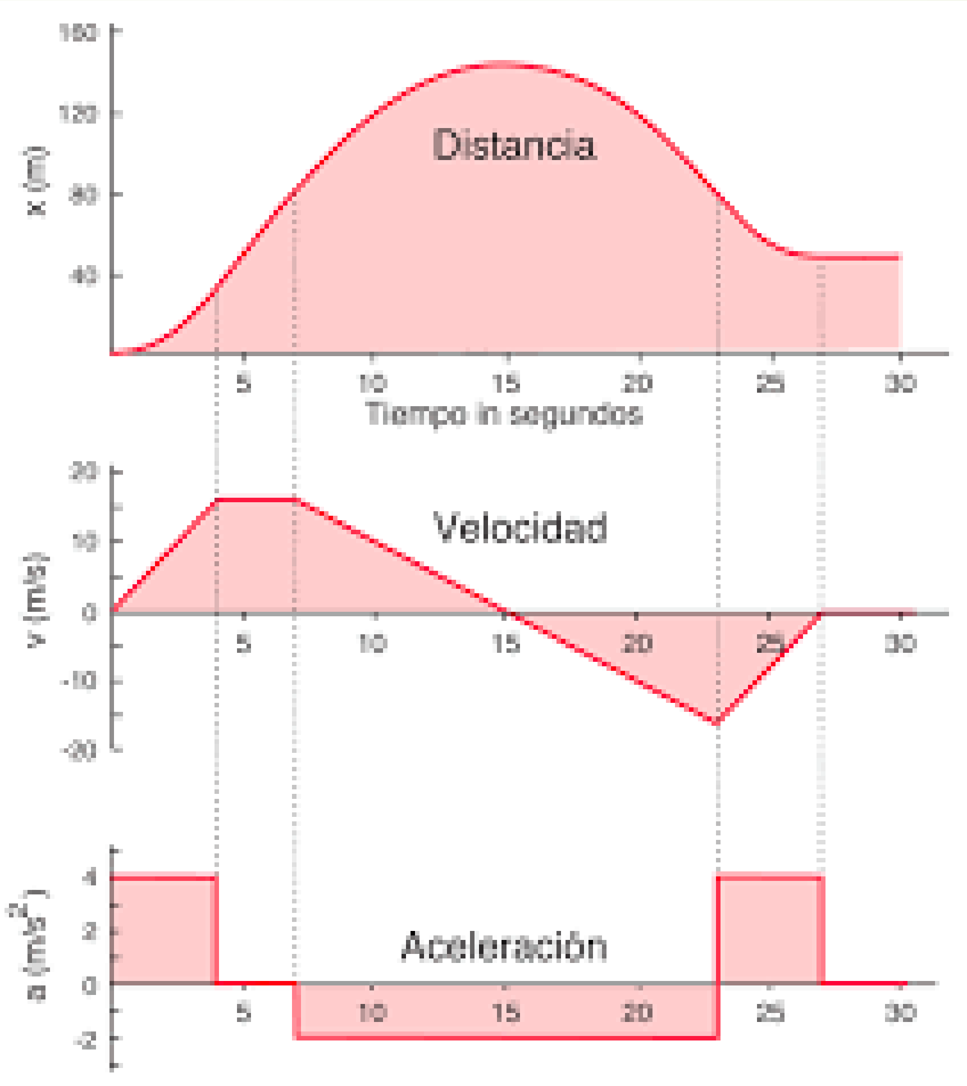
$$v_2 - v_1 = \int_{t_1}^{t_2} a(t)\,dt$$

$$x_2 - x_1 = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\, dt$$

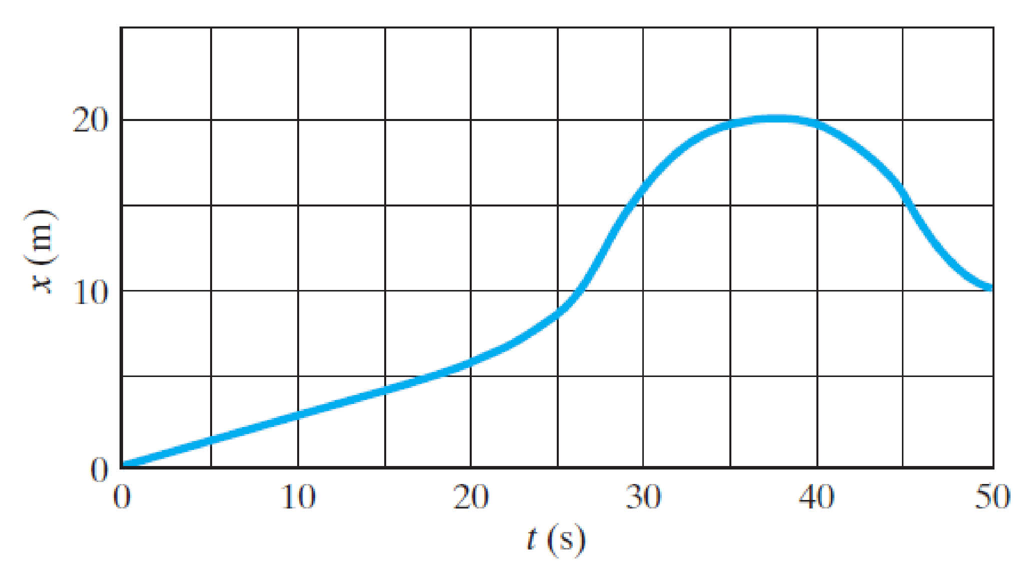
$$v_2 - v_1 = \int_{t_1}^{t_2} a(t)\, dt$$



- **Análisis de gráficas:**



Describir el tipo de movimiento:



Describir el tipo de movimiento: