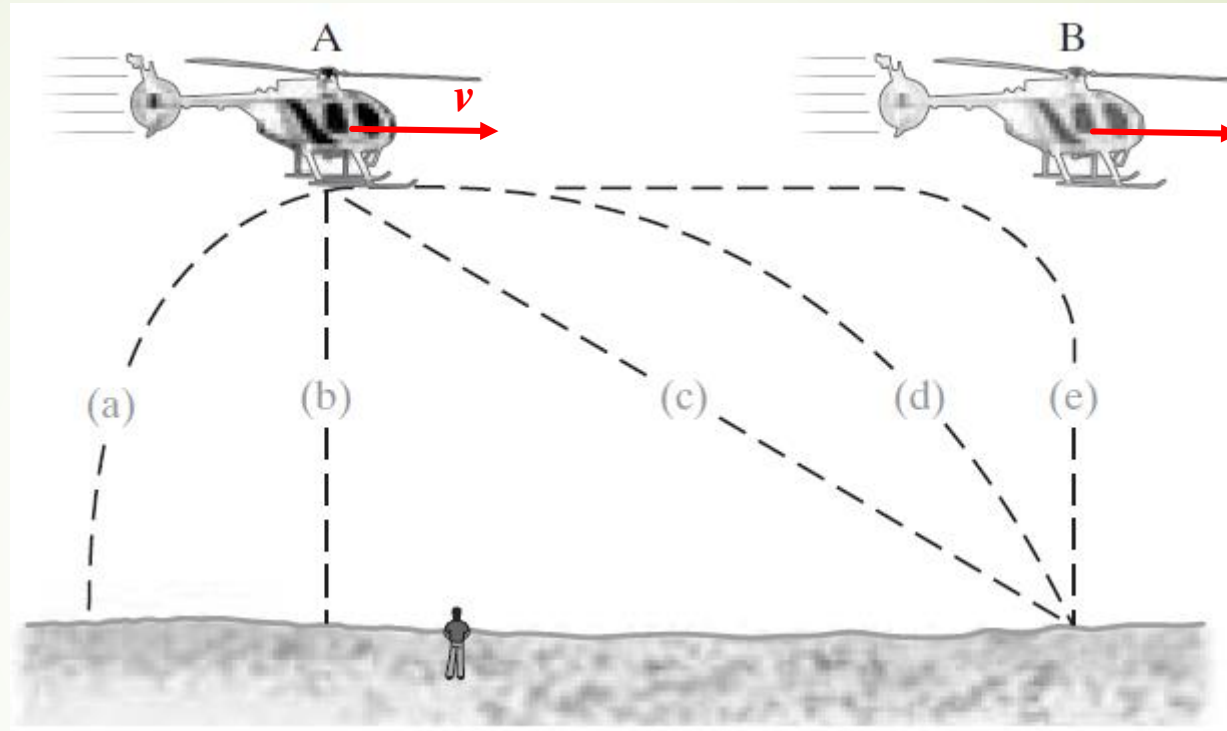




Física I

Cinemática y dinámica en dos y tres dimensiones (traslación)

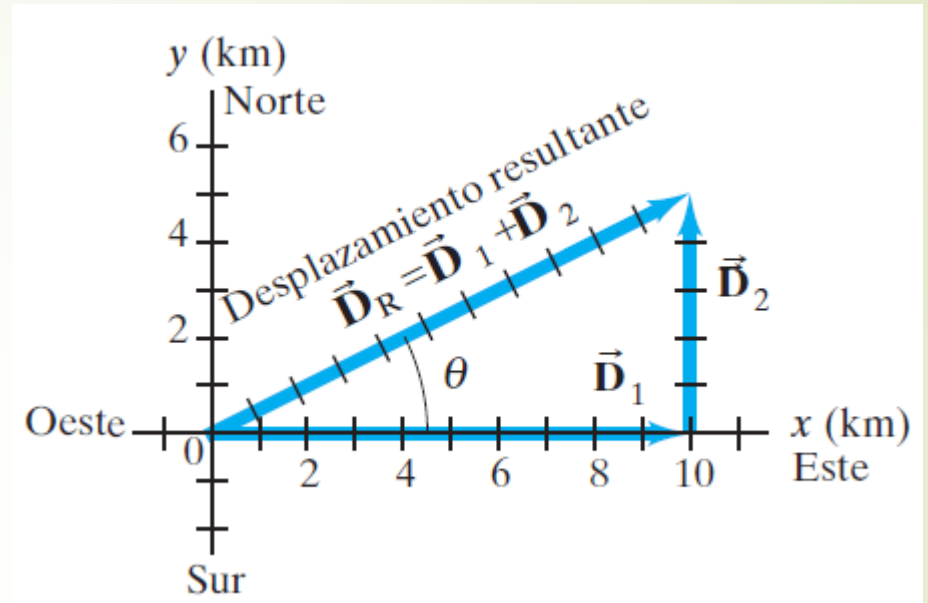
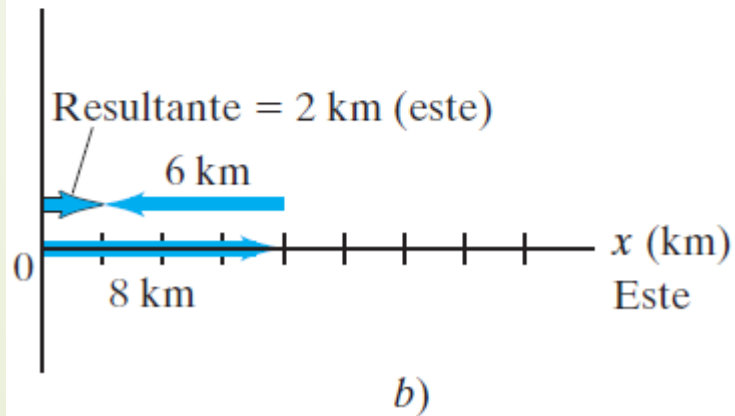
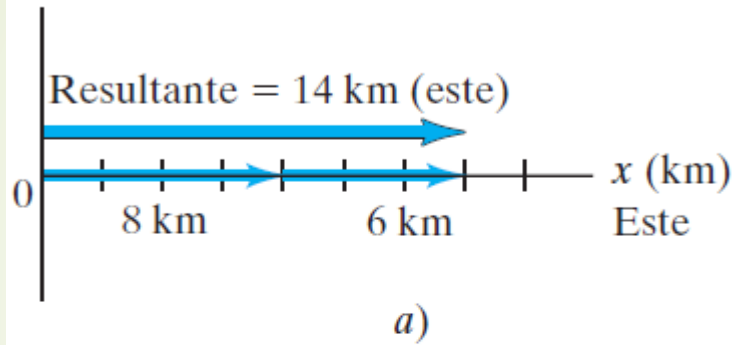
➤ Preliminar:



¿Cuál sería la trayectoria del objeto que se deja caer del helicóptero, según un observador parado en el suelo?

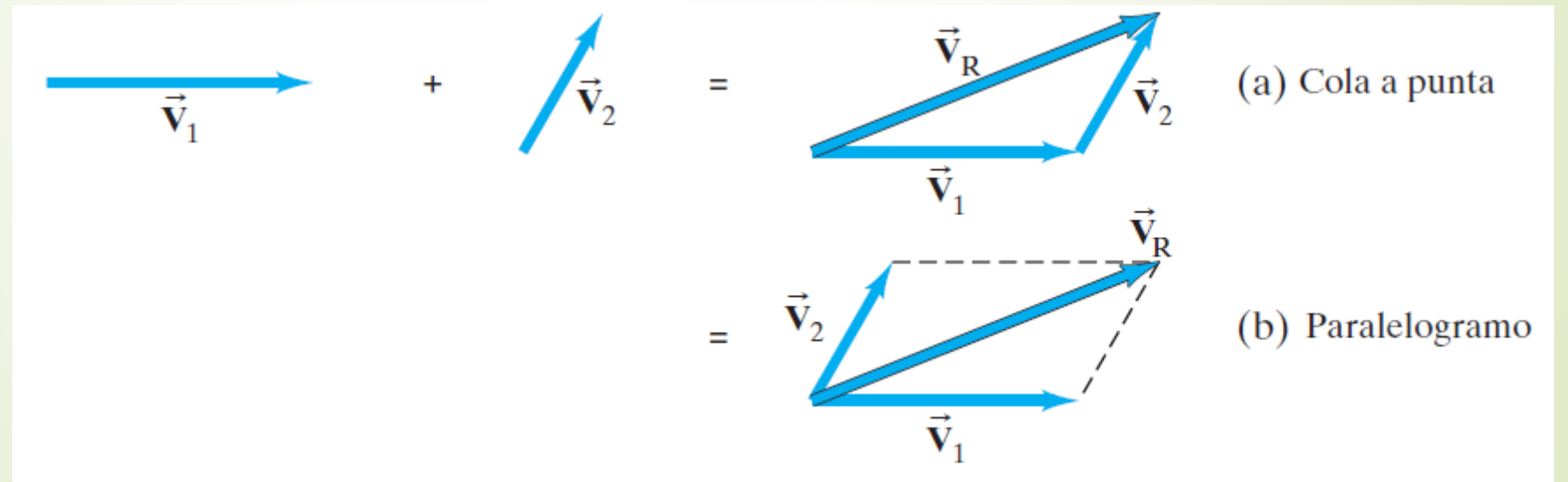
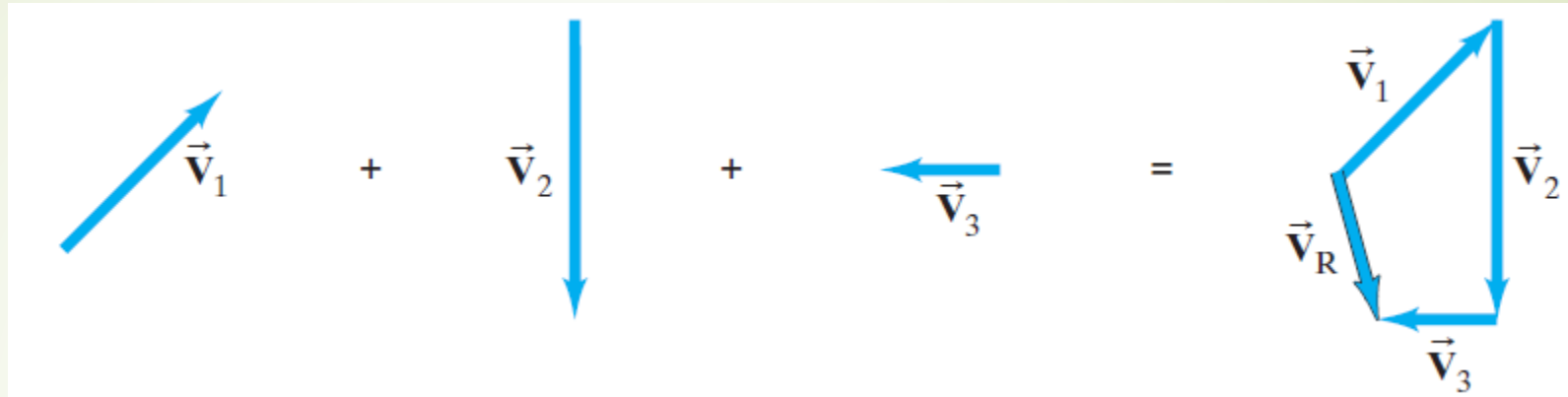
Trabajar con vectores en forma gráfica:

Combinación de vectores en una dimensión.



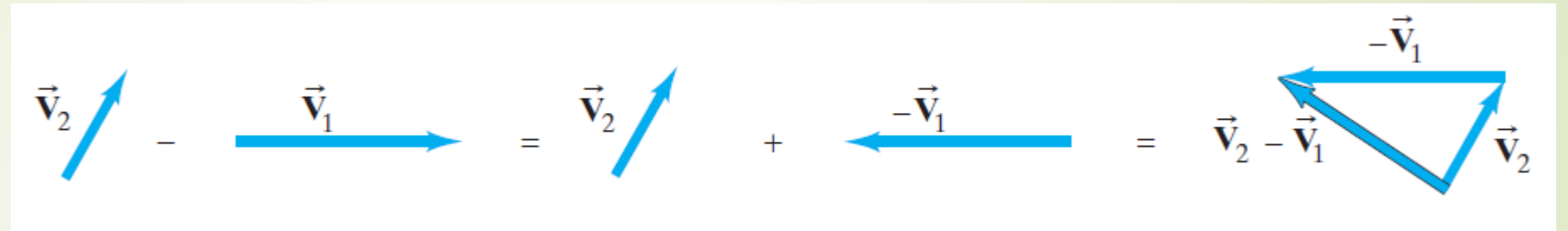
$$\vec{D}_R = \vec{D}_1 + \vec{D}_2$$

El vector resultante no se ve alterado por el orden en que se sumen los mismos

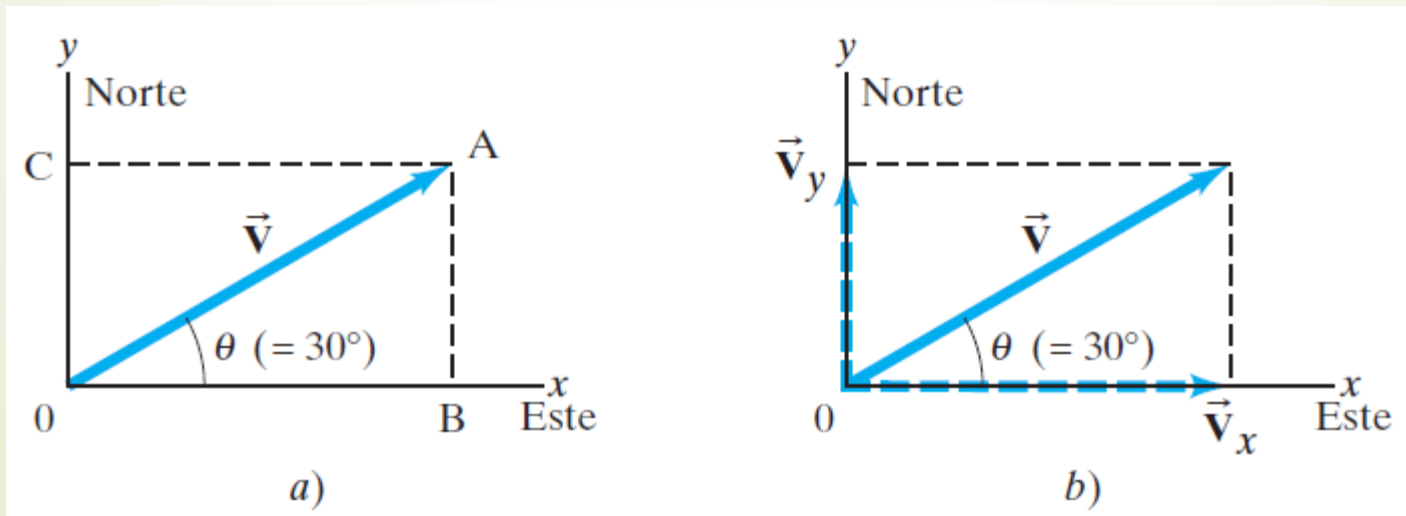


Restar vectores:

$$\vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$$



► Trabajar con vectores por componentes:



$$V_y = V \sin \theta$$

$$V_x = V \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{V_y}{V}$$

$$\cos \theta = \frac{V_x}{V}$$

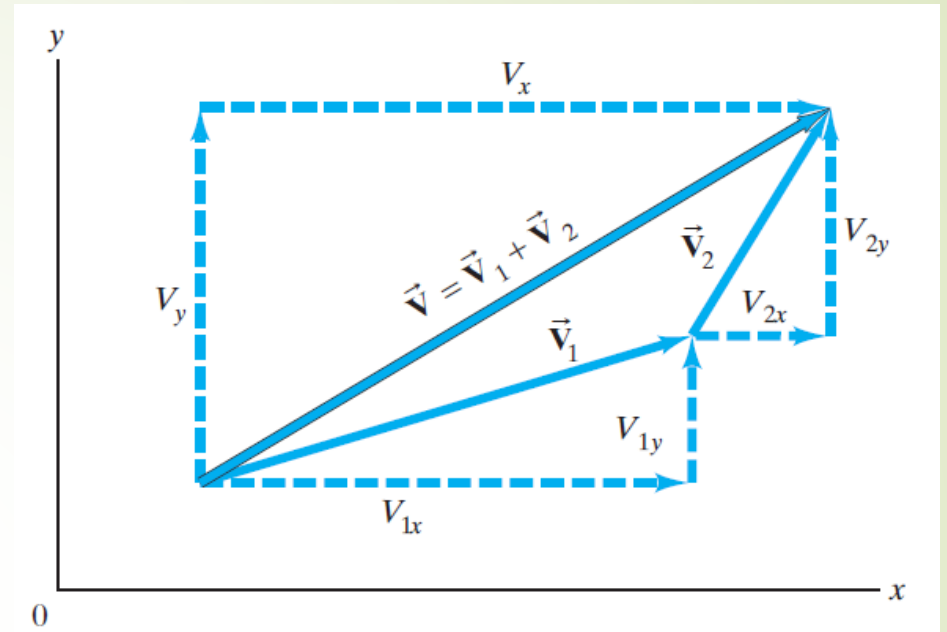
$$\tan \theta = \frac{V_y}{V_x}$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

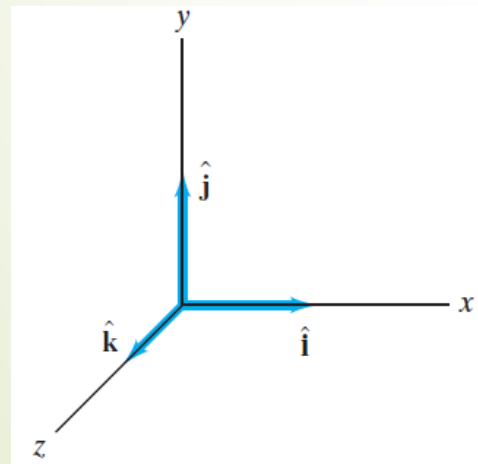
$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$, implica que

$$V_x = V_{1x} + V_{2x}$$

$$V_y = V_{1y} + V_{2y}$$



► Terna de ejes y versores:



$$\vec{V} = V_x \hat{\mathbf{i}} + V_y \hat{\mathbf{j}} + V_z \hat{\mathbf{k}}$$

$$\begin{aligned} \vec{V} &= (V_x) \hat{\mathbf{i}} + (V_y) \hat{\mathbf{j}} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \\ &= (V_{1x} \hat{\mathbf{i}} + V_{1y} \hat{\mathbf{j}}) + (V_{2x} \hat{\mathbf{i}} + V_{2y} \hat{\mathbf{j}}) \\ &= (V_{1x} + V_{2x}) \hat{\mathbf{i}} + (V_{1y} + V_{2y}) \hat{\mathbf{j}} \end{aligned}$$

► Cinemática vectorial:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

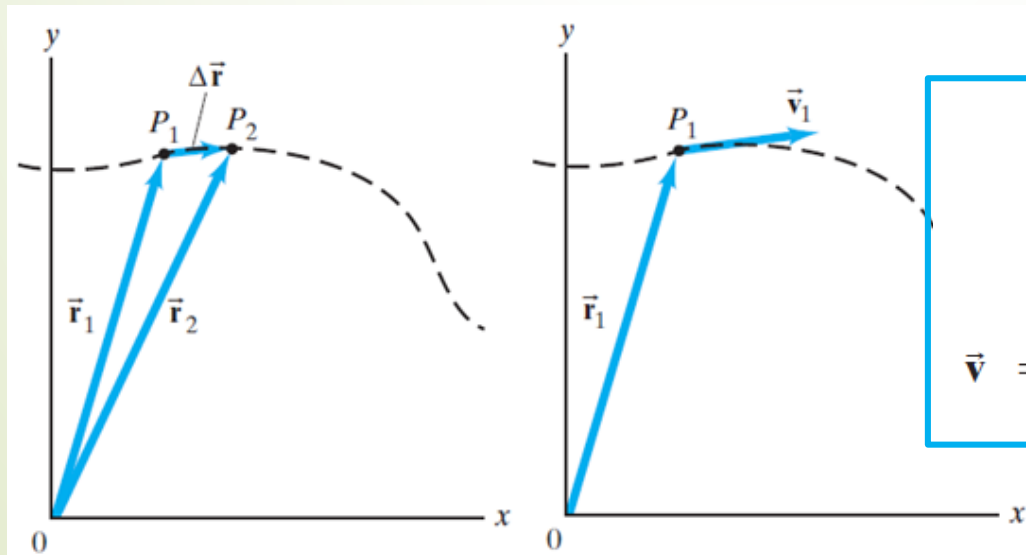
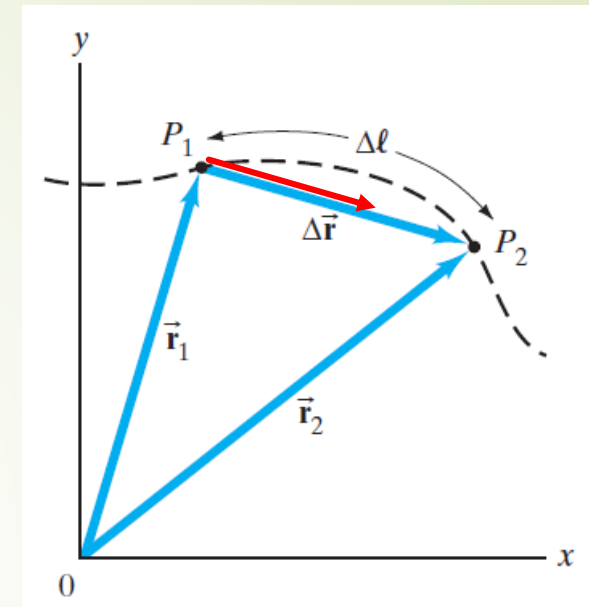
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\vec{r}_1 = x_1 \hat{i} + y_1 \hat{j} + z_1 \hat{k},$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \hat{i} + y_2 \hat{j} + z_2 \hat{k}$$

$$\Delta \vec{r} = (x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j} + (z_2 - z_1) \hat{k}$$

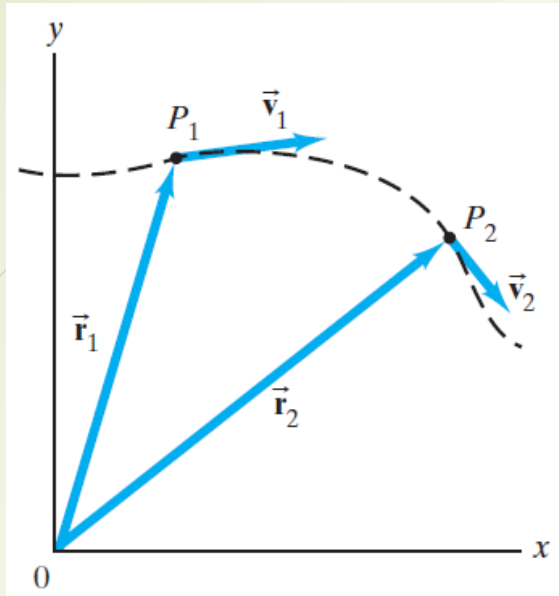
$$\text{velocidad promedio} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



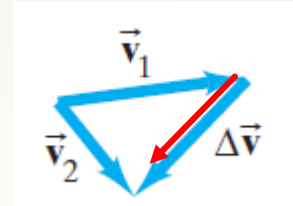
velocidad instantánea

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$



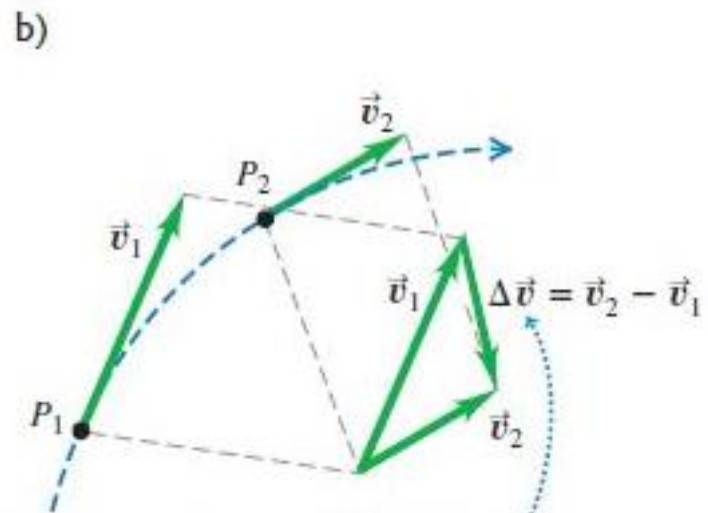
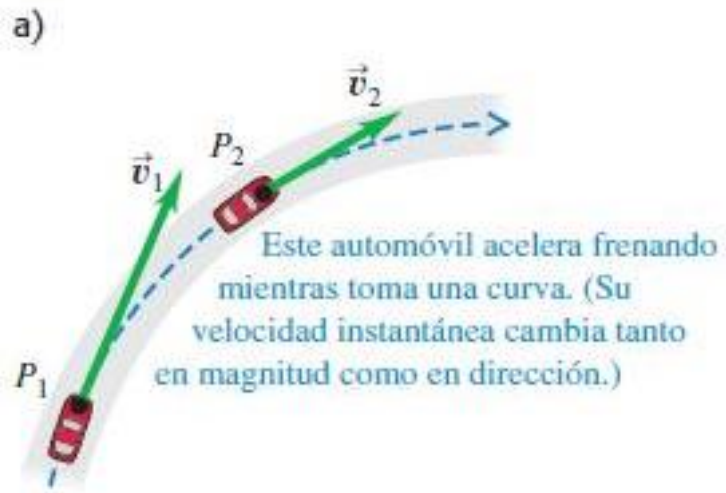
$$\text{aceleración promedio} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$



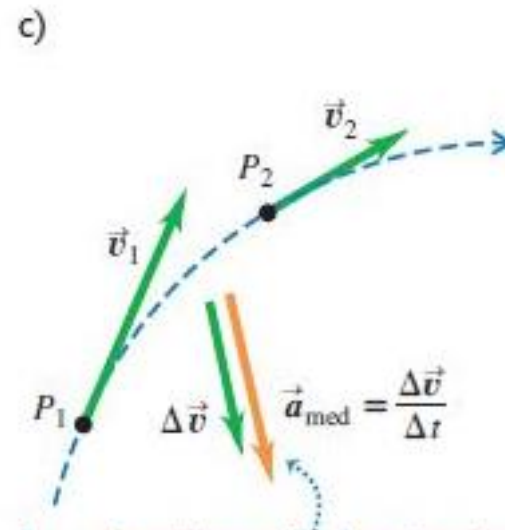
$$\vec{a} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{aceleración instantánea}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} \\ &= a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \end{aligned}$$

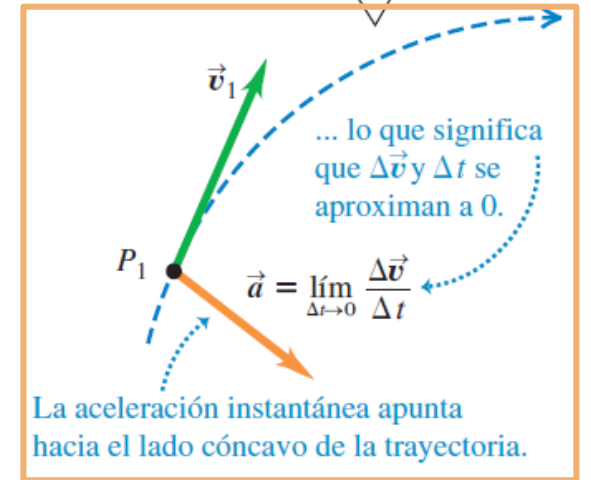
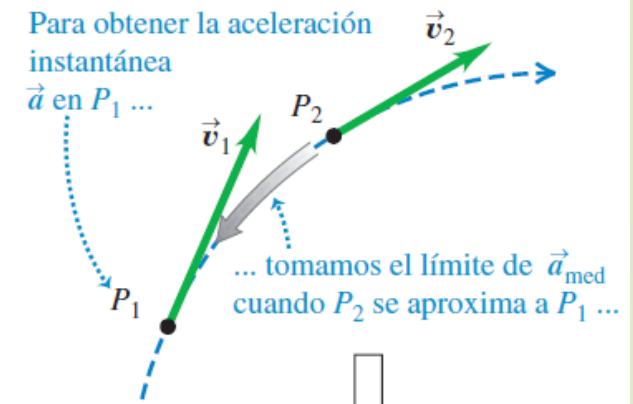
$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \hat{k}$$



Para determinar la aceleración media del auto entre P_1 y P_2 , primero obtenemos el cambio en la velocidad $\Delta \vec{v}$ restando \vec{v}_1 de \vec{v}_2 . (Observe que $\vec{v}_1 + \Delta \vec{v} = \vec{v}_2$.)



La aceleración media tiene la misma dirección que el cambio de velocidad, $\Delta \vec{v}$.



EJEMPLO Posición dada como función del tiempo. La posición de una partícula como una función del tiempo está dada por

$$\vec{r} = [(5.0 \text{ m/s})t + (6.0 \text{ m/s}^2)t^2]\hat{\mathbf{i}} + [(7.0 \text{ m}) - (3.0 \text{ m/s}^3)t^3]\hat{\mathbf{j}},$$

donde r está en metros y t en segundos. *a)* ¿Cuál es el desplazamiento de la partícula entre $t_1 = 2.0 \text{ s}$ y $t_2 = 3.0 \text{ s}$? *b)* Determine la velocidad instantánea y aceleración de la partícula como una función del tiempo. *c)* Evalúe \vec{v} y \vec{a} en $t = 3.0 \text{ s}$.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (69 \text{ m} - 34 \text{ m})\hat{\mathbf{i}} + (-74 \text{ m} + 17 \text{ m})\hat{\mathbf{j}} = (35 \text{ m})\hat{\mathbf{i}} - (57 \text{ m})\hat{\mathbf{j}}.$$

$$\Delta x = 35 \text{ m} \text{ y } \Delta y = -57 \text{ m}.$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = [5.0 \text{ m/s} + (12 \text{ m/s}^2)t]\hat{\mathbf{i}} + [0 - (9.0 \text{ m/s}^3)t^2]\hat{\mathbf{j}}.$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (12 \text{ m/s}^2)\hat{\mathbf{i}} - (18 \text{ m/s}^3)t\hat{\mathbf{j}}.$$

➤ Aceleración constante (en el plano):

Ecuaciones cinemáticas para aceleración constante en 2 dimensiones.

Componente x (horizontal)

$$v_x = v_{x0} + a_x t$$

$$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

Componente y (vertical)

$$v_y = v_{y0} + a_y t$$

$$y = y_0 + v_{y0} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 + 2a_y(y - y_0)$$

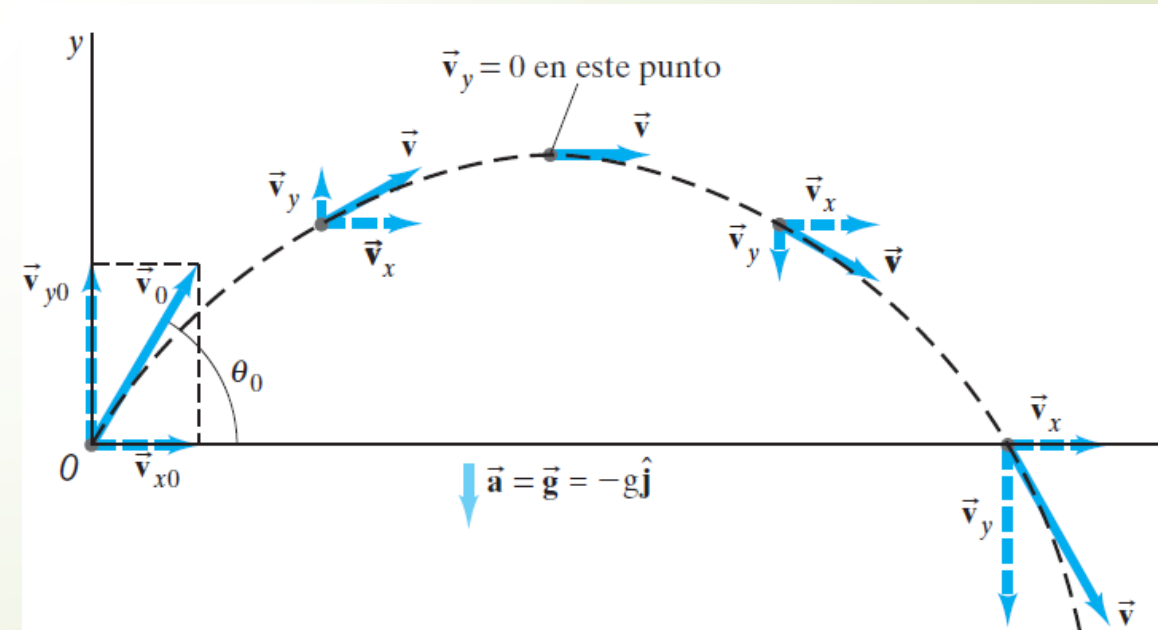
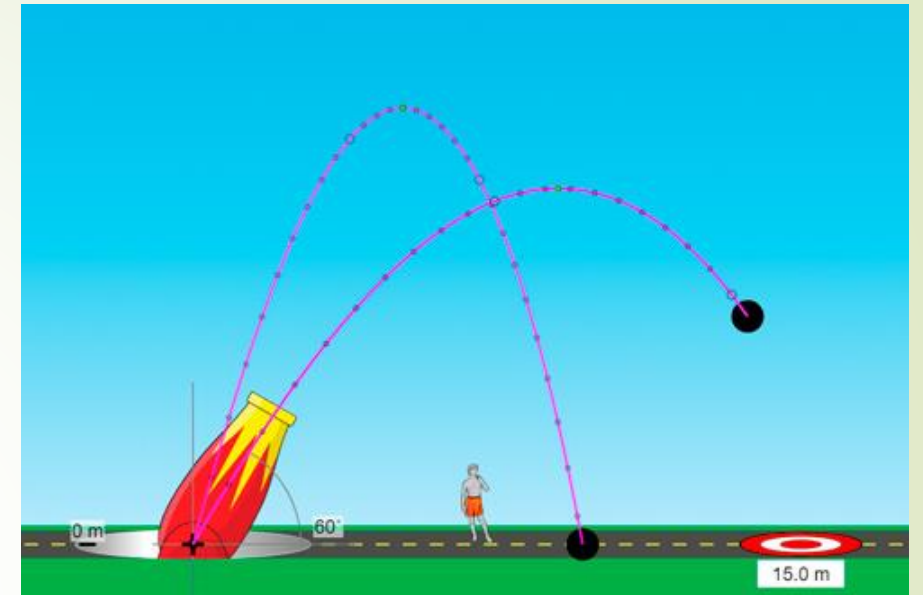
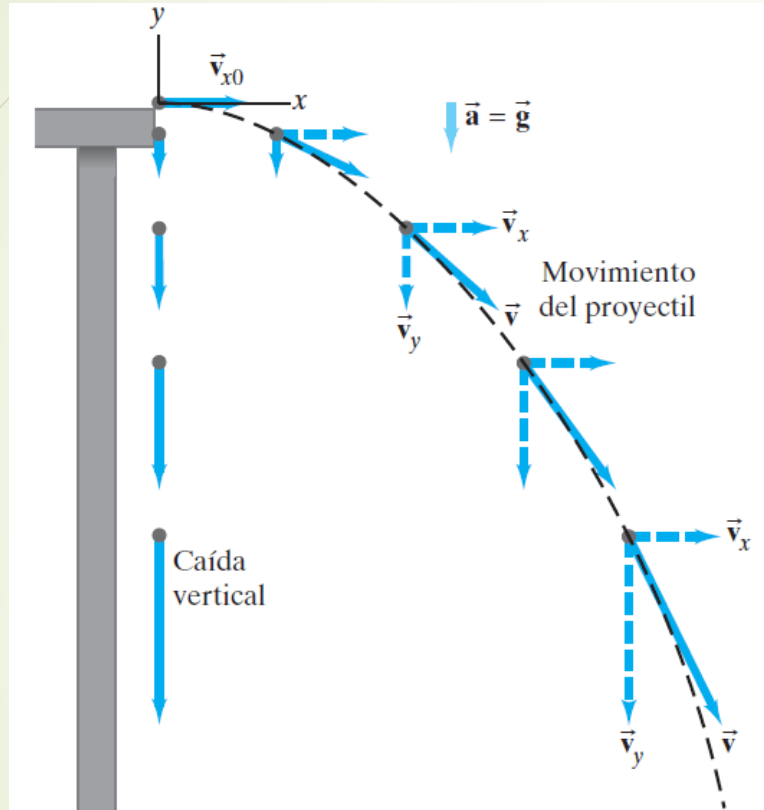
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$[\vec{a} = \text{constante}]$$

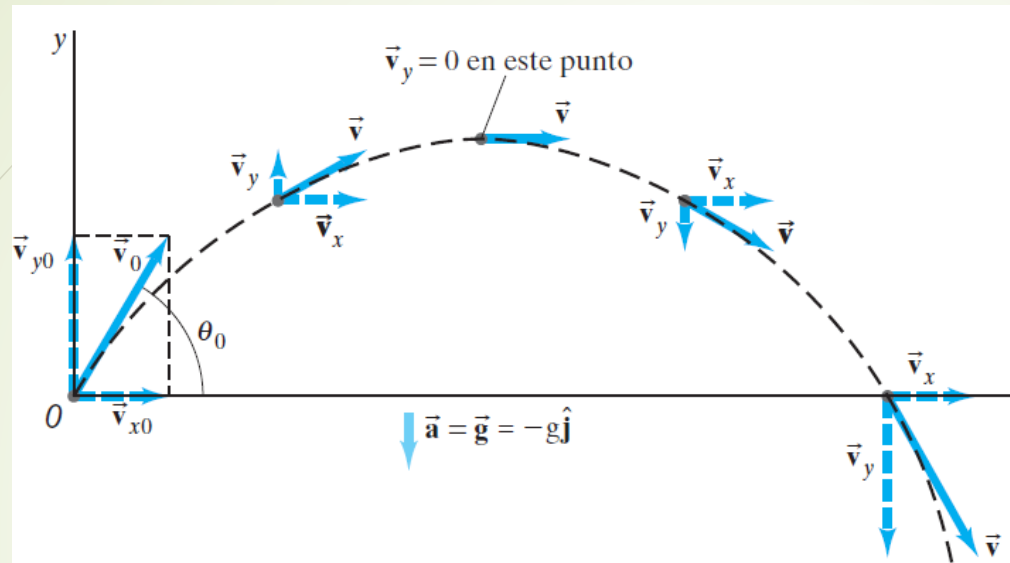
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a}t^2$$

$$[\vec{a} = \text{constante}]$$

➤ **Movimiento de proyectiles:**



¿Cómo resolver?



$$v_{x0} = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$$

Ecuaciones cinemáticas para el movimiento de proyectiles (y positivo hacia arriba; $a_x = 0$, $a_y = -g = -9.80 \text{ m/s}^2$)

Movimiento horizontal
($a_x = 0$, $v_x = \text{constante}$)

$$v_x = v_{x0}$$

$$x = x_0 + v_{x0}t$$

Movimiento vertical
($a_y = -g = \text{constante}$)

$$v_y = v_{y0} - gt$$

$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$$

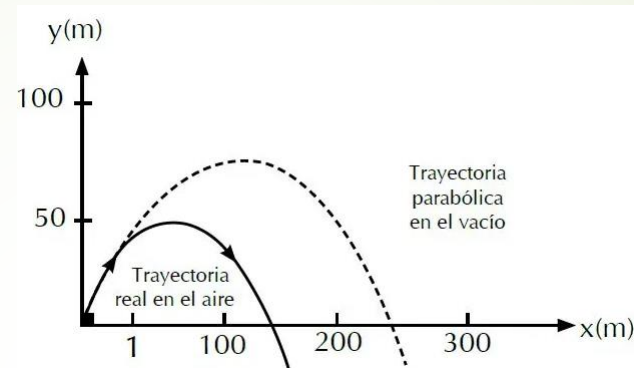
El movimiento de proyectiles es parabólico (en ausencia de fricción con el aire):

$$x = v_{x0}t$$

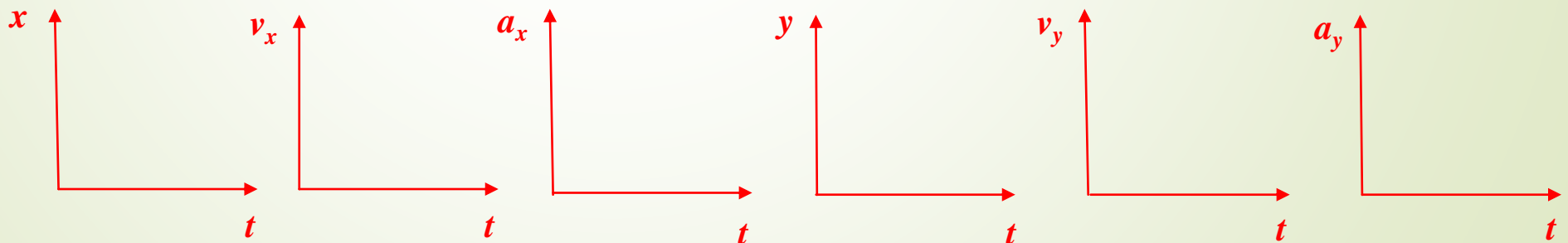
$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}}\right)x - \left(\frac{g}{2v_{x0}^2}\right)x^2$$

$$y = Ax - Bx^2$$



Gráficas cinemáticas:



► Dinámica:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{segunda ley de Newton, forma vectorial})$$

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad (\text{segunda ley de Newton, forma de componentes})$$

