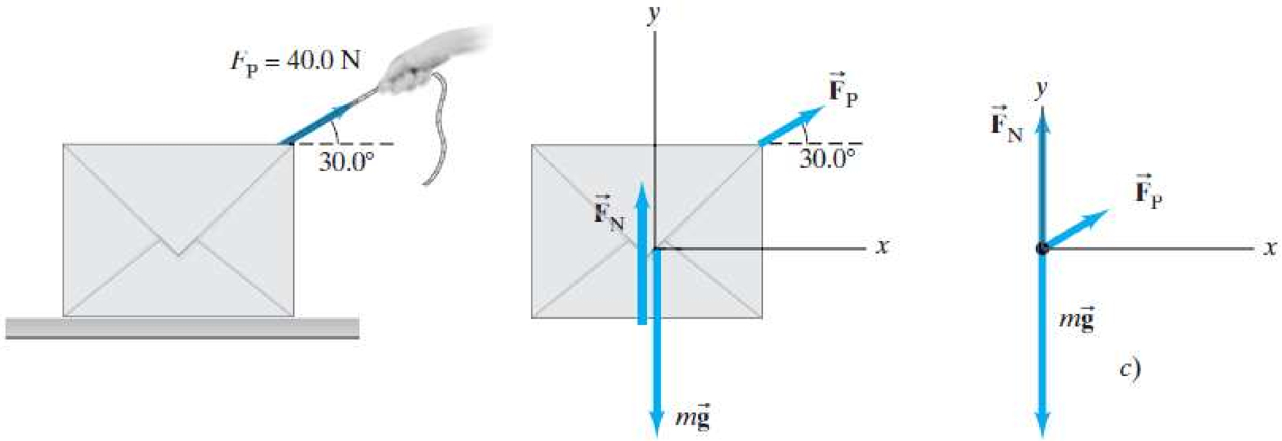
Estática (traslación): Primera condición de equilibrio

Considerando sólo el **movimiento traslacional**, podemos dibujar las fuerzas que actúan sobre el objeto como si actuaran en el centro del objeto, lo que significa **tratar el objeto como si fuera una partícula puntual**.



“Una partícula está en equilibrio —es decir, no tiene aceleración— en un marco de referencia inercial si la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre ella es cero”

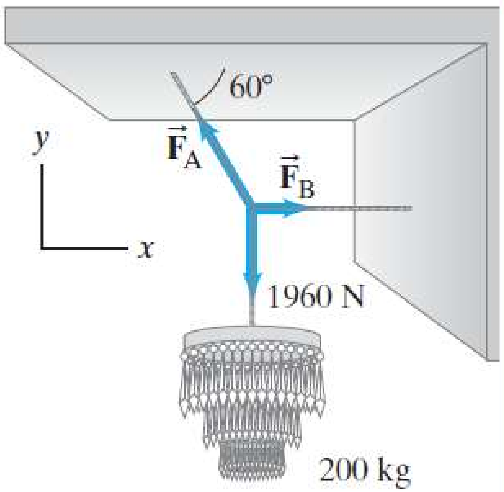
$$\sum \vec{F} = 0$$

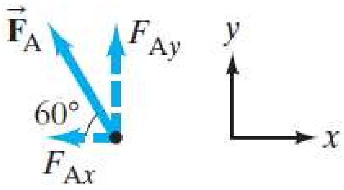
$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$

Trataremos principalmente con **fuerzas que actúan en un plano** (coplanares), así que por lo general sólo necesitaremos las componentes x y y.

Debemos recordar que, si la componente de una fuerza particular apunta a lo largo de los ejes negativos x o y, debe tener signo negativo

Ejemplo:





SOLUCIÓN Primero descomponemos $\vec{\mathbf{F}}_A$ en sus componentes horizontal (x) y vertical (y). Aunque no conocemos el valor de F_A, podemos escribir $F_{Ax} = -F_A \cos 60°$ y $F_{Ay} = F_A$ sen 60°. $\vec{\mathbf{F}}_B$ tiene sólo una componente x. En la dirección vertical, tenemos la fuerza hacia abajo ejercida por la cuerda vertical que es igual al peso del candelabro = (200 kg)(g) y la componente vertical de $\vec{\mathbf{F}}_A$ hacia arriba:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_A \text{ sen } 60° - (200\text{ kg})(g) = 0$$

por lo que

$$F_A = \frac{(200\text{ kg})g}{\text{sen } 60°} = (231\text{ kg})g = 2260\text{ N}.$$

En la dirección horizontal, con $\Sigma F_x = 0$,

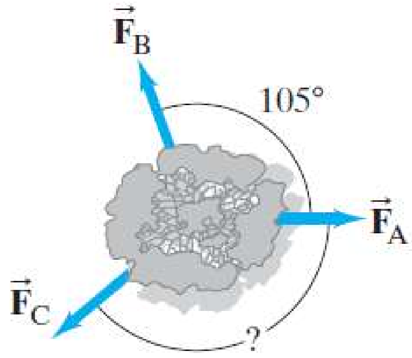
$$\Sigma F_x = F_B - F_A \cos 60° = 0.$$

Entonces,

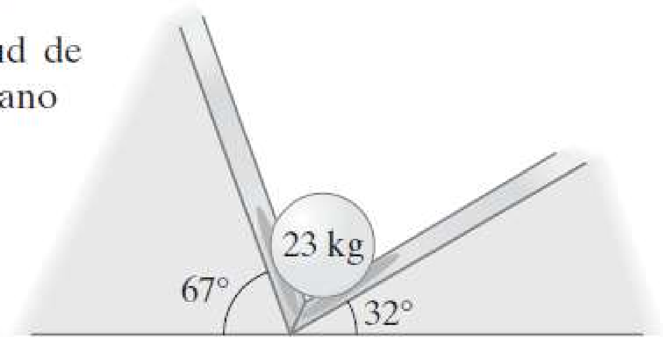
$$F_B = F_A \cos 60° = (231\text{ kg})(g)(0.500) = (115\text{ kg})g = 1130\text{ N}.$$

Las magnitudes de $\vec{\mathbf{F}}_A$ y $\vec{\mathbf{F}}_B$ determinan la resistencia de la cuerda o el alambre que debe usarse. En este caso, el alambre debe ser capaz de resistir más de 230 kg.

Se aplican tres fuerzas a un árbol joven, como se muestra en la figura, para estabilizarlo. Si $\vec{\mathbf{F}}_A = 385\ \mathrm{N}$ y $\vec{\mathbf{F}}_B = 475\ \mathrm{N}$, encuentre $\vec{\mathbf{F}}_C$ en magnitud y dirección.



Una esfera de 23 kg descansa entre dos planos suaves, como se observa en la figura
Determine la magnitud de la fuerza que cada plano ejerce sobre la esfera.



Centro de masa (partículas puntuales):

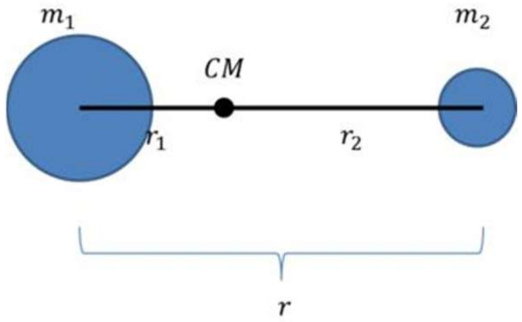
Supongamos que tenemos varias partículas con masas m_1, m_2, etc. Las coordenadas de m_1 son (x_1, y_1), las de m_2, (x_2, y_2), y así sucesivamente.

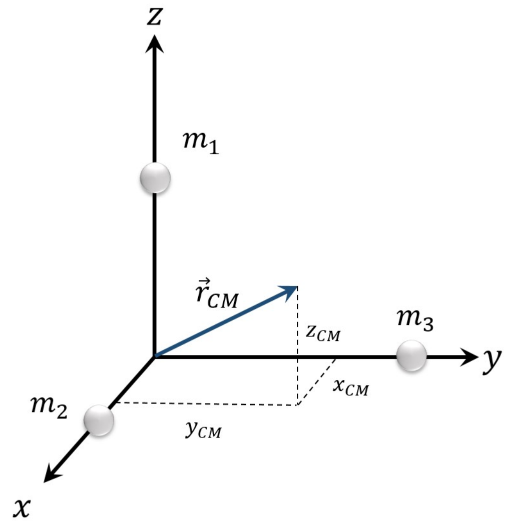
Definimos el **centro de masa del sistema** como el punto con coordenadas (x_{cm}, y_{cm}) dadas por:

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \qquad \text{(centro de masa)}$$

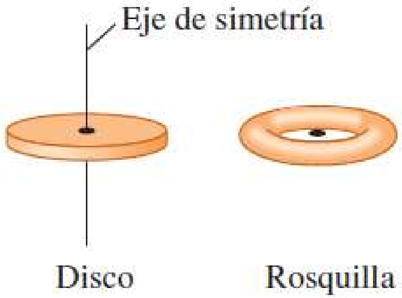
$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \qquad \text{(centro de masa)}$$





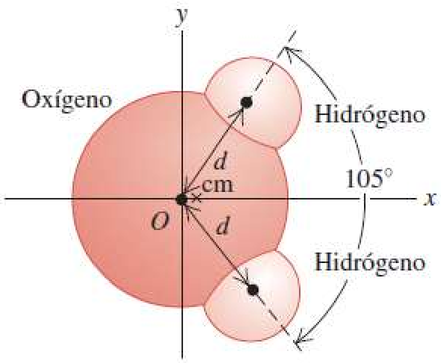
Localización del centro de masa de un objeto simétrico.

Si un objeto homogéneo tiene un centro geométrico, es ahí donde se localiza el centro de masa.



Si un objeto tiene un eje de simetría, el centro de masa estará a lo largo de éste. El centro de masa no siempre está dentro del objeto, como en el caso de una rosquilla.

¿Dónde está el centro de masa de una molécula de agua?



$$d = 9.57 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

$$x_{cm} = 6.5 \times 10^{-12}\ \text{m}$$

Movimiento del centro de masa:

$$v_{\text{cm-}x} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$

$$v_{\text{cm-}y} = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$

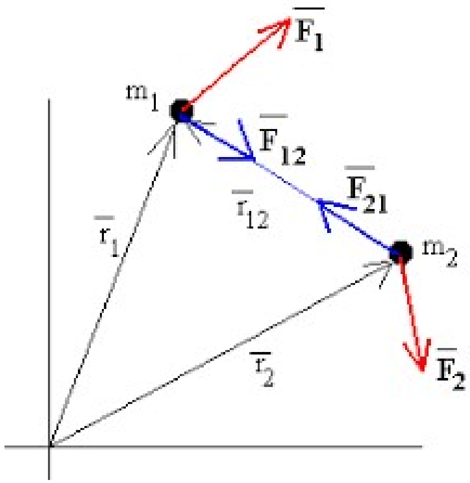
$$\vec{v}_{\text{cm}} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$

$$M\vec{a}_{\text{cm}} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + m_3 \vec{a}_3 + \cdots$$

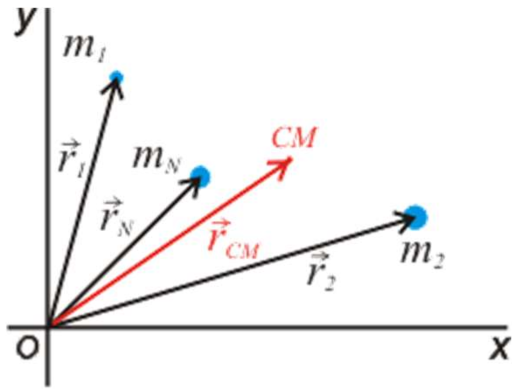
$$\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} + \sum \vec{F}_{\text{int}} = M\vec{a}_{\text{cm}}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{int}} = 0$$

$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = M\vec{a}_{\text{cm}}$ (cuerpo o conjunto de partículas)



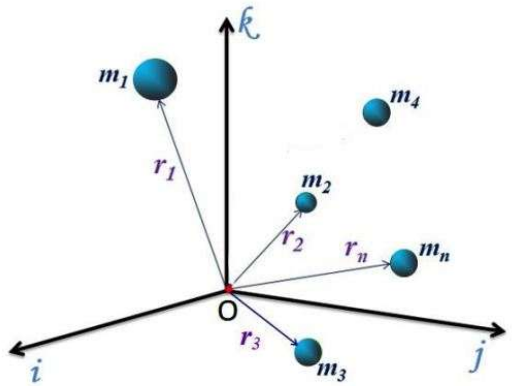
Centro de gravedad:

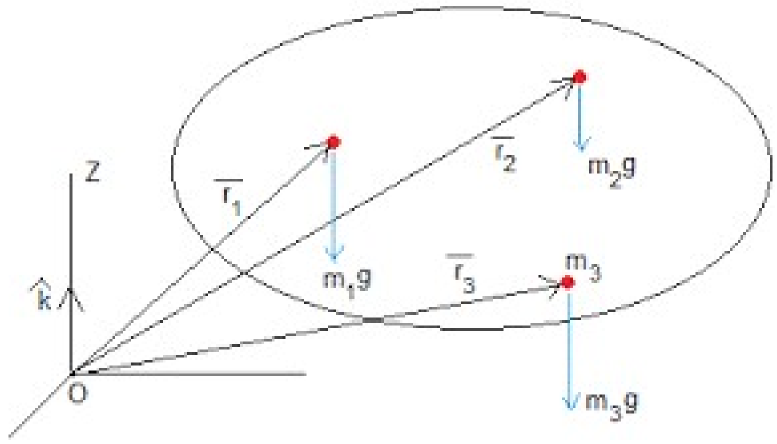


$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Si en lugar de la masa utilizamos el peso, obtenemos el centro de gravedad.

Pero… ¿Qué pasaría si el campo gravitatorio no fuera uniforme?



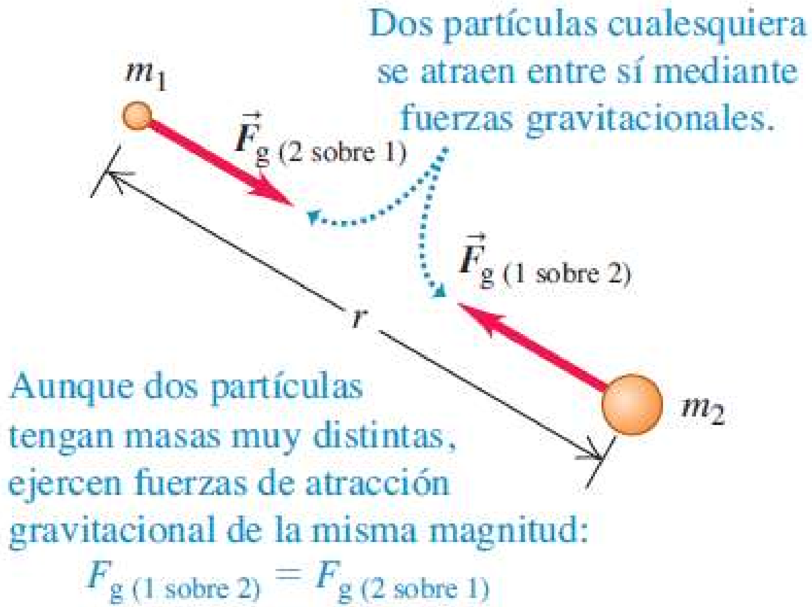


Ley de Newton de gravitación:

Toda partícula de materia en el Universo atrae a todas las demás partículas con una fuerza directamente proporcional al producto de las masas de las partículas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad \text{(ley de la gravitación)}$$

$$G = 6.6742(10) \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$$

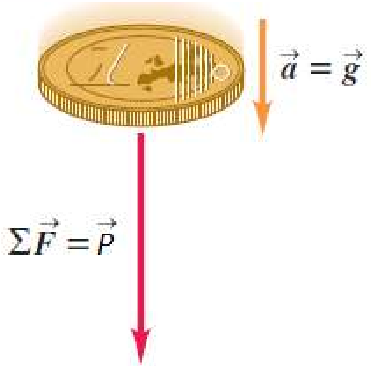


Peso de un cuerpo:

El peso de un cuerpo es la fuerza gravitacional total ejercida sobre él por todos los demás cuerpos del Universo.

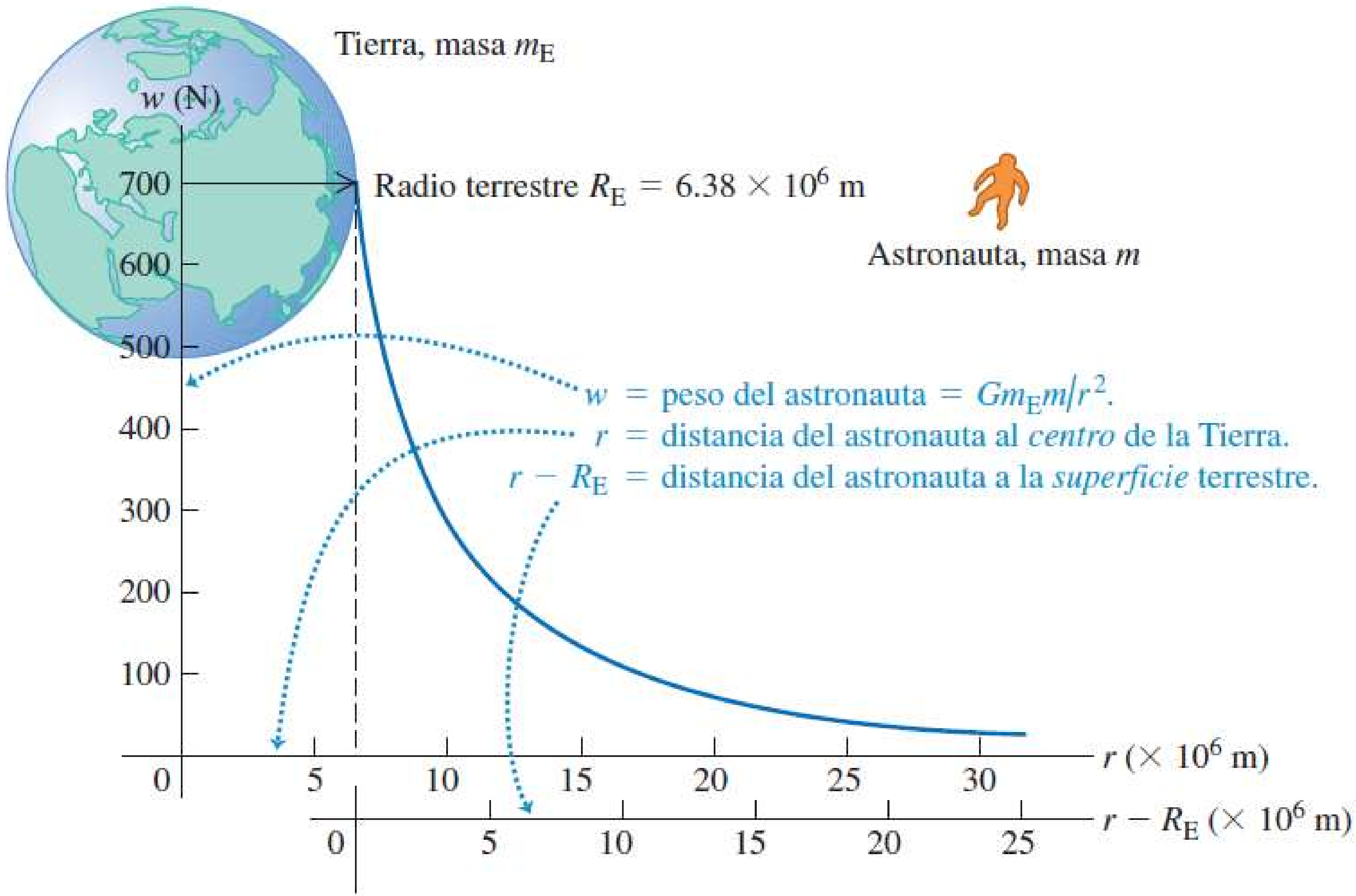
$$F_g = \frac{G m_E m}{R_E^2} \quad \text{(peso de un cuerpo de masa } m \text{ en la superficie terrestre)}$$

$$g = \frac{G m_E}{R_E^2} \quad \text{(aceleración debida a la gravedad en la superficie terrestre)}$$



$R_E = 6380\text{ km} = 6.38 \times 10^6\text{ m}$ y $g = 9.80\text{ m/s}^2$

$$m_E = \frac{g R_E^2}{G} = 5.98 \times 10^{24}\text{ kg}$$



Tierra, masa m_E
w (N)
700
600
500
400
300
200
100
0
Radio terrestre $R_E = 6.38 \times 10^6$ m
Astronauta, masa m
w = peso del astronauta = Gm_Em/r^2.
r = distancia del astronauta al *centro* de la Tierra.
$r - R_E$ = distancia del astronauta a la *superficie* terrestre.
5 10 15 20 25 30
r ($\times 10^6$ m)
0 5 10 15 20 25
$r - R_E$ ($\times 10^6$ m)