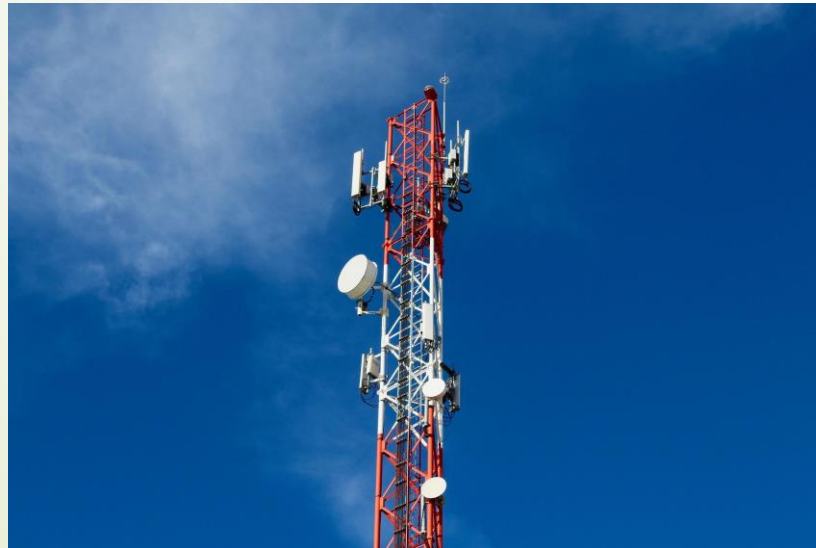


Física I

Ondas mecánicas



➤ **Movimiento ondulatorio:**



Pregunta inicial:

Se lanza una piedra hacia un estanque y las olas se dispersan en círculos:

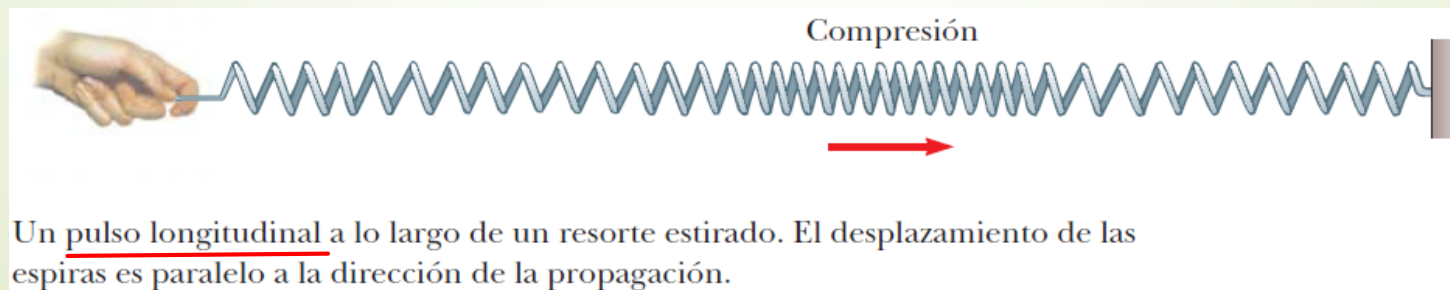
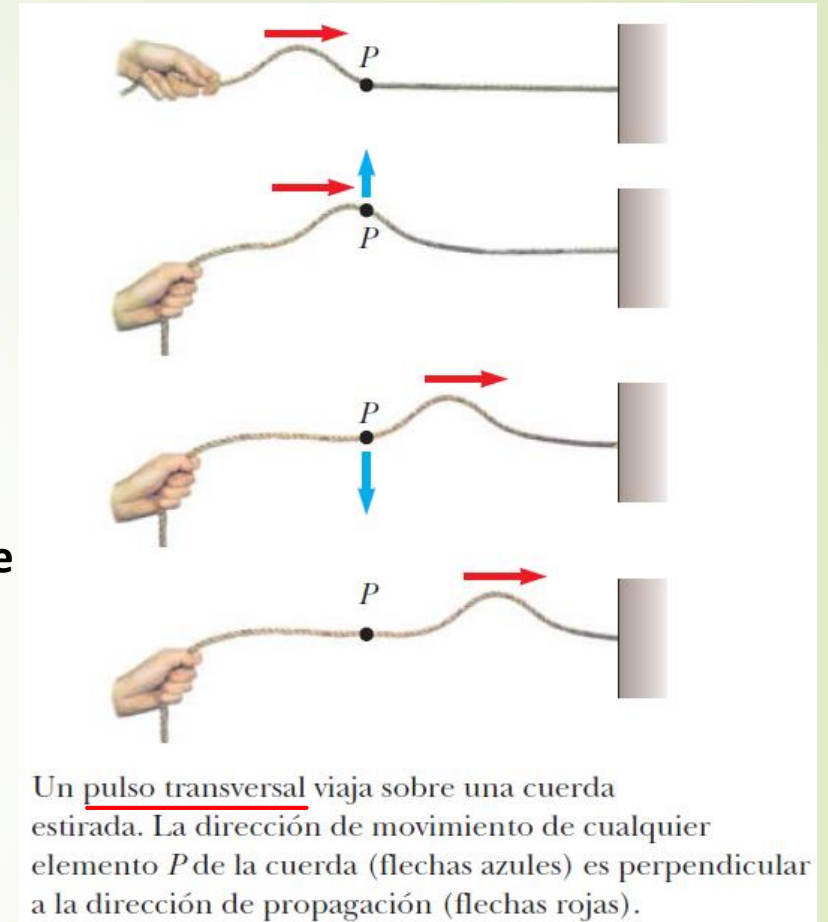
- a)** Las ondas llevan agua hacia fuera, alejándose del punto donde cayó la piedra. El agua en movimiento transporta energía hacia fuera.
- b)** Las ondas sólo hacen que el agua se mueva arriba y abajo. No se transporta energía hacia fuera desde el sitio donde cayó la piedra.
- c)** Las ondas sólo hacen que el agua se mueva arriba y abajo, pero las ondas sí transportan energía hacia fuera, alejándose del sitio donde cayó la piedra.



➤ Propagación de una perturbación:

Todas las ondas mecánicas requieren:

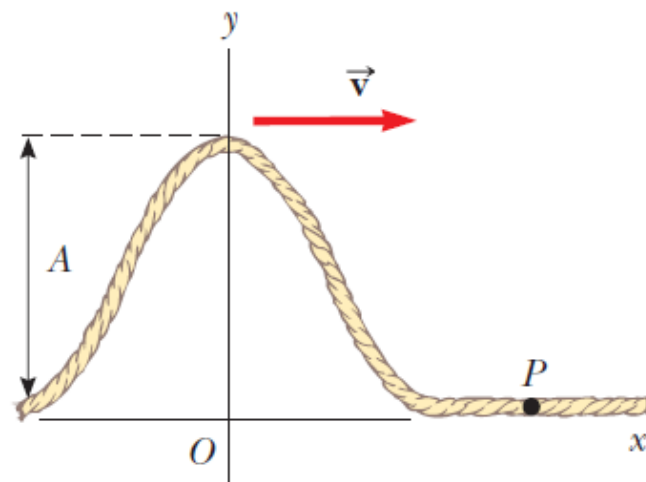
- 1) alguna fuente de perturbación
- 2) un medio que contenga elementos que sean factibles de perturbación
- 3) algún mecanismo físico a partir del cual los elementos del medio puedan influirse mutuamente



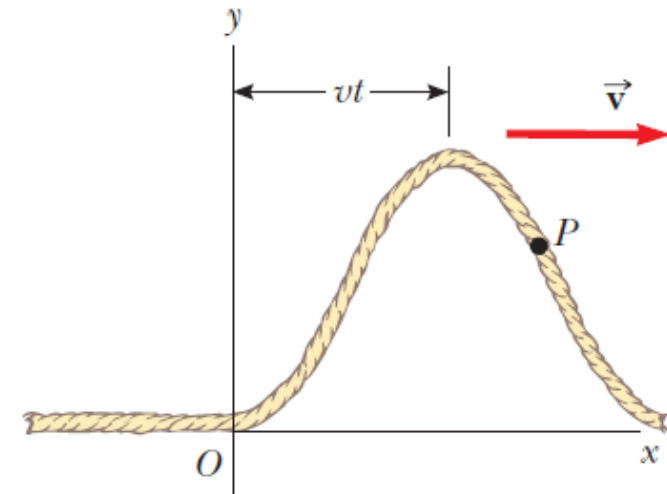
Una onda viajera o pulso que hace que los elementos del medio perturbado se muevan perpendiculares a la dirección de propagación se llama **onda transversal**.

Una onda viajera o pulso que mueve a los elementos del medio en paralelo a la dirección de propagación se llama **onda longitudinal**.

Descripción matemática de un pulso:

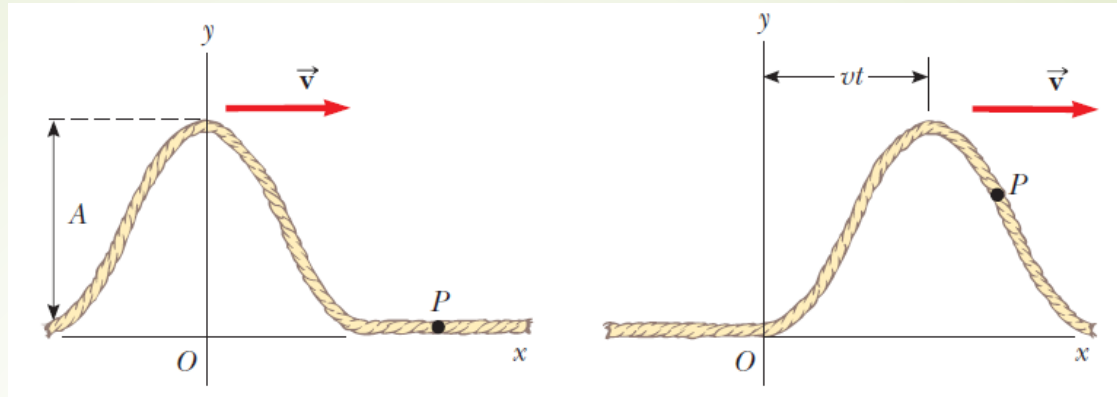


a) Pulso en $t = 0$



b) Pulso en el tiempo t

Un pulso unidimensional que viaja hacia la derecha con una rapidez v . a) En $t = 0$, la forma del pulso se conoce por $y = f(x)$. b) En algún tiempo posterior t , la forma permanece invariable y la posición vertical de un elemento del medio en cualquier punto P se conoce por $y = f(x - vt)$.



$$y(x, 0) = f(x)$$

$$x \Rightarrow x - vt$$

$$y(x, t) = y(x - vt, 0)$$

Pulso que se desplaza hacia la derecha ($x > 0$):

$$y(x, t) = f(x - vt)$$

Pulso que se desplaza hacia la izquierda ($x < 0$):

$$y(x, t) = f(x + vt)$$

La función de onda $y(x, t)$ representa la coordenada y , la posición transversal, de cualquier elemento ubicado en la posición x en cualquier tiempo t .

EJEMPLO

Un pulso que se mueve hacia la derecha

Un pulso que se mueve hacia la derecha a lo largo del eje x se representa mediante la función de onda

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3.0t)^2 + 1}$$

donde x y y se miden en centímetros y t en segundos. Encuentre expresiones para la función de onda en $t = 0$, $t = 1.0$ s y $t = 2.0$ s.

en $t = 0$:

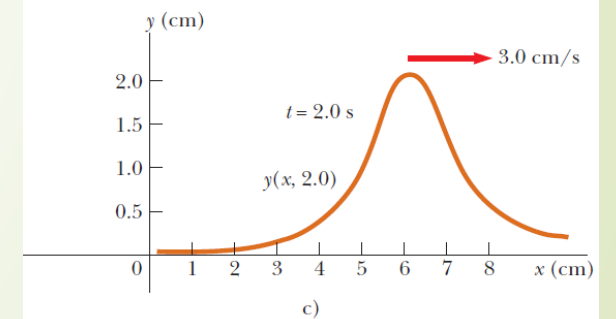
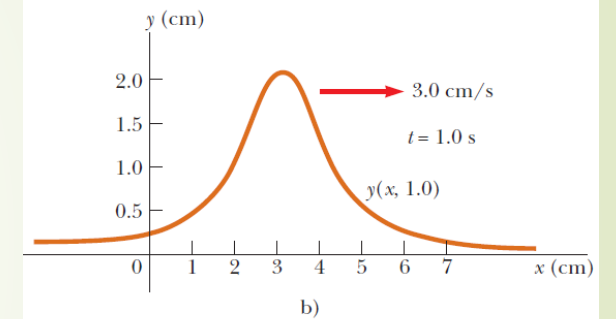
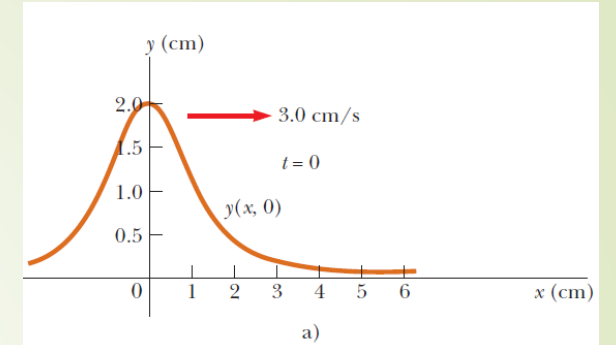
$$y(x, 0) = \frac{2}{x^2 + 1}$$

en $t = 1.0$ s:

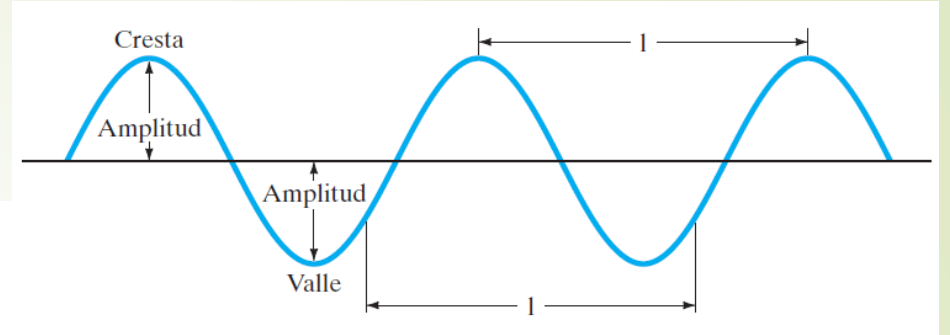
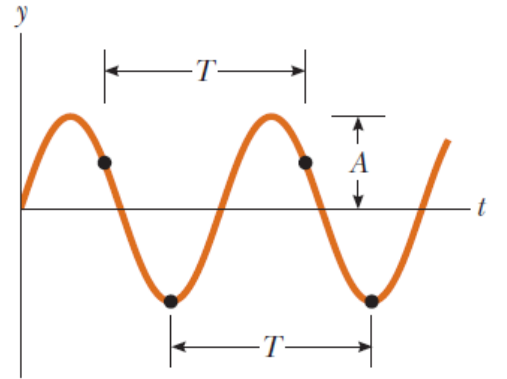
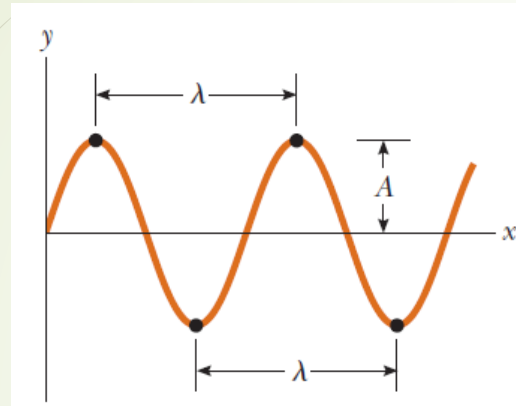
$$y(x, 1.0) = \frac{2}{(x - 3.0)^2 + 1}$$

en $t = 2.0$ s:

$$y(x, 2.0) = \frac{2}{(x - 6.0)^2 + 1}$$



➤ **Onda progresiva (sinusoidal periódica):**



La distancia de una cresta a la siguiente se llama **longitud de onda λ** . De manera mas general, **la longitud de onda es la distancia mínima entre dos puntos cualesquiera en ondas adyacentes**.

Si se cuenta el numero de segundos entre las llegadas de dos crestas adyacentes en un punto determinado en el espacio, debe medir el **periodo T** de las ondas. En general, **el periodo es el intervalo de tiempo requerido para que dos puntos idénticos de ondas adyacentes pasen por un punto**.

La misma información a menudo se conoce por el inverso del periodo, que se llama **frecuencia f** . En general, **la frecuencia de una onda periódica es el número de crestas (o valles o cualquier otro punto en la onda) que pasa un punto determinado en un intervalo de tiempo unitario**.

$$f = \frac{1}{T}$$

Descripción matemática:

si $t = 0$

$$y(x, 0) = A \operatorname{sen} ax$$

si además $x = 0$

$$y(0, 0) = A \operatorname{sen} a(0) = 0$$

si $x = \lambda/2$

$$y\left(\frac{\lambda}{2}, 0\right) = A \operatorname{sen} \left(a \frac{\lambda}{2}\right) = 0$$

$$a\lambda/2 = \pi$$

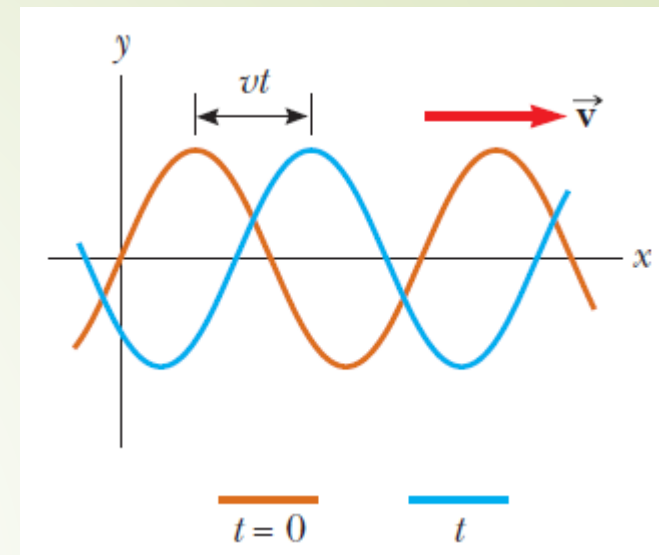
$$a = 2\pi/\lambda$$

entonces

$$y(x, 0) = A \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Finalmente:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$





Velocidad de la onda

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$$

Ecuación de la onda:

$$y = A \operatorname{sen} \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

La función de onda se expresa en una forma conveniente al definir otras dos cantidades, el **número de onda angular** k (por lo general simplemente llamado **número de onda**) y la **frecuencia angular** ω :

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$y = A \operatorname{sen} (kx - \omega t)$$

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$v = \lambda f$$

En general:

$$y = A \sin (kx - \omega t + \phi)$$

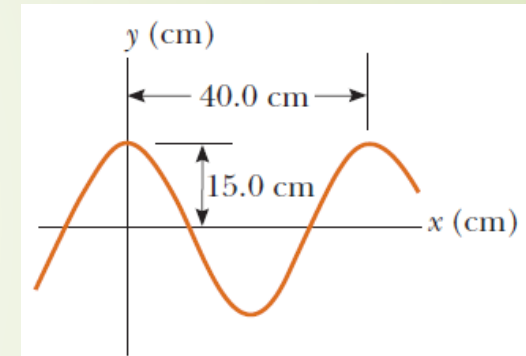
donde ϕ es la constante de fase, que se determina a partir de las condiciones iniciales.

EJEMPLO Una onda sinusoidal progresiva

Una onda sinusoidal progresiva en la dirección x positiva tiene una amplitud de 15.0 cm, longitud de onda de 40.0 cm y frecuencia de 8.00 Hz. La posición vertical de un elemento del medio en $t = 0$ y $x = 0$ también es de 15.0 cm, como se muestra en la figura.

A) Encuentre el número de onda k , periodo T , frecuencia angular ω y rapidez v de la onda.

B) Determine la constante de fase ϕ y escriba una expresión general para la función de onda.



$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{40.0 \text{ cm}} = 0.157 \text{ rad/cm}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8.00 \text{ s}^{-1}} = 0.125 \text{ s}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(8.00 \text{ s}^{-1}) = 50.3 \text{ rad/s}$$

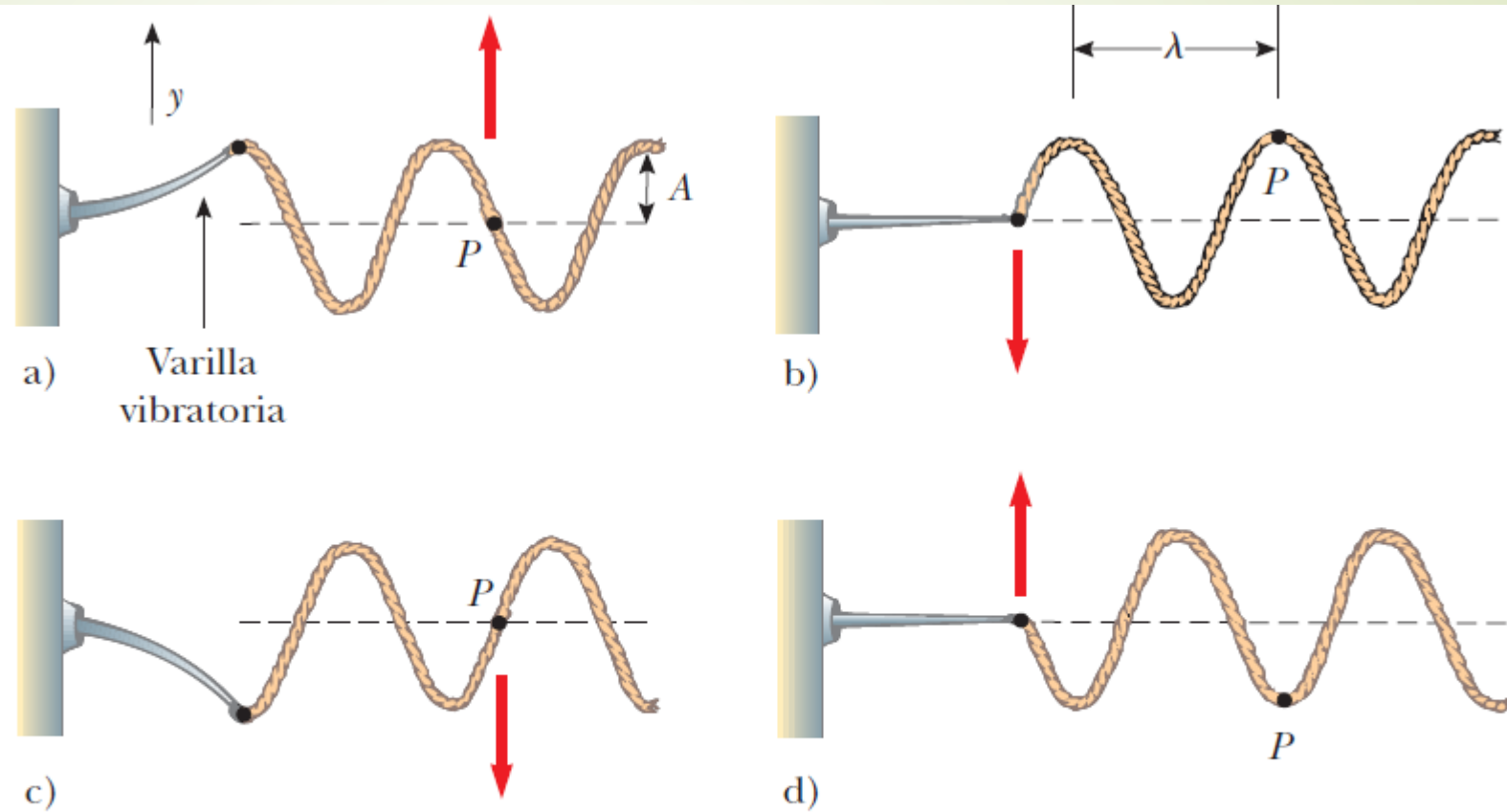
$$v = \lambda f = (40.0 \text{ cm})(8.00 \text{ s}^{-1}) = 320 \text{ cm/s}$$

$$15.0 = (15.0) \sin \phi \rightarrow \sin \phi = 1 \rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$y = A \sin \left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = A \cos (kx - \omega t)$$

$$y = (15.0 \text{ cm}) \cos (0.157x - 50.3t)$$

Ondas en cuerdas:



Un método para producir una onda sinusoidal sobre una cuerda. El extremo izquierdo de la cuerda se conecta a una varilla que se pone a oscilar. Cualquier elemento de la cuerda, como el que se encuentra en el punto P , oscila con movimiento armónico simple en la dirección vertical.

Cada punto de la cuerda, para una coordenada x fija, oscila describiendo un movimiento armónico simple:

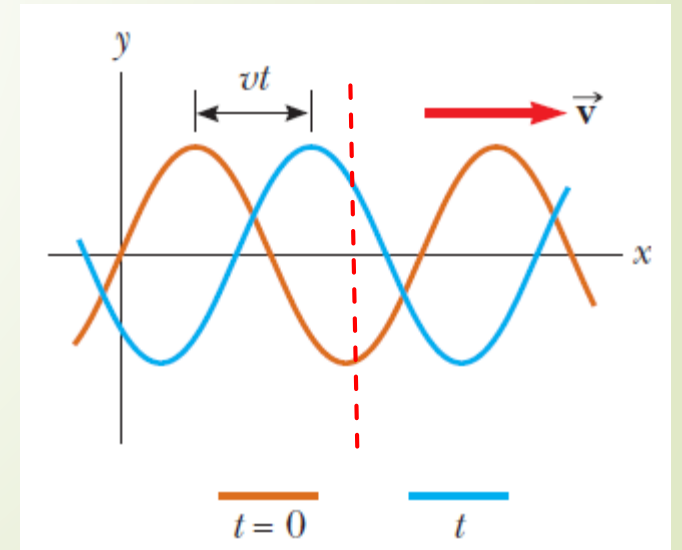
$$y = A \operatorname{sen} (kx - \omega t)$$

$$v_y = \left. \frac{dy}{dt} \right]_{x=\text{constante}} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos (kx - \omega t)$$

$$a_y = \left. \frac{dv_y}{dt} \right]_{x=\text{constante}} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \operatorname{sen} (kx - \omega t)$$

$$v_{y, \text{máx}} = \omega A$$

$$a_{y, \text{máx}} = \omega^2 A$$



Velocidad de una onda en una cuerda:

Consideramos un segmento pequeño Δs .

Fuerza resultante: $F_r = 2T \sin \theta \approx 2T\theta$

Masa por unidad de longitud: μ

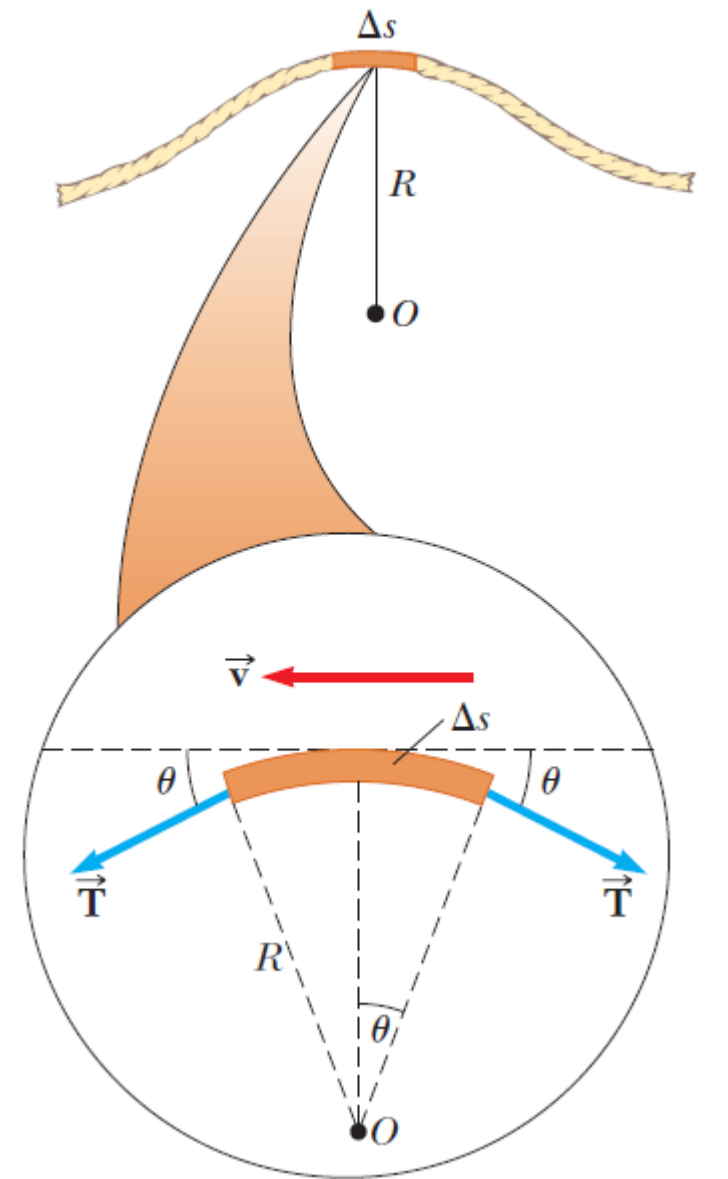
Masa del segmento: $m = \mu \Delta s$

Longitud del segmento: $\Delta s = R(2\theta)$

$$m = \mu \Delta s = 2\mu R\theta$$

$$F_r = ma = \frac{mv^2}{R}$$

$$2T\theta = \frac{2\mu R\theta v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



➤ **Energía de una onda:**

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2$$

$$dK = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2$$

$$dK = \frac{1}{2}\mu[-\omega A \cos(kx - \omega t)]^2 dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t) dx$$

Para $t = 0$ se tiene:

$$dK = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx) dx$$

Integrando x (entre 0 y λ):

$$\begin{aligned} K_\lambda &= \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \cos^2(kx) dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \int_0^\lambda \cos^2(kx) dx \\ &= \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{4k} \sin 2kx \right]_0^\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \left[\frac{1}{2}\lambda \right] = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2 \lambda \end{aligned}$$

Energía potencial:

$$U_{\lambda} = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2\lambda$$

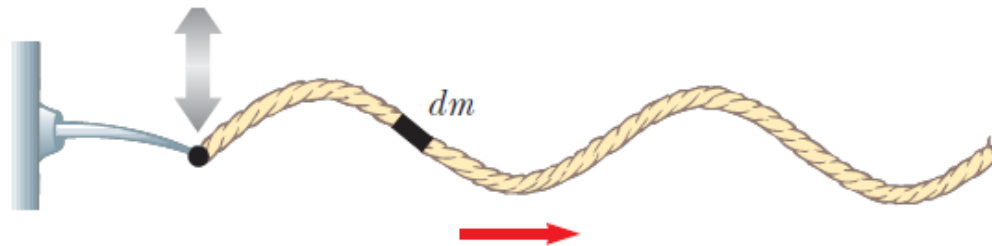
Energía total:

$$E_{\lambda} = U_{\lambda} + K_{\lambda} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\lambda$$

Potencia:

$$\mathcal{P} = \frac{T_{\text{OM}}}{\Delta t} = \frac{E_{\lambda}}{T} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \left(\frac{\lambda}{T} \right)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$



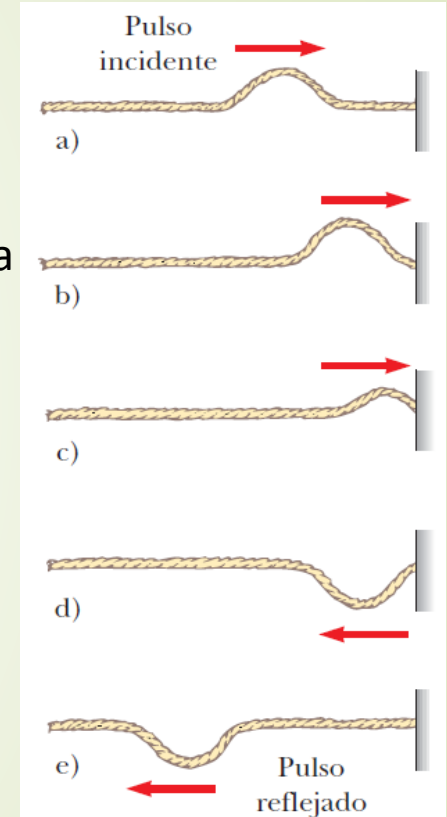
Una onda sinusoidal que viaja a lo largo del eje x sobre una cuerda estirada. Todo elemento de la cuerda se mueve verticalmente y todo elemento tiene la misma energía total.

➤ Reflexión y transmisión:

El modelo de onda progresiva describe ondas que viajan a través de un medio uniforme sin interactuar con algo más en el camino. Ahora se considerará como una onda progresiva es afectada cuando encuentra un cambio en el medio.

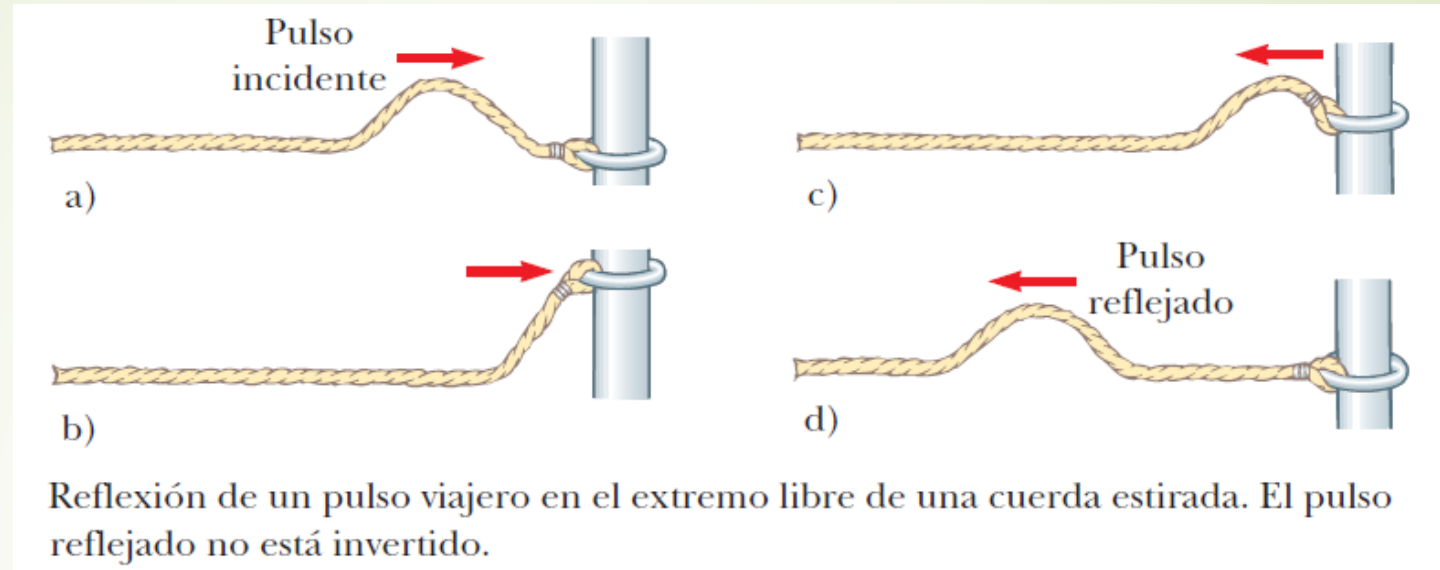
Cuando el pulso alcanza el soporte, se presenta un cambio severo en el medio: la cuerda termina. Como resultado, el pulso experimenta **reflexión**; es decir, el pulso se mueve de regreso a lo largo de la cuerda en la dirección opuesta.

Notar que el pulso reflejado está *invertido*. Esta inversión se explica del modo siguiente: cuando el pulso alcanza el extremo fijo de la cuerda, esta produce una fuerza hacia arriba sobre el soporte. Por la tercera ley de Newton, el soporte debe ejercer sobre la cuerda una fuerza de igual magnitud y con dirección opuesta (hacia abajo). Esta fuerza hacia abajo hace que el pulso se invierta en la reflexión.



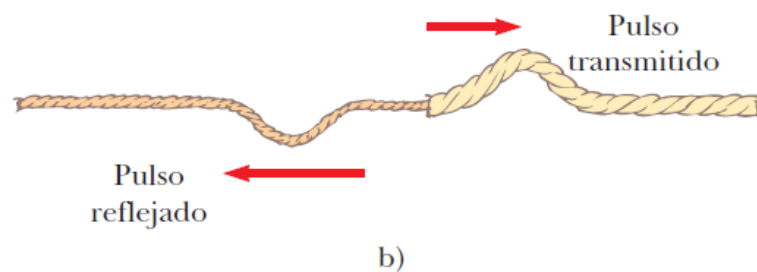
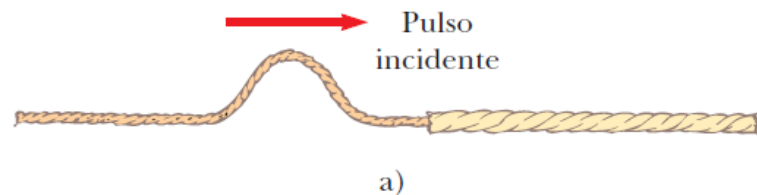
Reflexión de un pulso viajero en el extremo fijo de una cuerda estirada. El pulso reflejado está invertido, pero su forma no cambia.

Pongamos ahora un extremo “móvil”:



Ahora el pulso llega al final de una cuerda que es libre de moverse verticalmente. La tensión en el extremo libre se mantiene porque la cuerda está amarrada a un anillo de masa despreciable que tiene libertad para deslizarse verticalmente sobre un poste uniforme sin fricción. De nuevo, el pulso se refleja, pero esta vez no se invierte. Cuando llega al poste, el pulso ejerce una fuerza sobre el extremo libre de la cuerda, lo que hace que el anillo acelere hacia arriba. El anillo se eleva tan alto como el pulso entrante, y luego la componente hacia abajo de la fuerza de tensión empuja el anillo de vuelta hacia abajo. Este movimiento del anillo produce un pulso reflejado que no se invierte y que tiene la misma amplitud que el pulso entrante.

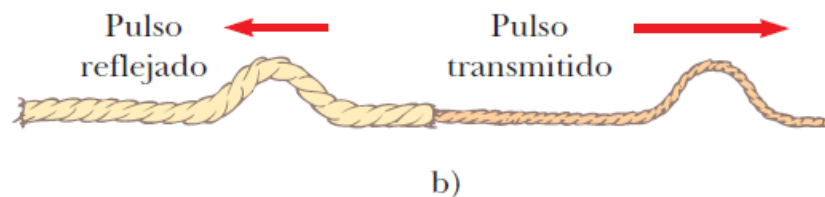
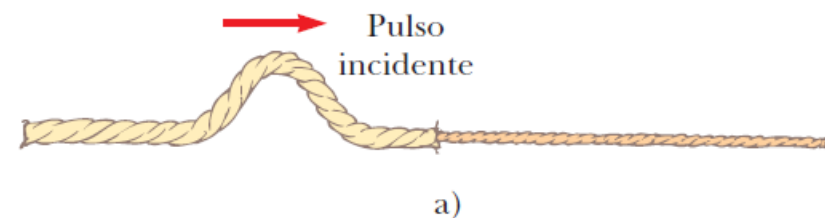
Cambio de “medio” de propagación:



a) Pulso que viaja a la derecha sobre una cuerda ligera unida a una cuerda más pesada. b) Parte del pulso incidente se refleja (e invierte) y parte se transmite a la cuerda más pesada.

→ de menor masa por unidad de longitud a mayor masa por unidad de longitud

de mayor masa por unidad de longitud a menor masa por unidad de longitud ←



a) Pulso que viaja hacia la derecha sobre una cuerda pesada unida a una cuerda más ligera. b) El pulso incidente tiene un reflejo parcial y se transmite en partes, y el pulso reflejado no se invierte.