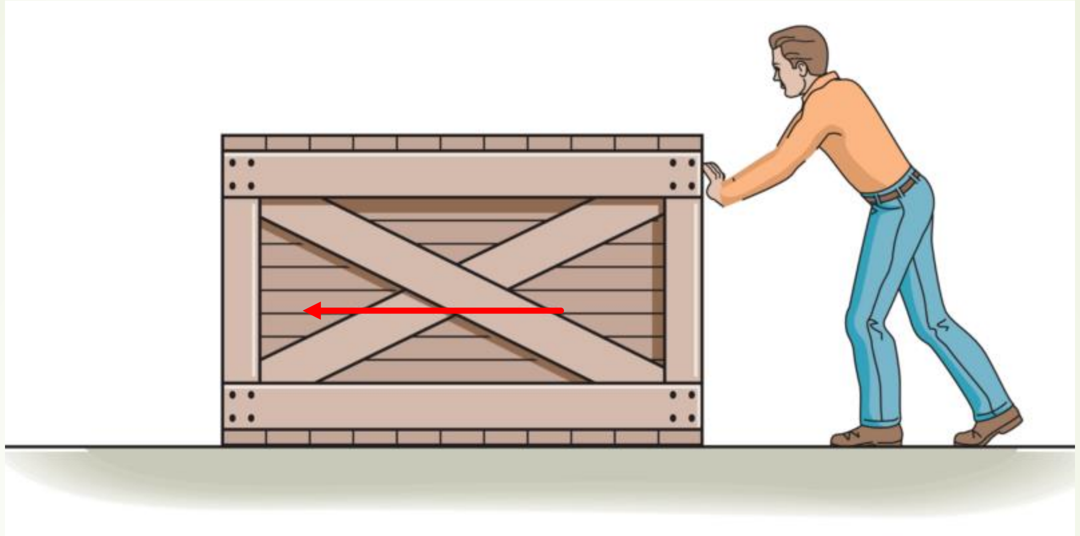
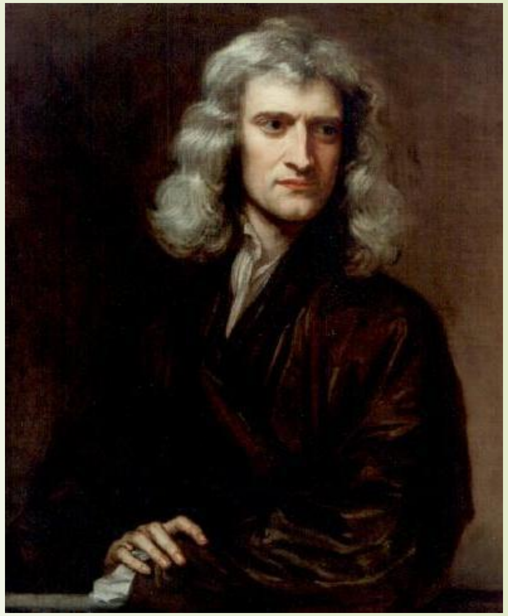
Física I

Dinámica: Leyes de Newton del movimiento
Traslación

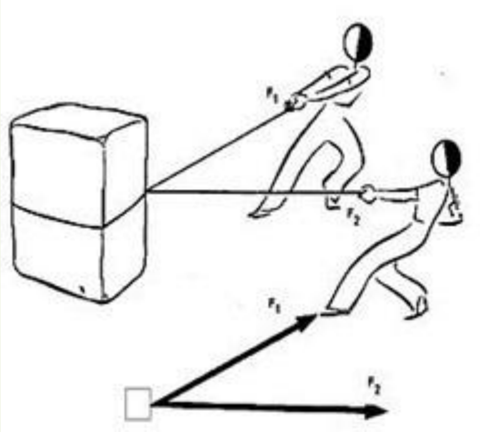
Dinámica:

Fuerza:





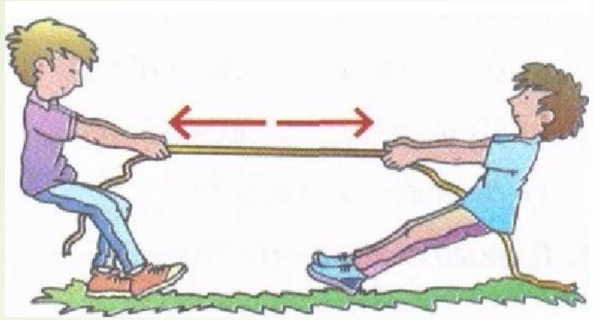
En física clásica, la fuerza (abreviatura **F**) es un fenómeno que modifica el movimiento de un cuerpo (lo acelera, frena, cambia el sentido, etc.) o bien lo deforma.
Las fuerzas pueden representarse mediante vectores, ya que poseen magnitud y dirección.

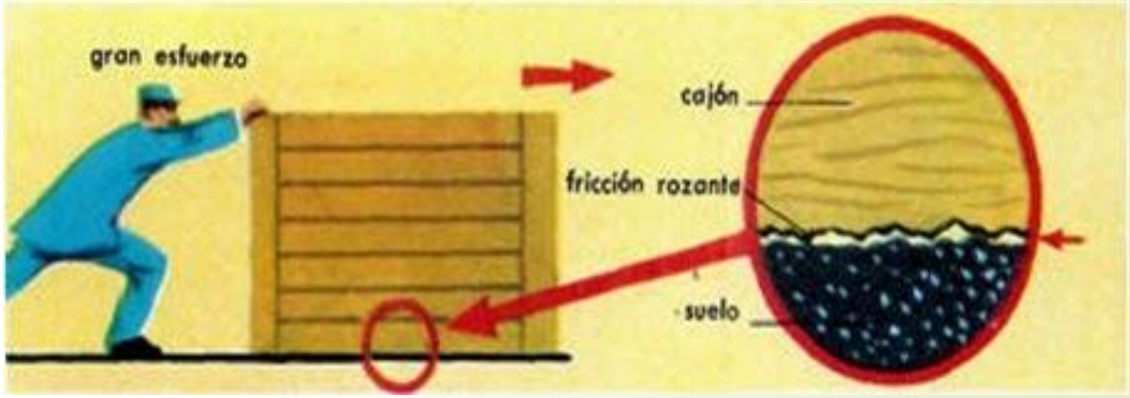


$[F]_{SI}$ = N = Kg. m/s^2 (Newton)

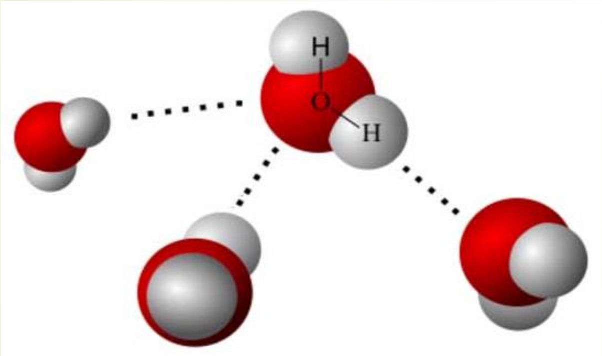
Tipos de fuerzas:

→ Fuerzas de contacto



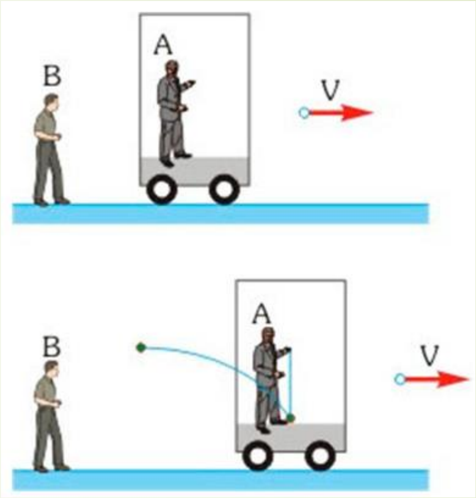


→ Fuerzas a distancia



- **Primera Ley de Newton:**

  "Todo cuerpo continúa en su estado de reposo, o con velocidad uniforme en línea recta, a menos que actúe sobre él una fuerza neta"

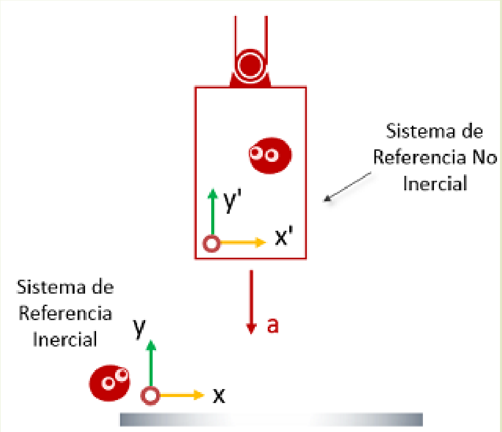


- **Sistemas de referencia:**

  → **Inerciales:** donde se cumplen las Leyes de Newton

  - el origen del sistema de referencia es arbitrario
  - la orientación de los ejes es arbitraria
  - desplazamiento a velocidad lineal constante

  El sistema de referencia puede moverse, pero a velocidad lineal constante



  → **No inerciales:** donde no se cumplen las Leyes de Newton

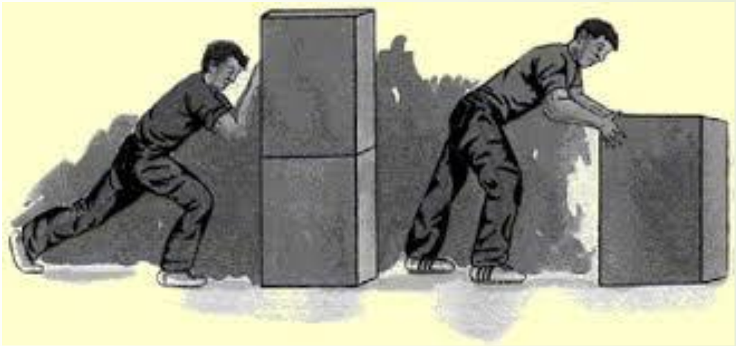
  - el sistema de referencia esta acelerado
  - el sistema de referencia gira alrededor de un eje

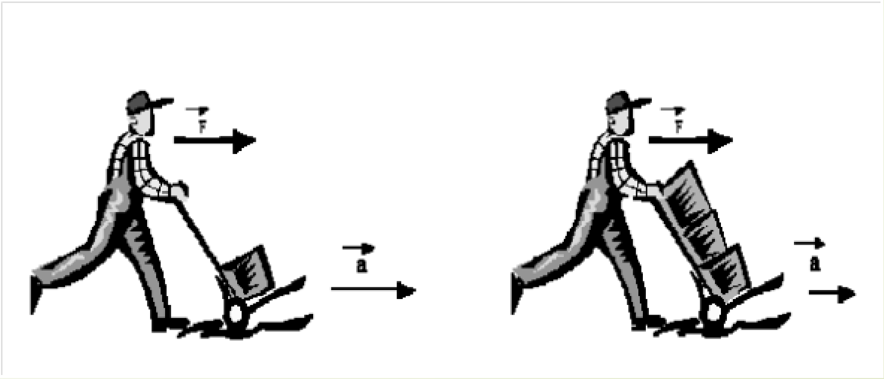
Masa:

¿Cantidad de materia?

Masa: *medida de la inercia* de un objeto. Cuanto mayor sea la masa de uncuerpo, tanto mayor será la fuerza necesaria para darle una aceleración específica

$[m]_{SI}$ = kg





Segunda Ley de Newton:

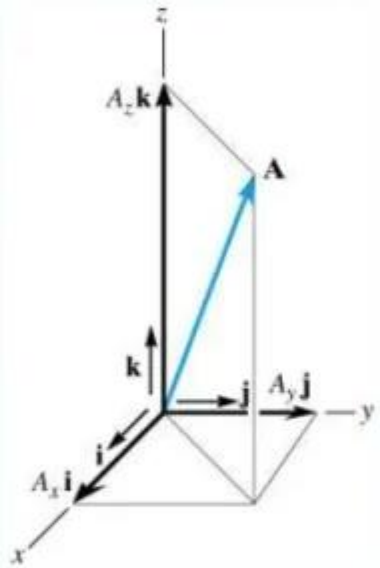
“La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él, y es inversamente proporcional a su masa. La dirección de la aceleración es en la dirección de la fuerza neta que actúa sobre el objeto”

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\Sigma \vec{\mathbf{F}}}{m}$$

Fuerza neta (resultante): $\Sigma \vec{\mathbf{F}}$

$$\boxed{\Sigma \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

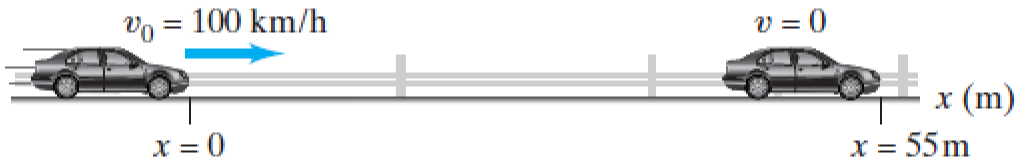
$$\vec{\mathbf{F}} = F_x \hat{\mathbf{i}} + F_y \hat{\mathbf{j}} + F_z \hat{\mathbf{k}}$$



$$\Sigma F_x = ma_x, \qquad \Sigma F_y = ma_y, \qquad \Sigma F_z = ma_z$$

Fuerza para detener un automóvil. ¿Qué fuerza neta promedio se requiere para llevar un automóvil de 1500 kg al reposo, desde una rapidez de 100 km/h en una distancia de 55 m?

PLANTEAMIENTO Usamos la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$ para calcular la fuerza; pero primero debemos determinar la aceleración a. Suponemos que la aceleración es constante, de manera que podemos usar las ecuaciones cinemáticas para calcularla.



SOLUCIÓN Suponemos que el movimiento es a lo largo del eje $+x$. Se nos da la velocidad inicial $v_0 = 100$ km/h $= 27.8$ m/s, la velocidad final $v = 0$ y la distancia recorrida $x - x_0 = 55$ m. De la ecuación

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0),$$

tenemos que

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{0 - (27.8\,\mathrm{m/s})^2}{2(55\,\mathrm{m})} = -7.0\,\mathrm{m/s^2}.$$

La fuerza neta requerida es entonces

$$\Sigma F = ma = (1500\,\mathrm{kg})(-7.1\,\mathrm{m/s^2}) = -1.1 \times 10^4\,\mathrm{N}.$$

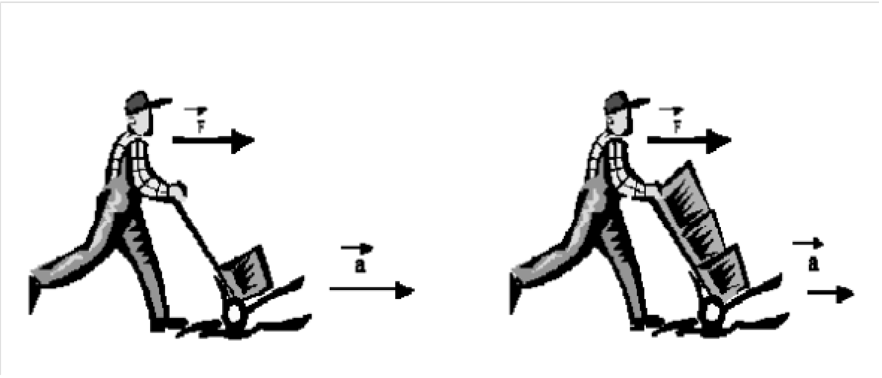
La fuerza debe ejercerse en sentido *opuesto* al de la velocidad inicial, que es lo que significa el signo negativo.

Definición precisa de masa:

Como $$\boxed{\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

entonces $$\vec{\mathbf{a}} = \frac{\Sigma\vec{\mathbf{F}}}{m}$$

Si la misma fuerza neta Σ***F*** actúa para acelerar cada una de las dos masas, *m*1 y *m*2, entonces la razón de sus masas puede definirse como la razón inversa de sus aceleraciones:

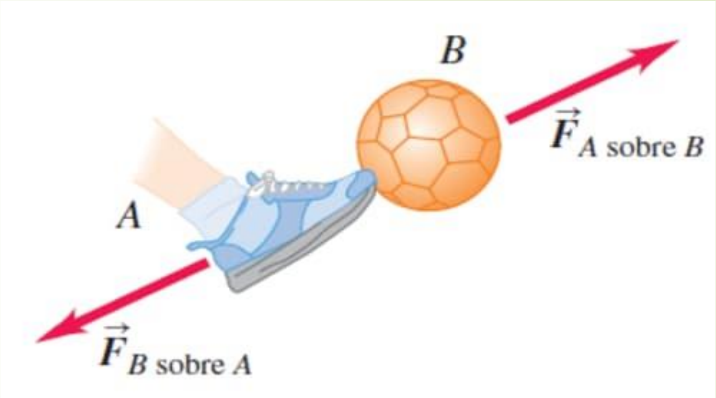


$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

Tercera Ley de Newton:

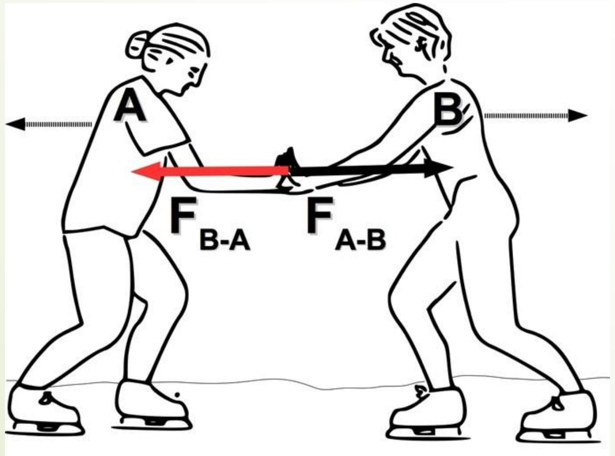
"Siempre que un objeto ejerce una fuerza sobre un segundo objeto, el segundo ejerce una fuerza de igual magnitud, en la misma dirección, pero en sentido opuesto sobre el primer cuerpo"

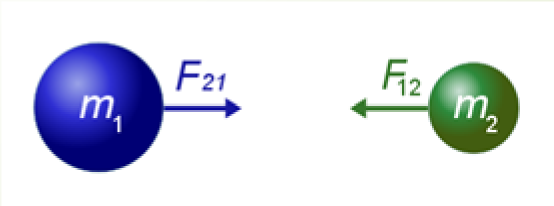
"Las fuerzas actúan sobre cuerpos diferentes"



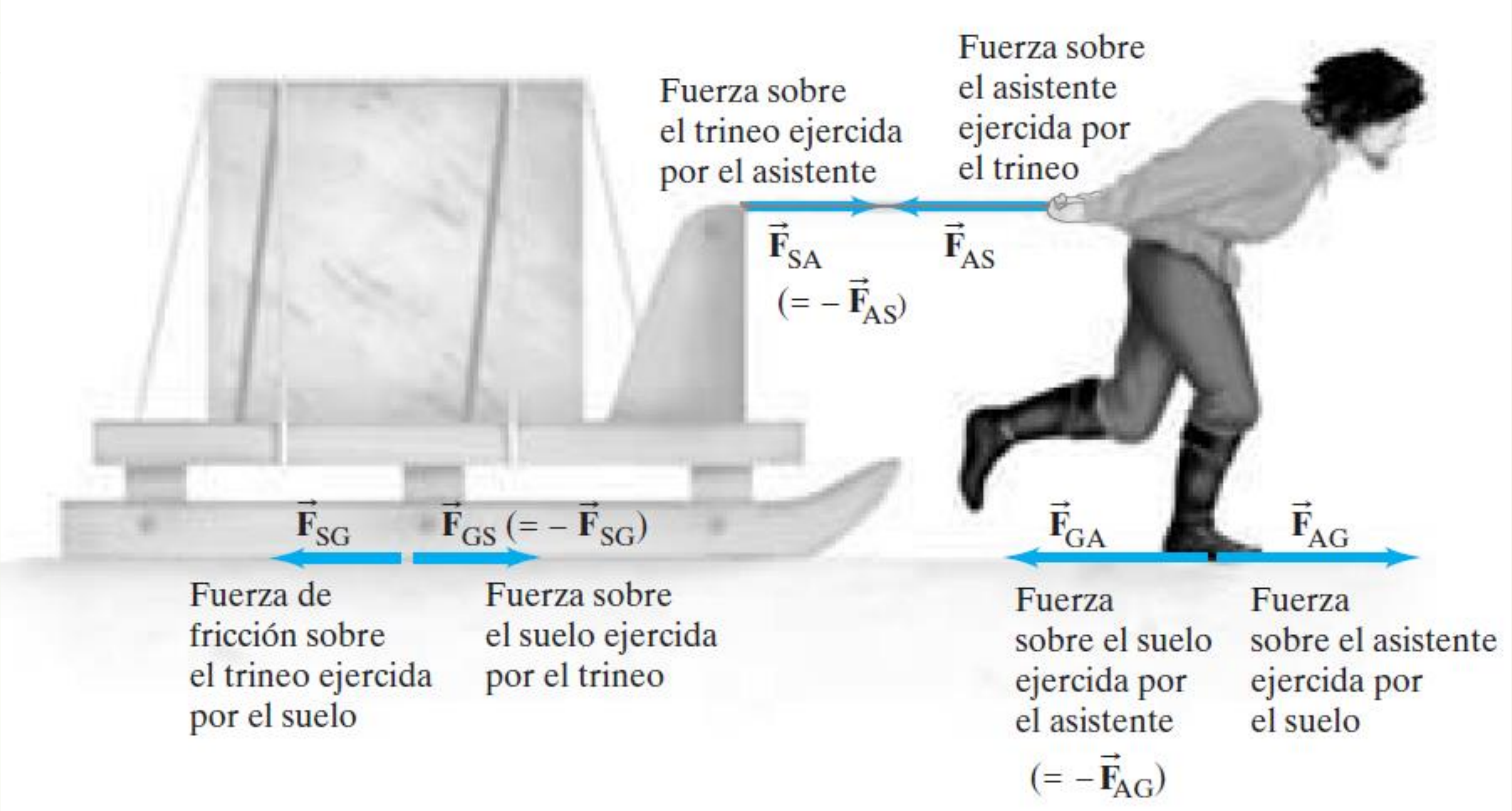
Pares de acción-reacción

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$





Analizar las fuerzas:

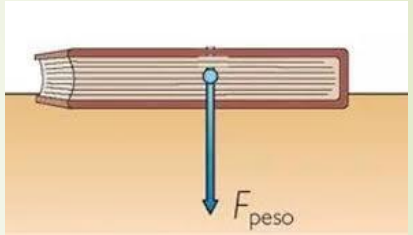


Fuerza de la gravedad (peso):

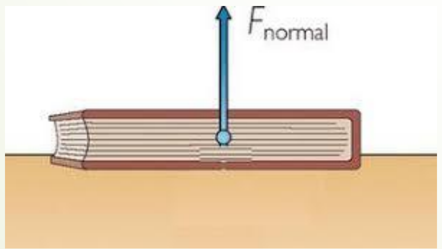
Afirmación de Galileo: los objetos que se sueltan cerca de la superficie de la tierra caen todos con la misma aceleración $\vec{g}$. Entonces, la fuerza gravitacional (peso) sobre un objeto es:

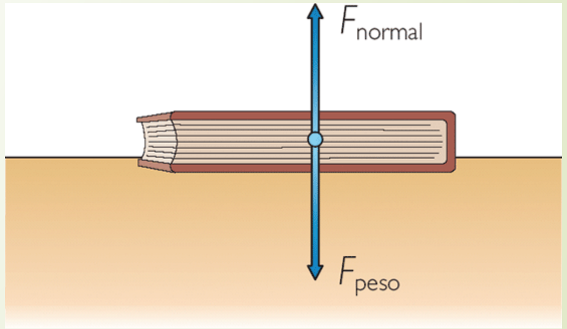
$$\vec{F}_G = m\vec{g}$$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

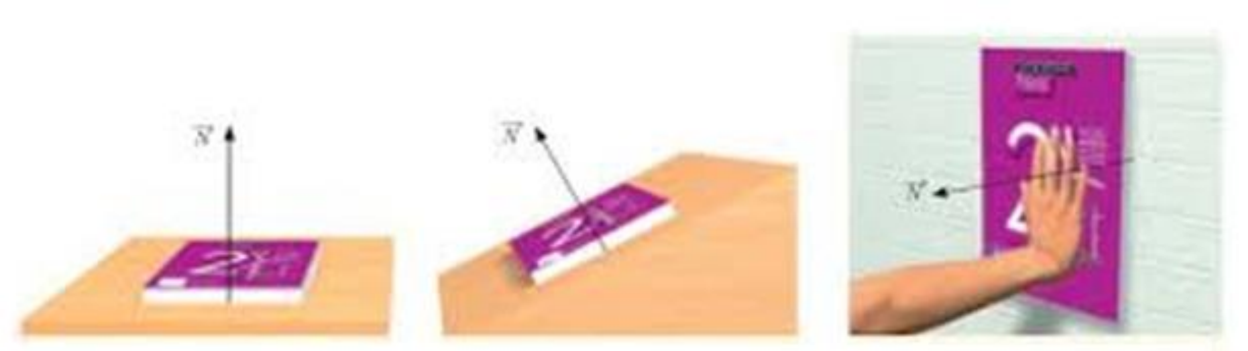


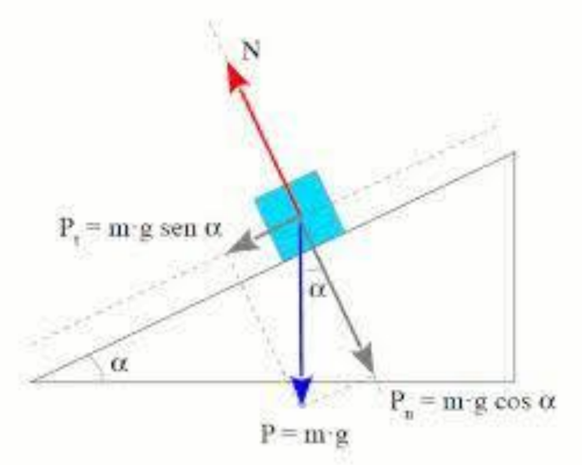
Fuerza normal: es la fuerza que ejerce una superficie sobre un cuerpo apoyado sobre ella. Esta es de igual magnitud y dirección, pero de sentido contrario a la fuerza ejercida por el cuerpo sobre la superficie



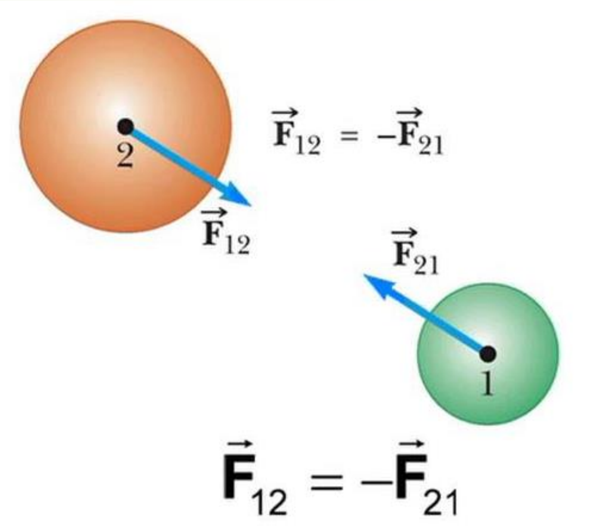


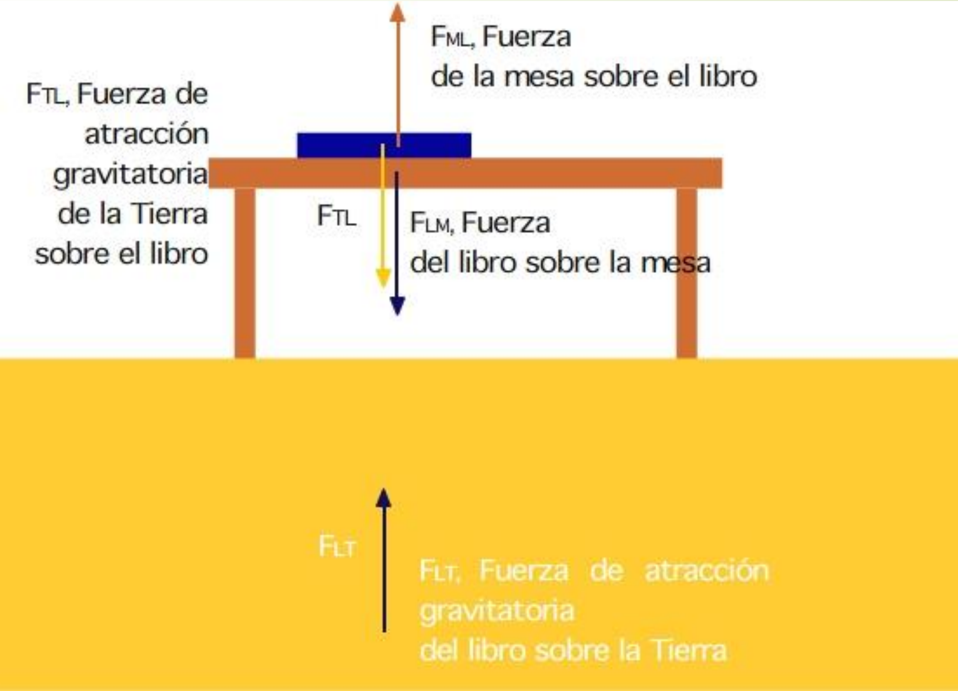
Ejemplos:





Pares de acción-reacción:

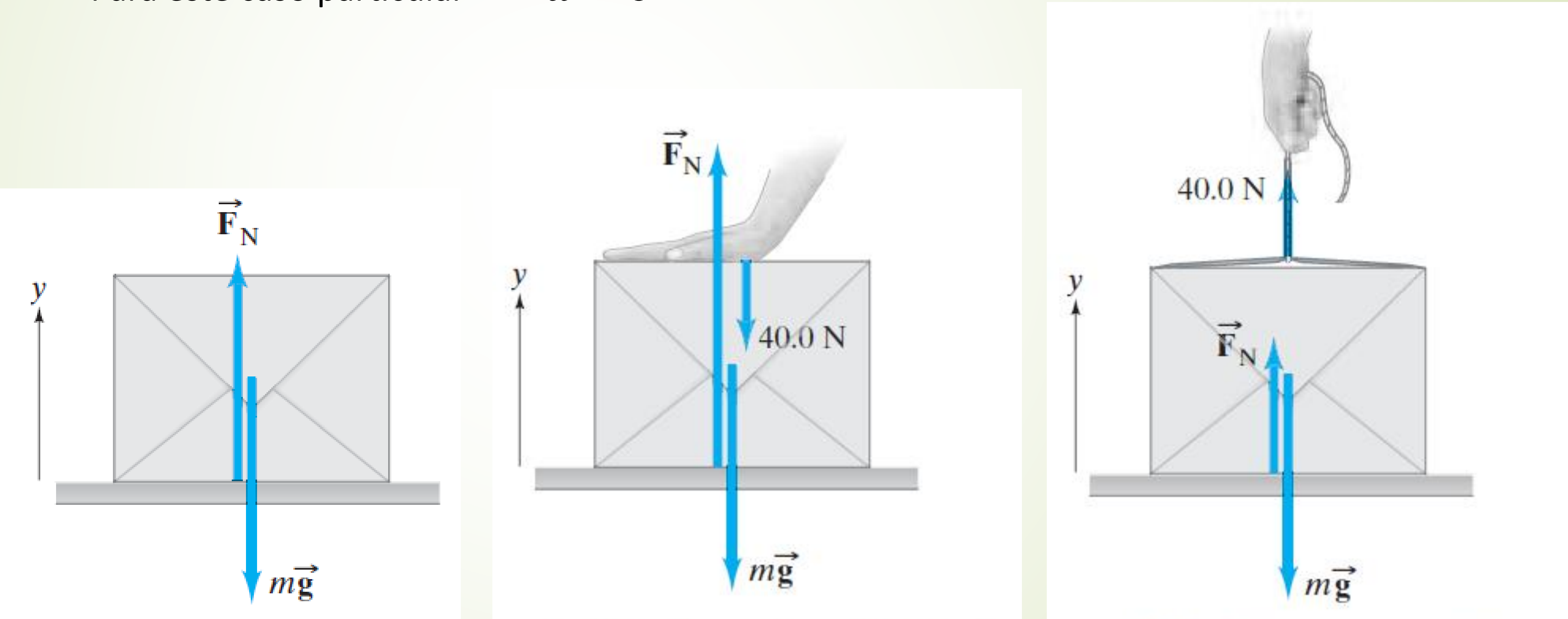




Análisis de la fuerza normal sobre un objeto quieto:

Debemos plantear $$\boxed{\Sigma\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

Para este caso particular $\vec{a} = \mathbf{0}$



a) $\Sigma F_y = F_N - mg = 0$

b) $\Sigma F_y = F_N - mg - 40.0\ \mathrm{N} = 0$

c) $\Sigma F_y = F_N - mg + 40.0\ \mathrm{N} = 0$

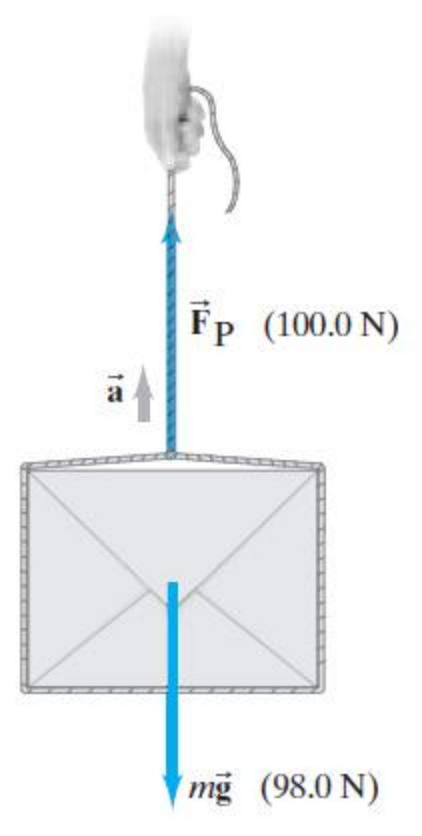
Aceleración de la caja. ¿Qué sucede cuando una persona jala hacia arriba la caja con una fuerza igual a, o mayor que, el peso de la caja? Por ejemplo, sea $F_P = 100.0\ \mathrm{N}$

SOLUCIÓN La fuerza neta es ahora

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= F_P - mg = 100.0\ \mathrm{N} - 98.0\ \mathrm{N} \\ &= 2.0\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

hacia arriba. Aplicamos la segunda ley de Newton y vemos que la caja se mueve hacia arriba con una aceleración

$$\begin{aligned}a_y &= \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{2.0\ \mathrm{N}}{10.0\ \mathrm{kg}} \\ &= 0.20\ \mathrm{m/s^2}.\end{aligned}$$



¿Qué sucedería si la fuerza con la que una persona jala hacia arriba la caja es menor que el peso?

¿Qué sucedería si la fuerza F_P es (módulo) igual al peso?

Aparente pérdida de peso. Una mujer de 65 kg desciende en un elevador que acelera brevemente a $0.20g$ hacia abajo. Ella está parada sobre una báscula que da su lectura en kilogramos. *a*) Durante esta aceleración, ¿cuál es el peso de la mujer y qué registra la báscula? *b*) ¿Qué registra la báscula cuando el elevador desciende con rapidez constante de 2.0 m/s?

PLANTEAMIENTO *a*) La figura muestra todas las fuerzas que actúan sobre la mujer (y *sólo* las que actúan sobre ella). El sentido de la aceleración es hacia abajo, que se toma como positivo.

SOLUCIÓN *a*) De la segunda ley de Newton,

$$\begin{aligned} \Sigma F &= ma \\ mg - F_N &= m(0.20g). \end{aligned}$$

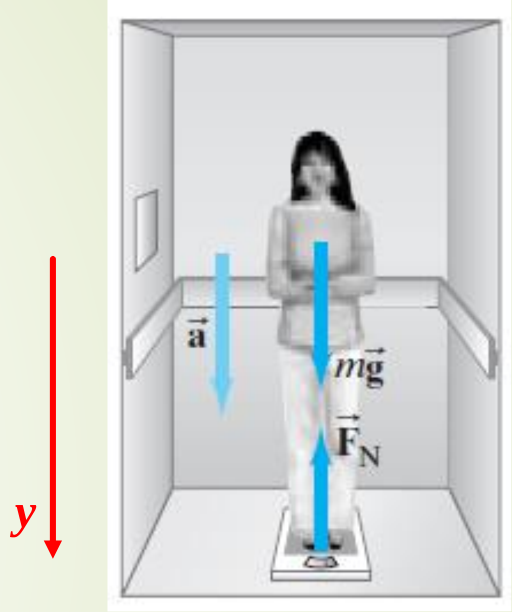
Si despejamos F_N:

$$F_N = mg - 0.20mg = 0.80mg,$$

y actúa hacia arriba. La fuerza normal $\vec{\mathbf{F}}_N$ es la fuerza que la báscula ejerce sobre la persona, y es igual y opuesta a la fuerza que la persona ejerce sobre la báscula: $F'_N = 0.80\ mg$ hacia abajo. Su peso (fuerza de la gravedad sobre ella) es aún $mg = (65\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 640$ N. Pero la báscula, que necesita ejercer una fuerza de sólo $0.80\ mg$, mostrará su lectura como $0.80m = 52$ kg.

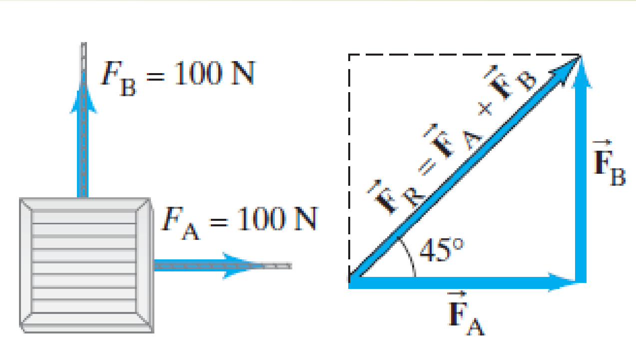
b) Ahora no hay aceleración, $a = 0$, por lo que, de acuerdo con la segunda ley de Newton, $mg - F_N = 0$ y $F_N = mg$. La báscula registra su masa correcta de 65 kg.

NOTA La báscula en *a*) puede arrojar una lectura de 52 kg (como una "masa aparente"), pero en realidad la masa de la mujer no cambia como resultado de la aceleración: permanece en 65 kg.

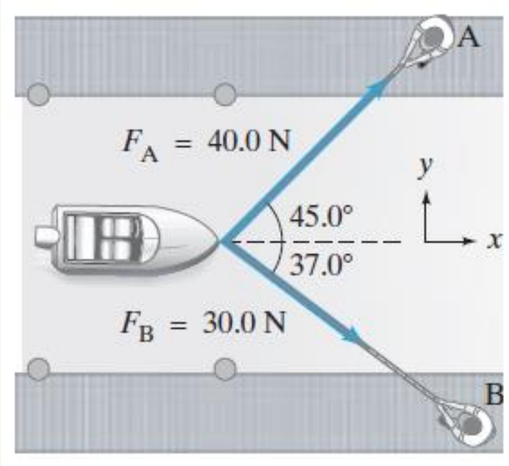


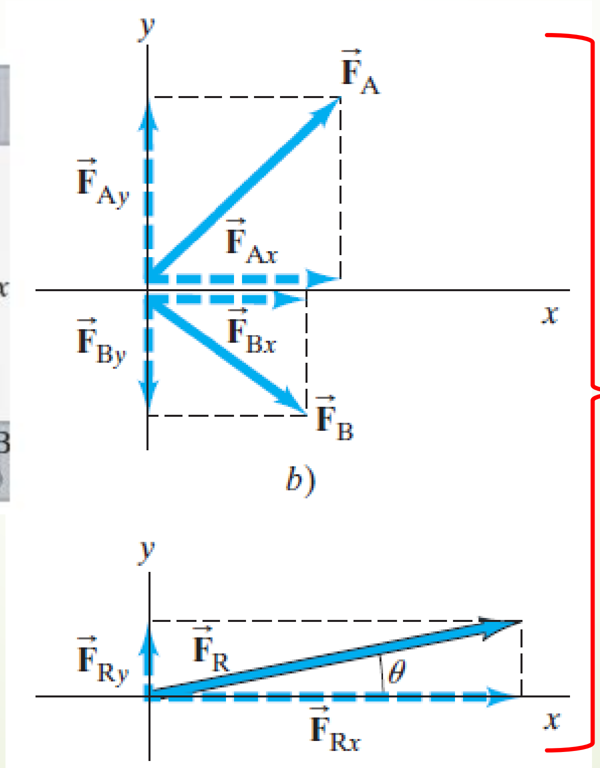
Diagramas de cuerpo libre:

Segunda ley de Newton: nos indica que la aceleración de un objeto es proporcional a la *fuerza neta* que actúa sobre el objeto



Fuerza neta (o fuerza resultante): es la *suma vectorial* de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.
Las fuerzas se suman como vectores





$$F_{Ax} = F_A \cos 45.0° = (40.0\text{ N})(0.707) = 28.3\text{ N},$$
$$F_{Ay} = F_A \operatorname{sen} 45.0° = (40.0\text{ N})(0.707) = 28.3\text{ N}.$$

$$F_{Bx} = +F_B \cos 37.0° = +(30.0\text{ N})(0.799) = +24.0\text{ N},$$
$$F_{By} = -F_B \operatorname{sen} 37.0° = -(30.0\text{ N})(0.602) = -18.1\text{ N}.$$

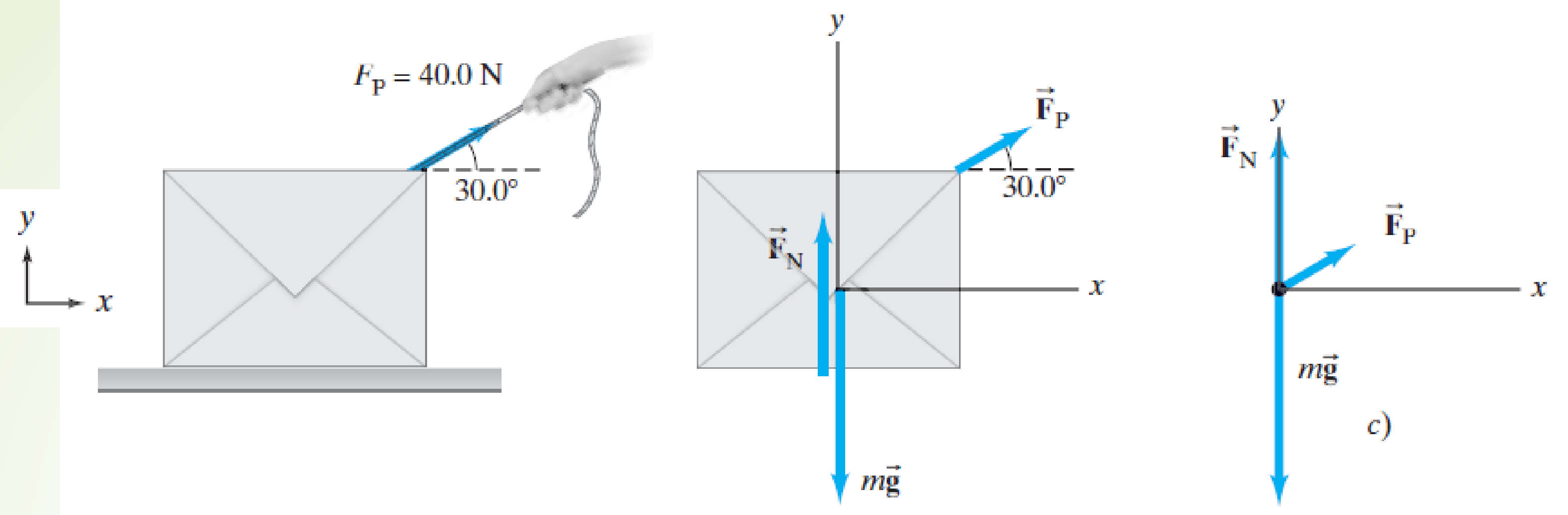
$$F_{Rx} = F_{Ax} + F_{Bx} = 28.3\text{ N} + 24.0\text{ N} = 52.3\text{ N},$$
$$F_{Ry} = F_{Ay} + F_{By} = 28.3\text{ N} - 18.1\text{ N} = 10.2\text{ N}.$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(52.3)^2 + (10.2)^2}\text{ N} = 53.3\text{ N}.$$

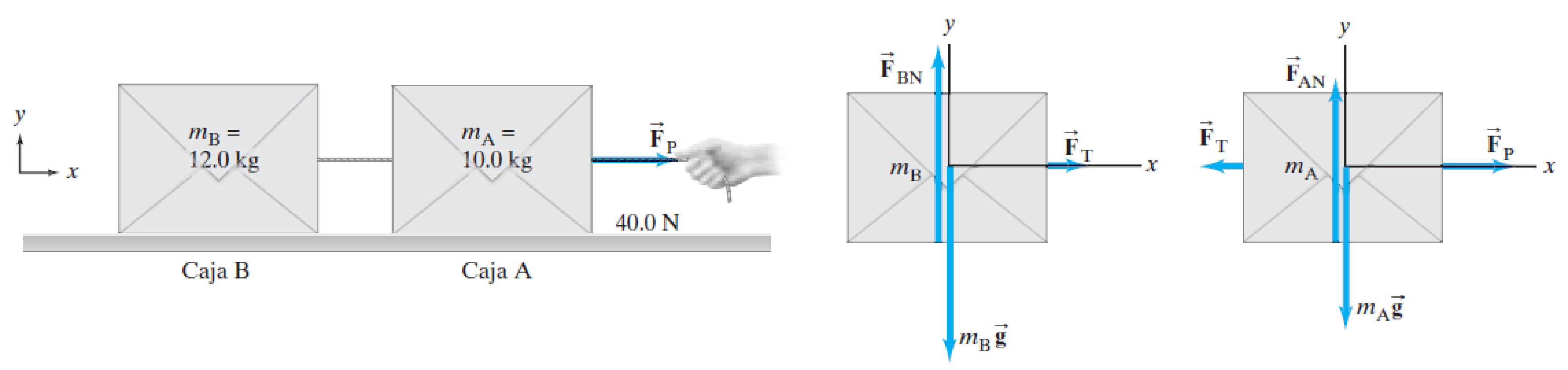
$$\tan\theta = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{10.2\text{ N}}{52.3\text{ N}} = 0.195$$

Diagrama de cuerpo libre (d.c.l., o diagrama de cuerpo aislado):

1) Dibujar un diagrama que muestre **todas las fuerzas que actúan *sobre* cada objeto implicado**. Tal diagrama se llama **diagrama de cuerpo libre** o **diagrama de cuerpo aislado**: elegir un objeto y dibujar una flecha para representar cada fuerza que actúe sobre él.
2) Incluir *cualquier* fuerza que actúe **sobre ese objeto**.
3) No mostrar fuerzas que el objeto elegido ejerza sobre *otros* objetos.
4) Como ayuda para identificar cada fuerza, y todas las que se ejerzan sobre el objeto elegido, preguntarse qué otros objetos podrían ejercer una fuerza sobre él.
5) Si el problema implica más de un objeto, es necesario un diagrama de cuerpo libre separado para cada uno.
6) Las fuerzas que probablemente estén actuando son la *gravedad* y las *fuerzas de contacto* (un objeto que empuja o jala a otro, fuerza normal, fricción). Más adelante consideraremos la resistencia del aire, la fricción, la flotabilidad y la presión, así como fuerzas eléctricas y magnéticas.
7) Si se requiere (como excepción al punto 3)), ubicar sobre otros objetos los pares de acción-reacción.



$F_P = 40.0$ N
30.0°
y
x
$\vec{F}_P$
30.0°
$\vec{F}_N$
x
$m\vec{g}$
y
$\vec{F}_N$
$\vec{F}_P$
x
$m\vec{g}$
c)



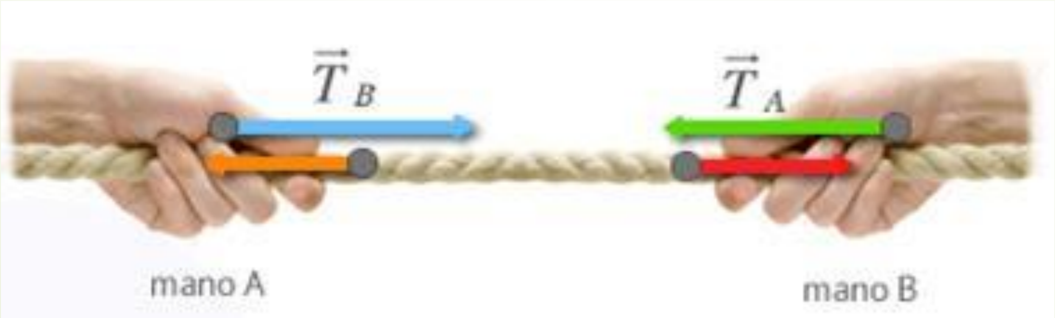
y
x
$m_B =$ 12.0 kg
$m_A =$ 10.0 kg
$\vec{F}_P$
40.0 N
Caja B
Caja A
y
$\vec{F}_{BN}$
$\vec{F}_T$
m_B
x
$m_B\vec{g}$
y
$\vec{F}_{AN}$
$\vec{F}_T$
m_A
$\vec{F}_P$
x
$m_A\vec{g}$

Cuerda flexible:

Cuando una cuerda flexible tira de un objeto, se dice que la cuerda está bajo **tensión**, y la fuerza que ejerce la cuerda sobre el objeto es la tensión F_T (o T).

Si la cuerda tiene una masa despreciable, la fuerza ejercida en un extremo se transmite sin cambio a cada parte adyacente de la cuerda, a lo largo de toda su longitud hasta el otro extremo. ¿Por qué? Porque para la cuerda $\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}} = 0$, si la masa *m* de la cuerda es igual a cero (o despreciable), sin importar cuál sea por consiguiente, las fuerzas que jalan la cuerda en sus dos extremos deben sumar cero (F_T y - F_T).

Los cables y las cuerdas flexibles sólo pueden jalar. No pueden empujar porque se doblan. Un cable flexible puede soportar una fuerza sólo a lo largo de su longitud. (Si hubiera una componente de fuerza perpendicular al cable, éste se doblaría debido a su flexibilidad).



$$\overrightarrow{T_B} = -\overrightarrow{T_A}$$

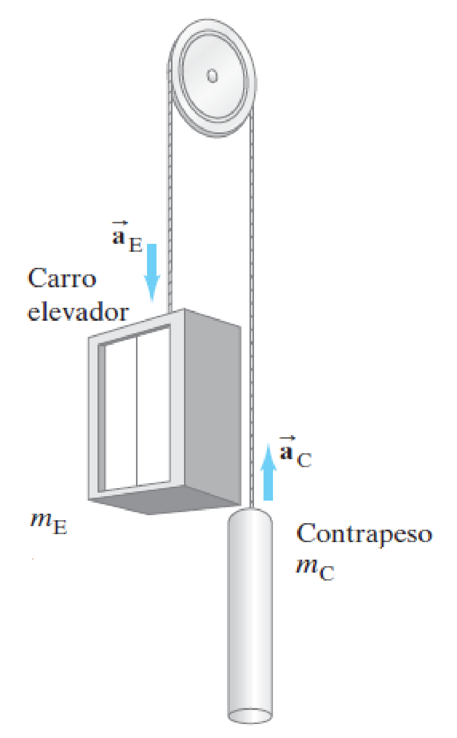
Polea y cuerda flexible:

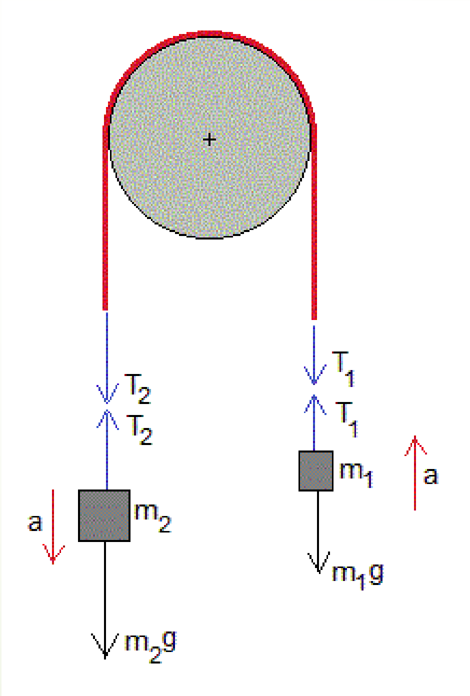
La **polea** es un sistema de máquina simple que **funciona** por tracción.

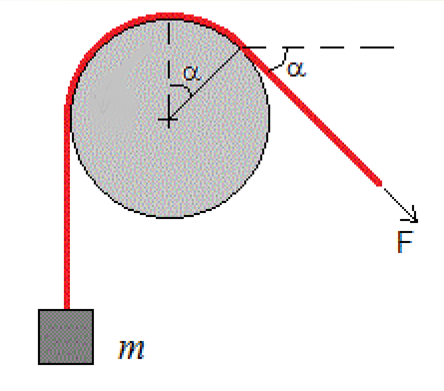
Sirve para transmitir una fuerza y ayudarte a mover objetos de una forma cómoda.

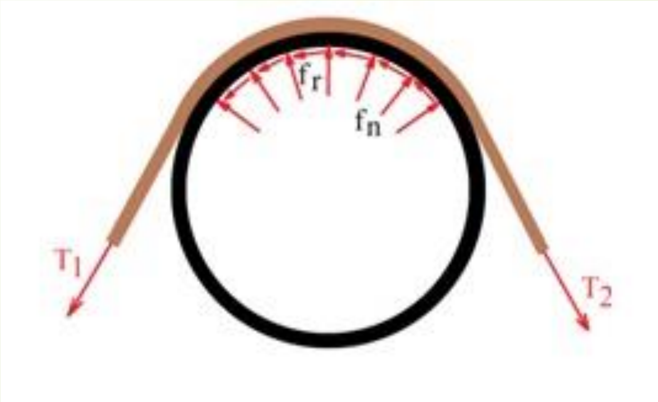
Consta de una rueda anclada a un eje donde gira una cuerda.

Si la **masa de la cuerda es despreciable**, y si la **masa de la polea también es despreciable**, podemos considerar que **la polea solo cambia la dirección de las tensiones de la cuerda** sin alterar el modulo de las mismas.

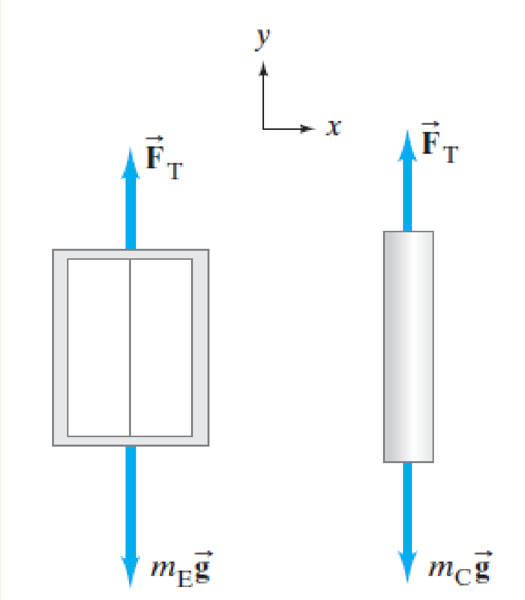








Elevador y contrapeso (máquina de Atwood). A un sistema de dos objetos suspendidos sobre una polea mediante un cable flexible se le llama a veces *máquina de Atwood*. Considere la aplicación de la vida real de un elevador (m_E) y su contrapeso (m_C). Para minimizar el trabajo hecho por el motor para levantar y bajar el elevador con seguridad, se toman valores similares de las masas m_E y m_C. Dejamos el motor fuera del sistema para este cálculo y suponemos que la masa del cable es despreciable y que la masa de la polea, así como cualquier fricción, es pequeña y despreciable. Estas suposiciones garantizan que la tensión F_T en el cable tiene la misma magnitud en ambos lados de la polea. Sea la masa del contrapeso $m_C = 1000$ kg. Supongamos que la masa del elevador vacío es de 850 kg y que su masa al llevar cuatro pasajeros es $m_E = 1150$ kg. Para este último caso ($m_E = 1150$ kg), calcule *a*) la aceleración del elevador y *b*) la tensión en el cable.



SOLUCIÓN *a*) Para encontrar F_T así como la aceleración *a*, aplicamos la segunda ley de Newton, $\Sigma F = ma$ a cada objeto. Tomamos como positiva la dirección *y* hacia arriba para ambos objetos. Con esta elección de ejes, $a_C = a$ porque m_C acelera hacia arriba, y $a_E = -a$ porque m_E acelera hacia abajo. Entonces,

$$F_T - m_E g = m_E a_E = -m_E a$$
$$F_T - m_C g = m_C a_C = +m_C a.$$

Restamos la primera ecuación de la segunda y obtenemos

$$(m_E - m_C)g = (m_E + m_C)a,$$

donde *a* es ahora la única incógnita. Despejamos *a*:

$$a = \frac{m_E - m_C}{m_E + m_C}g = \frac{1150\text{ kg} - 1000\text{ kg}}{1150\text{ kg} + 1000\text{ kg}}g = 0.070g = 0.68\text{ m/s}^2.$$

b)
$$F_T = m_E g - m_E a = m_E(g - a)$$
$$= 1150\text{ kg}\,(9.80\text{ m/s}^2 - 0.68\text{ m/s}^2) = 10{,}500\text{ N},$$

o también

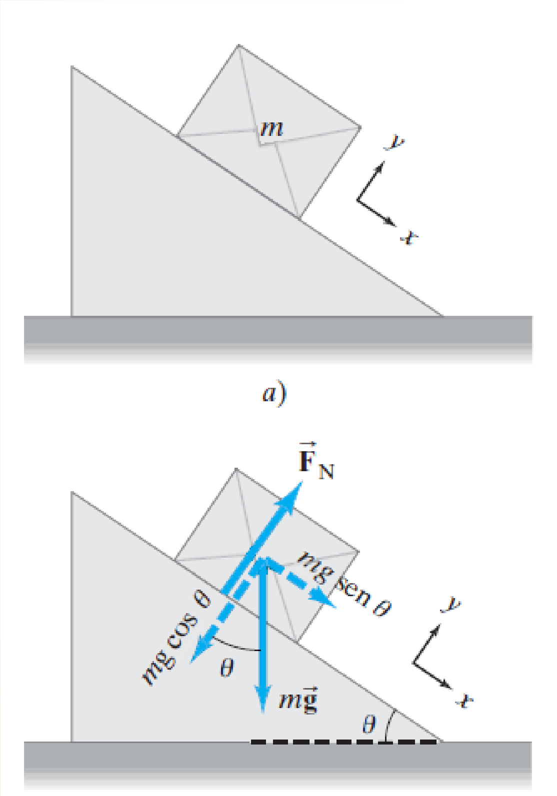
$$F_T = m_C g + m_C a = m_C(g + a)$$
$$= 1000\text{ kg}\,(9.80\text{ m/s}^2 + 0.68\text{ m/s}^2) = 10{,}500\text{ N},$$

Planos inclinados:

Los problemas son más fáciles de resolver si **elegimos el sistema coordenado xy**, de manera que un **eje señale en la dirección de la aceleración**.

A menudo consideramos el **eje x positivo apuntando a lo largo del plano inclinado** y el eje y perpendicular a éste.

Notar que la fuerza normal no es vertical, sino perpendicular al plano.



$$\boxed{\begin{aligned} F_y &= ma_y \\ F_N - mg\cos\theta &= 0, \\ F_N &= mg\cos\theta. \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} F_x &= ma_x \\ mg\,\mathrm{sen}\,\theta &= ma, \end{aligned}}$$

$$\boxed{a = g\,\mathrm{sen}\,\theta.}$$

Estrategia para resolver los problemas:

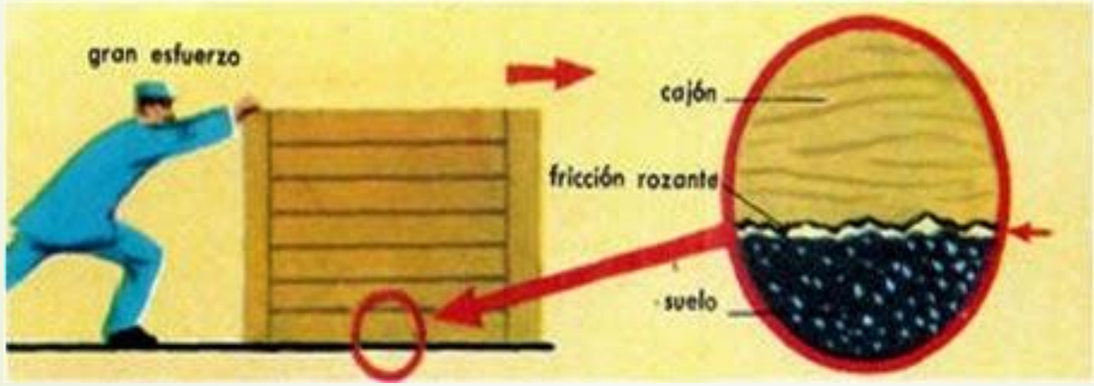
1) Leer cuidadosamente los enunciados de los problemas.
2) Dibujar un diagrama o croquis de la situación.
3) Dibujar un diagrama de cuerpo libre por separado para cada objeto implicado, que muestre todas las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo dado.
4) Elegir un sistema coordenado xy conveniente (uno donde los cálculos sean más sencillos)
5) Hacer una lista de los datos conocidos y de las incógnitas.
6) Tratar de resolver el problema en forma aproximada para ver si se puede resolver (verificar si tenemos información suficiente) y si es razonable. Realizar una estimación.
7) Resolver el problema, lo que puede incluir manipulaciones algebraicas de ecuaciones y/o cálculos numéricos.
8) Verificar las unidades.
9) Volver a considerar si la respuesta es razonable.

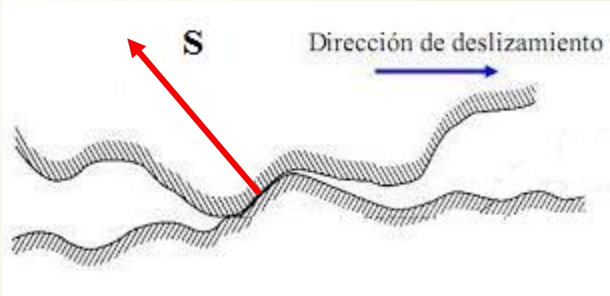
Fuerza de fricción (o de rozamiento):

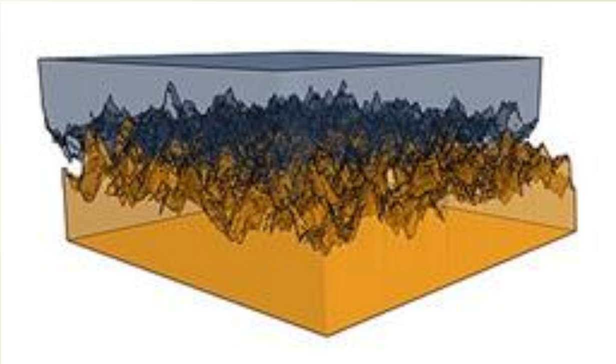
La fricción existe entre dos superficies sólidas, porque aun la superficie aparentemente más lisa resulta bastante rugosa a una escala microscópica.

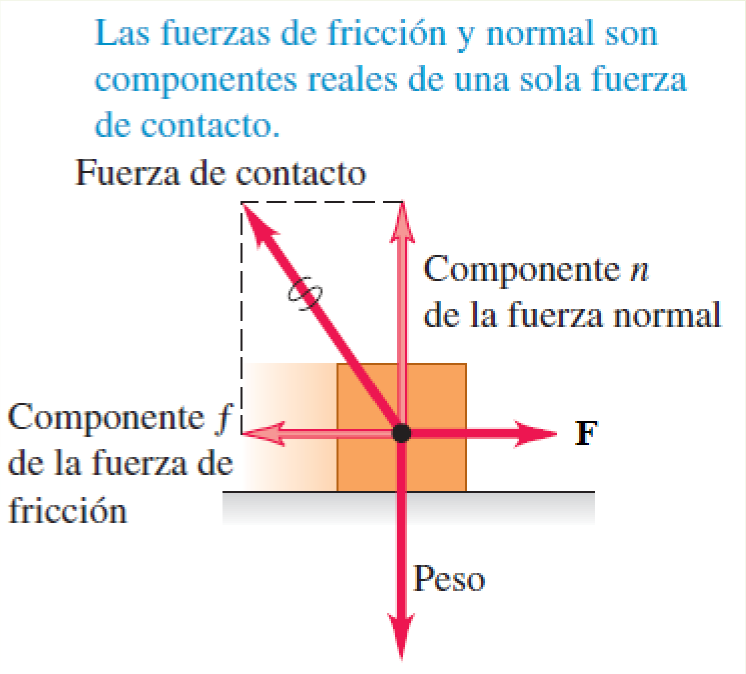
Cuando tratamos de deslizar un objeto sobre otra superficie, algunas protuberancias microscópicas se oponen al movimiento.

Se considera que los átomos sobre la protuberancia de una superficie estarían tan cerca de los átomos de la otra superficie que las fuerzas eléctricas de atracción entre los átomos pueden formar "enlaces", como si hubiera una pequeña soldadura entre ambas superficies.









Debemos distinguir:

Fuerza de **fricción cinética** (o dinámica): $\vec{f}_k$ cuando hay movimiento relativo entre las superficies.

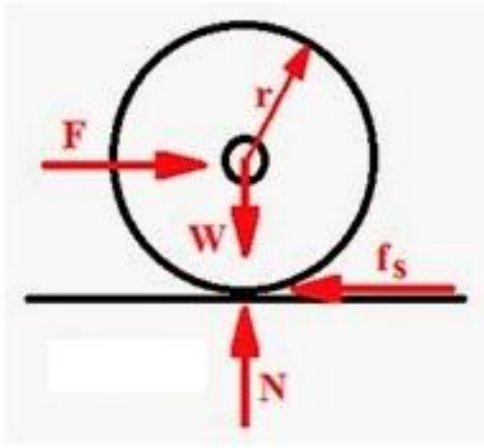
$$f_k = \mu_k N \qquad \text{(magnitud de la fuerza de fricción cinética)}$$

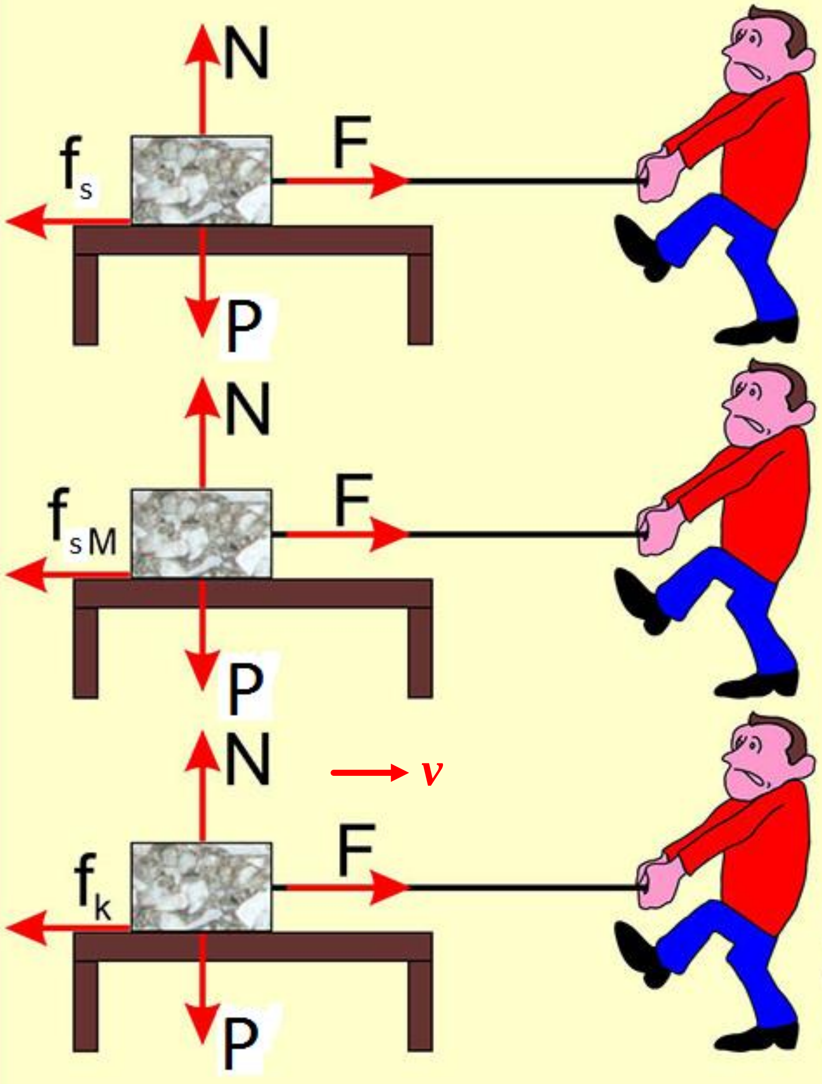
Fuerza de **fricción estática**: $\vec{f}_s$ cuando no hay movimiento relativo entre las superficies.

$$f_s \le \mu_s N \qquad \text{(magnitud de la fuerza de fricción estática)}$$

Coeficientes de fricción aproximados

Materiales	Coeficiente de fricción estática, μ_s	Coeficiente de fricción cinética, μ_k
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Latón sobre acero	0.51	0.44
Zinc sobre hierro colado	0.85	0.21
Cobre sobre hierro colado	1.05	0.29
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.40
Cobre sobre vidrio	0.68	0.53
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Teflón sobre acero	0.04	0.04
Hule sobre concreto (seco)	1.0	0.8
Hule en concreto (húmedo)	0.30	0.25

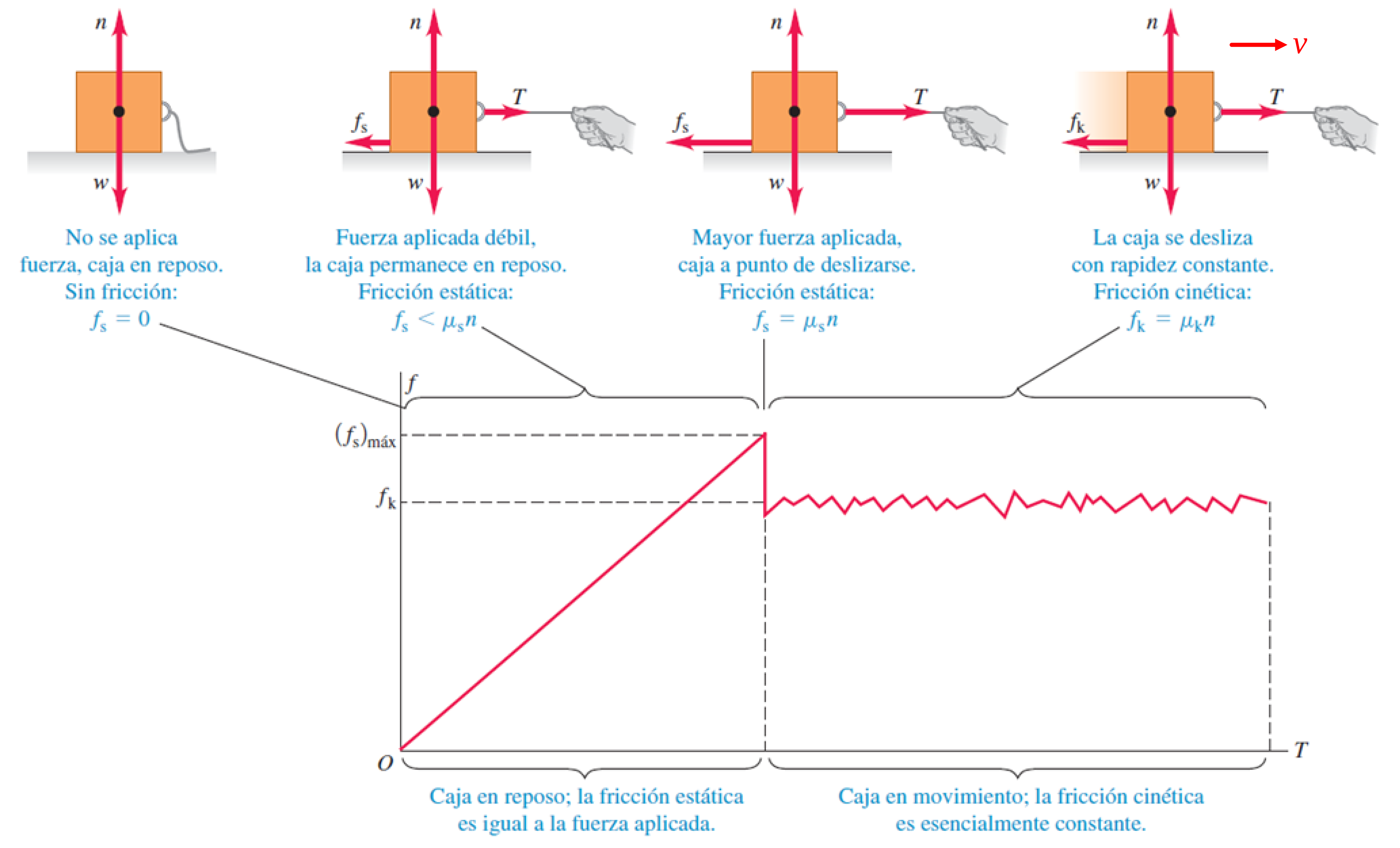




Cuando se aplica una fuerza sobre un cuerpo (paralela a la superficie de desplazamiento) y este continúa en reposo, es porque la fuerza F, está equilibrada por la fuerza de fricción estática f_s

La fuerza de fricción estática crece mientras aumenta el valor de F, hasta alcanzar un valor máximo f_{sM}

Cuando un cuerpo se mueve, el rozamiento que actúa sobre él, recibe el nombre de fuerza de fricción cinética f_k. Esta es aproximadamente constante e independiente de la velocidad



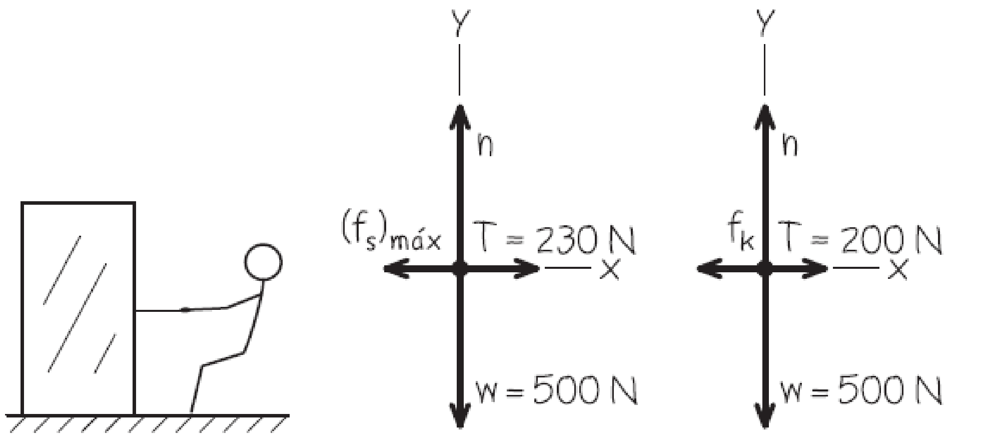
n
w
T
v
f_s
f_k
No se aplica
fuerza, caja en reposo.
Sin fricción:
$f_s = 0$
Fuerza aplicada débil,
la caja permanece en reposo.
Fricción estática:
$f_s < \mu_s n$
Mayor fuerza aplicada,
caja a punto de deslizarse.
Fricción estática:
$f_s = \mu_s n$
La caja se desliza
con rapidez constante.
Fricción cinética:
$f_k = \mu_k n$
f
$(f_s)_{máx}$
f_k
O
T
Caja en reposo; la fricción estática
es igual a la fuerza aplicada.
Caja en movimiento; la fricción cinética
es esencialmente constante.

Ejemplo: Se intenta mover una caja de 500 N por un piso horizontal. Para comenzar a moverla, debe tirar con una fuerza horizontal de 230 N. Una vez que la caja "se libera" y comienza a moverse, puede mantenerse a velocidad constante con sólo 200 N. ¿Cuáles son los coeficientes de fricción estática y cinética?

a) Se tira de una caja

b) Diagrama de cuerpo libre de la caja justo antes de comenzar a moverse

c) Diagrama de cuerpo libre de la caja que se mueve a rapidez constante



Solución: Justo antes de que la caja comience a moverse (figura b), tenemos

$$\sum F_x = T + (-(f_s)_{máx}) = 0 \quad \text{así que} \quad (f_s)_{máx} = T = 230\ \text{N}$$
$$\sum F_y = n + (-w) = 0 \quad \text{así que} \quad n = w = 500\ \text{N}$$

Para obtener el valor de μ_s, entonces, usamos la ecuación $(f_s)_{máx} = \mu_s n$. Por lo tanto,

$$\mu_s = \frac{(f_s)_{máx}}{n} = \frac{230\ \text{N}}{500\ \text{N}} = 0.46$$

Una vez que la caja está en movimiento, las fuerzas son las que se muestran en la figura c, y tenemos

$$\sum F_x = T + (-f_k) = 0 \quad \text{así que} \quad f_k = T = 200\ \text{N}$$
$$\sum F_y = n + (-w) = 0 \quad \text{así que} \quad n = w = 500\ \text{N}$$

Ahora usamos $f_k = \mu_k n$

$$\mu_k = \frac{f_k}{n} = \frac{200\ \text{N}}{500\ \text{N}} = 0.40$$

Ejemplo: Un esquiador desciende una ladera de montaña con una pendiente de 30°, con rapidez constante. ¿Qué se puede decir acerca del coeficiente de fricción cinética μ_k?

SOLUCIÓN Sólo tenemos que descomponer un vector; el peso $\vec{\mathbf{F}}_G$, y sus componentes se muestran con líneas punteadas en la figura

$$F_{Gx} = mg \operatorname{sen} \theta,$$
$$F_{Gy} = -mg \cos \theta,$$

donde por ahora usamos θ en vez de 30°. No hay aceleración, por lo que aplicando la segunda ley de Newton a las componentes x y y se tiene

$$\Sigma F_y = F_N - mg \cos \theta = ma_y = 0$$
$$\Sigma F_x = mg \operatorname{sen} \theta - \mu_k F_N = ma_x = 0.$$

De la primera ecuación tenemos $F_N = mg \cos \theta$. Sustituimos F_N en la segunda ecuación:

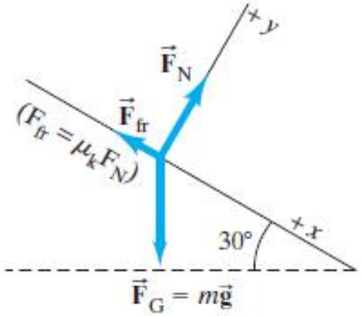
$$mg \operatorname{sen} \theta - \mu_k (mg \cos \theta) = 0.$$

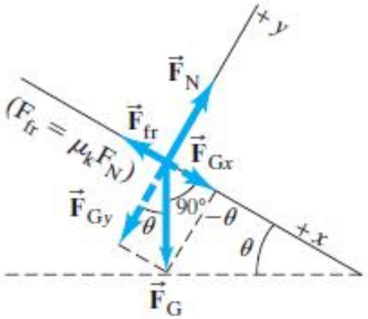
Ahora despejamos μ_k:

$$\mu_k = \frac{mg \operatorname{sen} \theta}{mg \cos \theta} = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

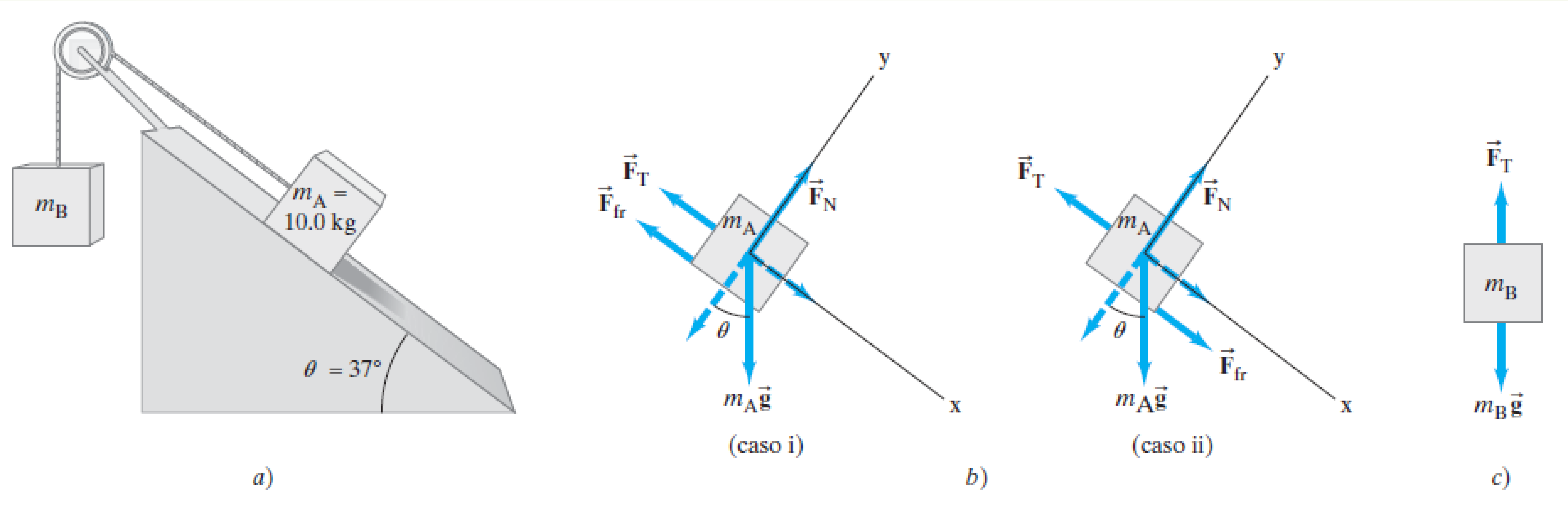
que para $\theta = 30°$ queda

$$\mu_k = \tan \theta = \tan 30° = 0.58.$$





Ejemplo:



Una caja de masa m_A = 10.0 kg descansa sobre una superficie inclinada a θ = 37° con respecto a la horizontal. La caja está conectada por una cuerda ligera, que pasa alrededor de una polea ideal (sin masa y sin fricción), a una segunda caja de masa m_B, cuelga libremente como se muestra en la figura a.

a) Si el coeficiente de fricción estática es μ_s = 0.40, determine qué rango de valores para la masa m_B mantendrá al sistema en reposo.

b) Si el coeficiente de fricción cinética es μ_k = 0.30 y m_B = 10.0 kg, determine la aceleración del sistema.

SOLUCIÓN *a*) Para ambos casos *i)* y *ii)*, la segunda ley de Newton para la dirección *y* (perpendicular al plano) es la misma:

$$F_N - m_A g \cos\theta = m_A a_y = 0$$

ya que no hay movimiento en *y*. Así que,

$$F_N = m_A g \cos\theta.$$

Ahora para el movimiento en *x*. Consideramos primero el caso *i)* para el cual $\Sigma F = ma$ nos da

$$m_A g \operatorname{sen}\theta - F_T - F_{fr} = m_A a_x.$$

Consideramos $a_x = 0$ y despejamos F_T ya que F_T está relacionada con m_B (cuyo valor es lo que estamos buscando) a través de $F_T = m_B g$. Entonces,

$$m_A g \operatorname{sen}\theta - F_{fr} = F_T = m_B g.$$

Despejamos m_B e igualamos F_{fr} a su valor máximo $\mu_s F_N = \mu_s m_A g \cos\theta$ para encontrar el valor mínimo que puede tener m_B para impedir el movimiento ($a_x = 0$): ($a_x = 0$):

$$\begin{aligned} m_B &= m_A \operatorname{sen}\theta - \mu_s m_A \cos\theta \\ &= (10.0\,\text{kg})(\operatorname{sen} 37^\circ - 0.40 \cos 37^\circ) = 2.8\,\text{kg}. \end{aligned}$$

Así, si $m_B < 2.8$ kg, entonces la caja A se deslizará hacia abajo por el plano inclinado. Ahora para el caso *ii)* en la figura b, la caja A tiende a moverse *hacia arriba* del plano inclinado. La segunda ley de Newton queda

$$m_A g \operatorname{sen}\theta + F_{fr} - F_T = m_A a_x = 0.$$

Entonces, el valor máximo que puede tener m_B sin producir aceleración está dado por

$$F_T = m_B g = m_A g \operatorname{sen}\theta + \mu_s m_A g \cos\theta$$

o bien,

$$\begin{aligned} m_B &= m_A \operatorname{sen}\theta + \mu_s m_A \cos\theta \\ &= (10.0\,\text{kg})(\operatorname{sen} 37^\circ + 0.40 \cos 37^\circ) = 9.2\,\text{kg}. \end{aligned}$$

Así, para impedir el movimiento, tenemos la condición

$$2.8\,\text{kg} < m_B < 9.2\,\text{kg}.$$

(*b*) Si $m_B = 10.0$ kg y $\mu_k = 0.30$, entonces m_B bajará y m_A subirá por el plano (caso *ii*). Para encontrar la aceleración *a*, utilizamos $\Sigma F = ma$ para la caja A:

$$m_A a = F_T - m_A g \operatorname{sen}\theta - \mu_k F_N.$$

Como m_B acelera hacia abajo, la segunda ley de Newton aplicada a la caja B (figura c) nos indica que $m_B a = m_B g - F_T$, o $F_T = m_B g - m_B a$, y sustituimos esto en la ecuación anterior:

$$m_A a = m_B g - m_B a - m_A g \operatorname{sen}\theta - \mu_k F_N.$$

Despejamos la aceleración *a* y sustituimos $F_N = m_A g \cos\theta$, y luego $m_A = m_B = 10.0$ kg, para encontrar

$$\begin{aligned} a &= \frac{m_B g - m_A g \operatorname{sen}\theta - \mu_k m_A g \cos\theta}{m_A + m_B} \\ &= \frac{(10.0\,\text{kg})(9.80\,\text{m/s}^2)(1 - \operatorname{sen} 37^\circ - 0.30 \cos 37^\circ)}{20.0\,\text{kg}} \\ &= 0.079g = 0.78\,\text{m/s}^2. \end{aligned}$$