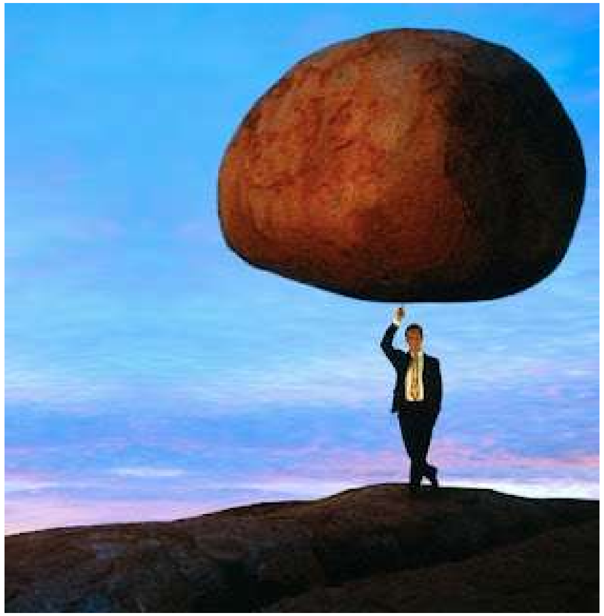
Energía potencial:

En muchas situaciones, parece que se almacena energía en un sistema para recuperarse después. Por ejemplo, hay que efectuar trabajo para levantar una roca pesada sobre la cabeza. Parece razonable que, al levantar la roca en el aire, se está almacenando energía en el sistema, la cual se convierte después en energía cinética al dejar caer la roca.



Este ejemplo señala a la idea de una energía asociada con la *posición* de los cuerpos en un sistema. Este tipo de energía es una medida del *potencial* o *posibilidad* de efectuar trabajo.

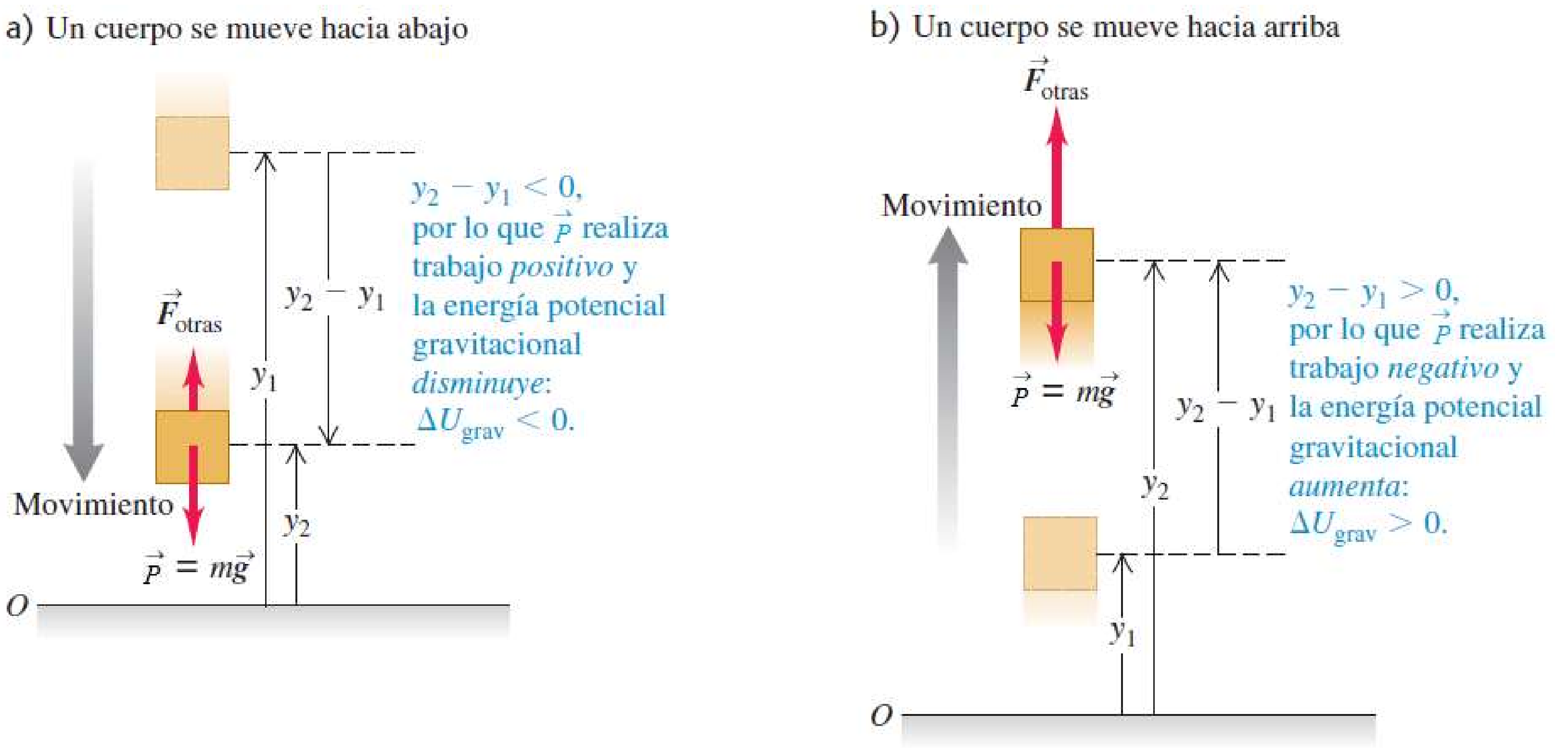
Al levantar una roca, existe la posibilidad de que la fuerza de gravitación realice trabajo sobre ella, pero sólo si la roca se deja caer al suelo.

Por ello, la energía asociada con la posición se llama **energía potencial**.

Lo dicho sugiere que hay energía potencial asociada al peso de un cuerpo y a su altura sobre el suelo: la ***energía potencial gravitacional***

Considere ahora sistemas de dos o mas **partículas u objetos** que **interactúan a través de una fuerza que es *interna* al sistema**

¿Cuál es el sistema?



$$\boxed{W_{grav} = Fs = P(y_1 - y_2) = mgy_1 - mgy_2}$$

Llamamos con U_{grav} (o con E_p) a la **energía potencial gravitatoria**

$$U_{\text{grav}} = mgy \qquad \text{(energía potencial gravitacional)}$$

y con ΔU_{grav} a su variación entre dos posiciones (o coordenadas):

$$\Delta U_{\text{grav}} = U_{\text{grav},2} - U_{\text{grav},1}$$

$$W_{\text{grav}} = mgy_1 - mgy_2$$

$$\boxed{W_{\text{grav}} = U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2} = -(U_{\text{grav},2} - U_{\text{grav},1}) = -\Delta U_{\text{grav}}}$$

El signo negativo de ΔU_{grav} es *fundamental.* Cuando el cuerpo sube, la coordenada y aumenta, el trabajo realizado por la gravedad es negativo y la energía potencial gravitacional aumenta ($\Delta U_{grav} > 0$).

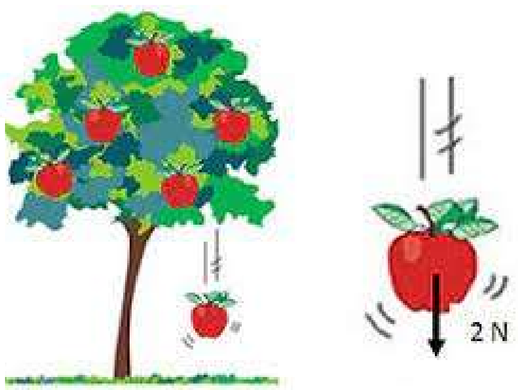
Si el cuerpo baja, la coordenada y disminuye, la gravedad realiza trabajo positivo y la energía potencial gravitacional se reduce ($\Delta U_{grav} < 0$).

CUIDADO **¿A qué cuerpo "pertenece" la energía potencial gravitacional?** *No* es correcto llamar a $U_{grav} = mgy$ la "energía potencial gravitacional del cuerpo", ya que la energía potencial gravitacional U_{grav} es una propiedad *compartida* del cuerpo y la Tierra. El valor de U_{grav} aumenta si la Tierra permanece fija y la altura aumenta; también aumenta si el cuerpo está fijo en el espacio y la Tierra se aleja de él. Observe que en la fórmula $U_{grav} = mgy$ intervienen características tanto del cuerpo (su masa m) como de la Tierra (el valor de g).

Conservación de la energía mecánica (solo fuerzas gravitacionales):

Supongamos que el peso de un cuerpo es la única fuerza que actúa sobre él

$$\vec{F}_{otras} = \mathbf{0}$$



$$W_{tot} = \Delta K = K_2 - K_1$$

$$W_{tot} = W_{grav} = -\Delta U_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$

$$\Delta K = -\Delta U_{grav} \qquad \text{o bien,} \qquad K_2 - K_1 = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$

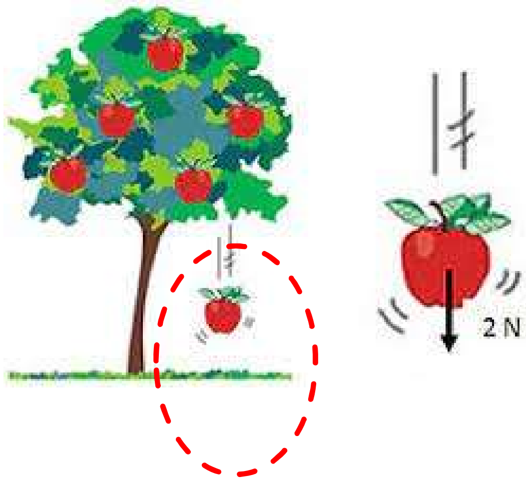
$$\boxed{K_1 + U_{grav,1} = K_2 + U_{grav,2}} \quad \text{(si sólo la gravedad realiza trabajo)}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2 \quad \text{(si sólo la gravedad realiza trabajo)}$$

Definimos como E la **energía mecánica total del sistema**

$$\boxed{E = K + U_{grav} = \text{constante}} \quad \text{(si sólo la gravedad efectúa trabajo)}$$

Si sólo la fuerza de gravedad efectúa trabajo, la energía mecánica total es constante, es decir, se conserva. Éste es nuestro primer ejemplo de la **conservación de la energía mecánica**.



Cuando realizan trabajo otras fuerzas distintas de la gravedad:

$$W_{\text{tot}} = W_{\text{grav}} + W_{\text{otras}}$$

$$W_{\text{otras}} + W_{\text{grav}} = K_2 - K_1$$

$$W_{\text{grav}} = U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2}$$

$$W_{\text{otras}} + U_{\text{grav},1} - U_{\text{grav},2} = K_2 - K_1$$

$$\boxed{K_1 + U_{\text{grav},1} + W_{\text{otras}} = K_2 + U_{\text{grav},2}}$$ (si otras fuerzas además de la gravedad efectúan trabajo)

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgy_1 + W_{\text{otras}} = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgy_2$$ (si otras fuerzas además de la gravedad efectúan trabajo)

El trabajo realizado por todas las fuerzas distintas de la fuerza gravitacional *es igual al cambio en la energía mecánica total* $\Delta E = \Delta K + \Delta U_{\text{grav}}$ *del sistema*

Ejemplo Trabajo y energía al lanzar una pelota

En el ejemplo, suponga que la mano sube 0.50 m al lanzar la pelota, la cual, al salir de la mano, tiene una velocidad hacia arriba de 20.0 m/s. Otra vez ignore la resistencia del aire. *a*) Suponiendo que su mano ejerce una fuerza constante hacia arriba sobre la pelota, calcule la magnitud de esa fuerza. *b*) Calcule la rapidez de la pelota en un punto 15.0 m arriba del punto de donde salió de la mano.

$$K_1 = 0$$

$$U_{grav,1} = mgy_1 = (0.145\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(-0.50\text{ m}) = -0.71\text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(0.145\text{ kg})(20.0\text{ m/s})^2 = 29.0\text{ J}$$

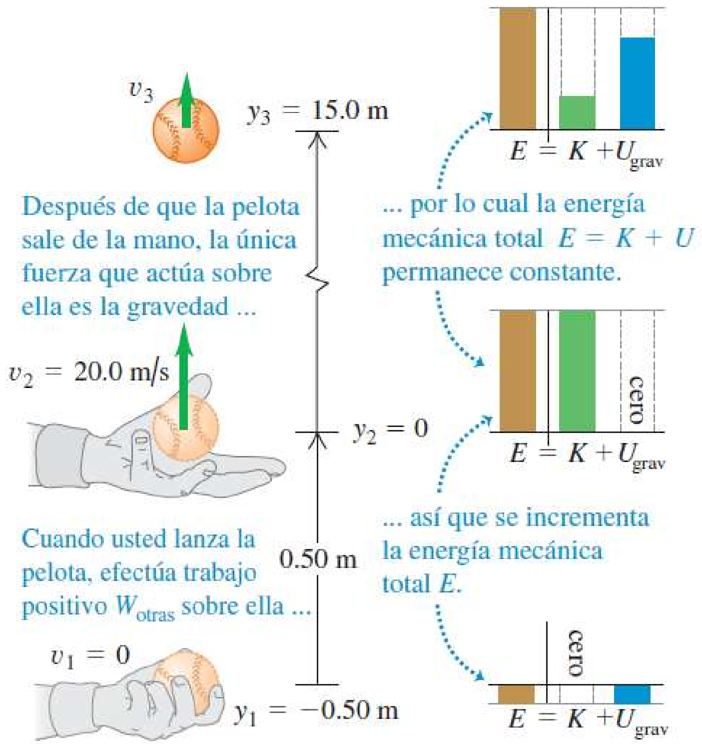
$$U_{grav,2} = mgy_2 = (0.145\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0) = 0$$

$$\begin{aligned} W_{otras} &= (K_2 - K_1) + (U_{grav,2} - U_{grav,1}) \\ &= (29.0\text{ J} - 0) + (0 - (-0.71\text{ J})) = 29.7\text{ J} \end{aligned}$$

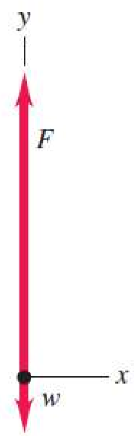
$$W_{otras} = F(y_2 - y_1)$$

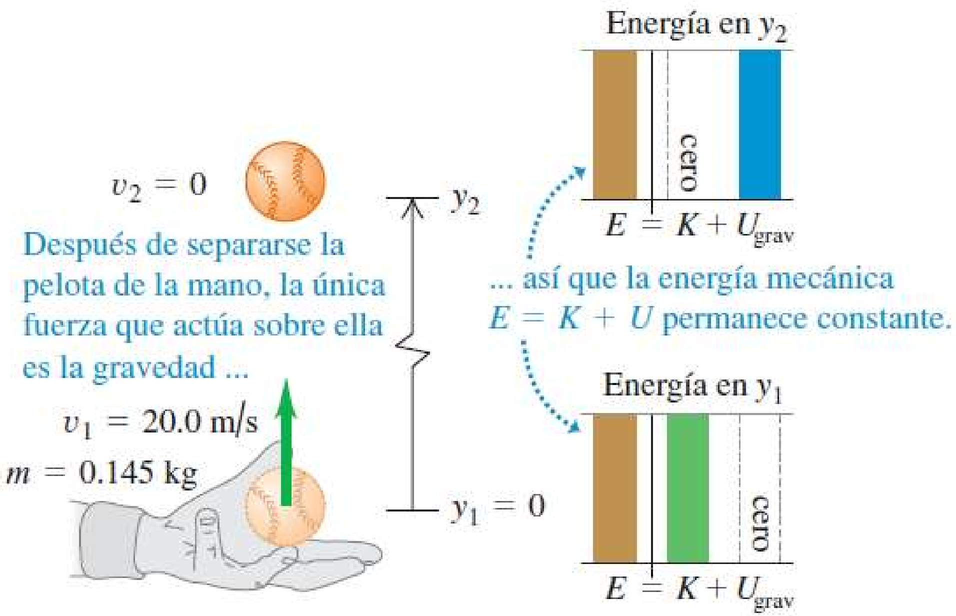
$$F = \frac{W_{otras}}{y_2 - y_1} = \frac{29.7\text{ J}}{0.50\text{ m}} = 59\text{ N}$$

a)



b)





$$W_{otras} = 0$$

$$K_2 + U_{grav,2} = K_3 + U_{grav,3}$$

$$U_{grav,3} = mgy_3 = (0.145 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(15.0 \text{ m}) = 21.3 \text{ J}$$

$$K_3 = (K_2 + U_{grav,2}) - U_{grav,3}$$

$$= (29.0 \text{ J} + 0 \text{ J}) - 21.3 \text{ J} = 7.7 \text{ J}$$

$$v_{3y} = \pm\sqrt{\frac{2K_3}{m}} = \pm\sqrt{\frac{2(7.7 \text{ J})}{0.145 \text{ kg}}} = \pm 10 \text{ m/s}$$

Energía potencial gravitatoria para una trayectoria curva:

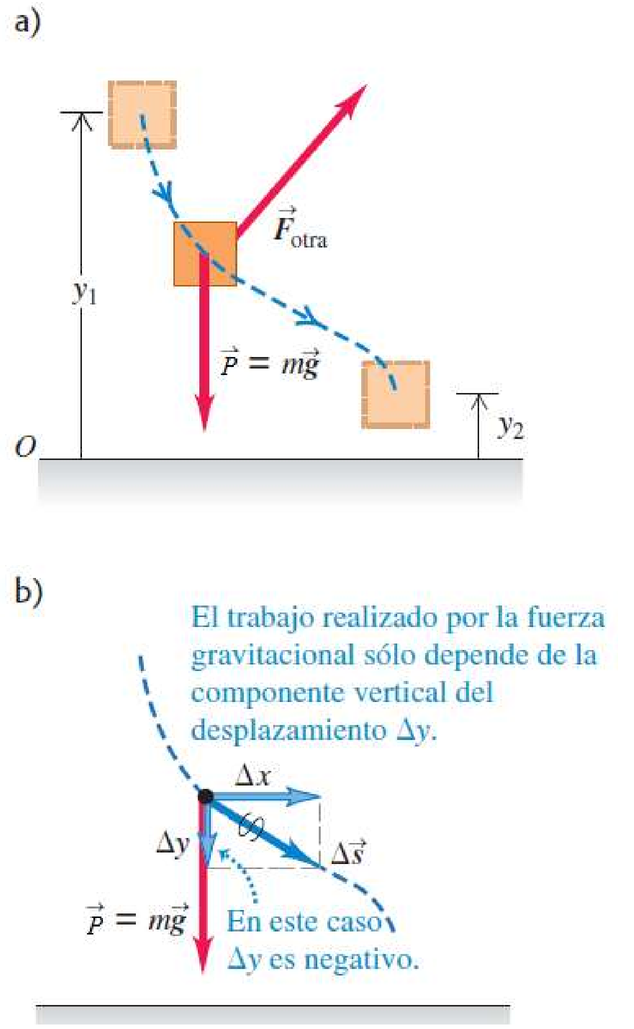
$$m\vec{g} = -mg\hat{\jmath}$$

$$\Delta\vec{s} = \Delta x\hat{\imath} + \Delta y\hat{\jmath}$$

$$\vec{P} \cdot \Delta\vec{s} = -mg\hat{\jmath} \cdot (\Delta x\hat{\imath} + \Delta y\hat{\jmath}) = -mg\Delta y$$

$$W_{grav} = -mg(y_2 - y_1) = mgy_1 - mgy_2 = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$

Si la trayectoria de un cuerpo entre dos puntos es curva, el trabajo total efectuado por la gravedad depende sólo de la diferencia de altura entre esos dos puntos.
Este trabajo no se ve afectado por ningún movimiento horizontal que pueda darse. Por lo tanto, *podemos usar la misma expresión para la energía potencial gravitacional, sea la trayectoria del cuerpo recta o curva*.



Energía potencial elástica:

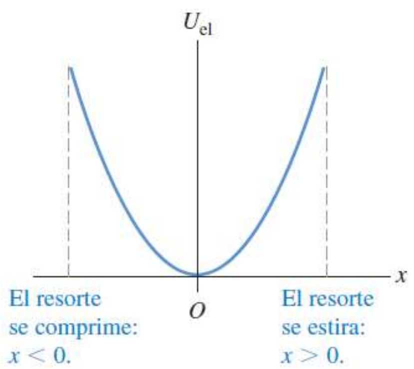
$$F = kx$$

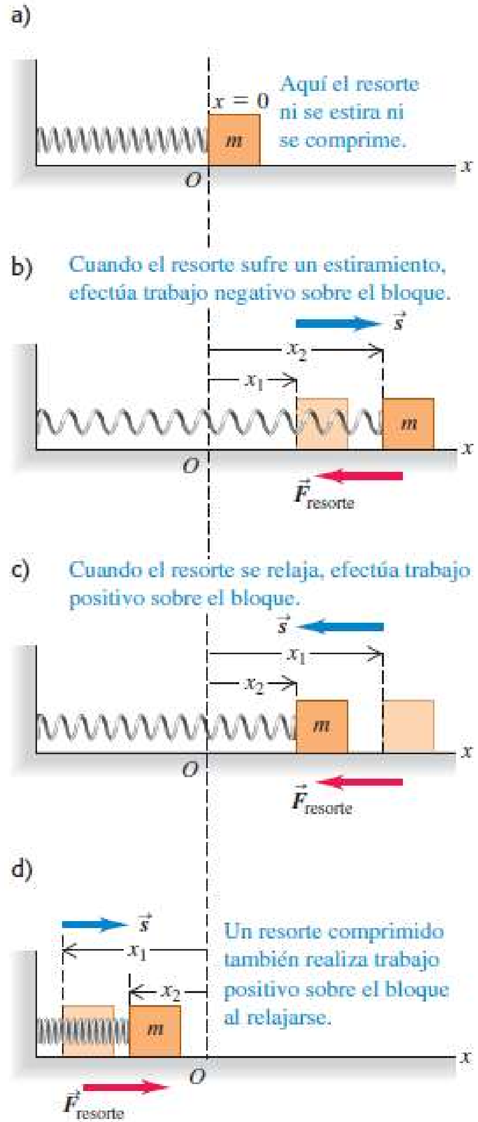
$$W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \qquad \text{(trabajo efectuado } \boxed{\textit{sobre} \text{ un resorte}}\text{)}$$

$$W_{el} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 \qquad \text{(trabajo efectuado } \boxed{\textit{por} \text{ un resorte}}\text{)}$$

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{(energía potencial elástica)}$$

$$W_{el} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 = U_{el,1} - U_{el,2} = -\Delta U_{el}$$





CUIDADO **Energía potencial gravitacional contra energía potencial elástica** Una diferencia importante entre la energía potencial gravitacional $U_{grav} = mgy$ y la energía potencial elástica $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$ es que *no* tenemos la libertad de elegir $x = 0$ donde queramos. Para que sea congruente con la ecuación, $x = 0$ *debe* ser la posición donde el resorte no está ni estirado ni comprimido. Ahí, su energía potencial elástica y la fuerza que ejerce son ambas cero.

$$W_{tot} = K_2 - K_1$$

$$W_{tot} = W_{el} = U_{el,1} - U_{el,2}$$

$$\boxed{K_1 + U_{el,1} = K_2 + U_{el,2}} \quad \text{(si sólo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 \quad \text{(si sólo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

$$\boxed{E = K + U_{el}}$$

Situaciones con energía potencial gravitacional y elástica:

$$W_{tot} = W_{grav} + W_{el} + W_{otras}$$

$$W_{grav} + W_{el} + W_{otras} = K_2 - K_1$$

$$W_{grav} = U_{grav,1} - U_{grav,2}$$

$$W_{el} = U_{el,1} - U_{el,2}$$

$$K_1 + U_{grav,1} + U_{el,1} + W_{otras} = K_2 + U_{grav,2} + U_{el,2} \quad \text{(válida en general)}$$

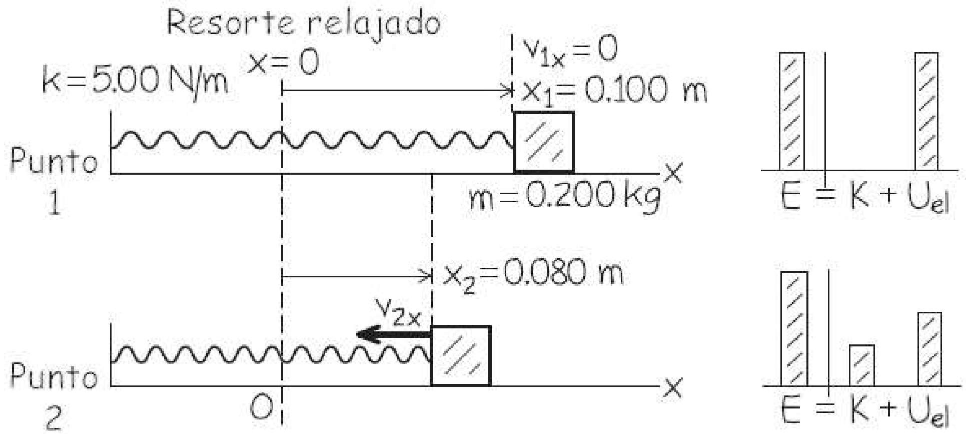
$$\boxed{K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2 \qquad \text{(válida en general)}}$$

$$\boxed{U = U_{grav} + U_{el} = mgy + \tfrac{1}{2}kx^2}$$

El trabajo realizado por todas las fuerzas distintas de la elástica o la gravitacional es igual al cambio de energía mecánica total $\Delta E = \Delta K + \Delta U$ **del sistema, donde** $U = U_{grav} + U_{el}$ **es la suma de la energía potencial gravitacional y la energía potencial elástica.**

Ejemplo Movimiento con energía potencial elástica

Un deslizador de masa $m = 0.200$ kg descansa en un riel de aire horizontal, sin fricción, conectado a un resorte con constante de fuerza $k = 5.00$ N/m. Usted tira del deslizador, estirando el resorte 0.100 m, y luego se suelta con velocidad inicial cero. El deslizador regresa a su posición de equilibrio ($x = 0$). ¿Qué velocidad tiene cuando $x = 0.080$ m?



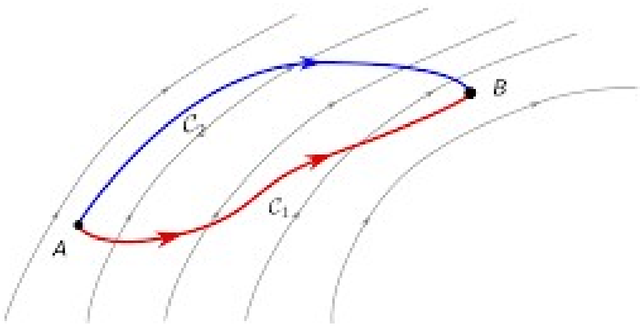
Fuerzas conservativas y no conservativas:

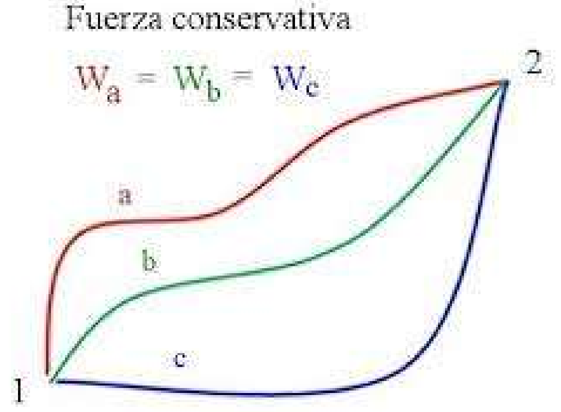
Fuerzas conservativas:

Propiedades equivalentes:

1. El trabajo desarrollado por una fuerza conservativa sobre una partícula móvil entre dos puntos cualesquiera es independiente de la trayectoria tomada por la partícula.

2. El trabajo desarrollado por una fuerza conservativa en una partícula móvil a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es cero (una trayectoria cerrada es aquella en la que el punto de partida y el punto final son idénticos).





Es posible asociar una energía potencial para un sistema con una fuerza que actúa entre integrantes del sistema, pero solo se puede hacer para fuerzas conservativas. En general, el trabajo W_c desarrollado por una fuerza conservativa en un objeto que es integrante de un sistema, conforme el objeto se traslada de una posición a otra, es igual al valor inicial de la energía potencial del sistema menos el valor final:

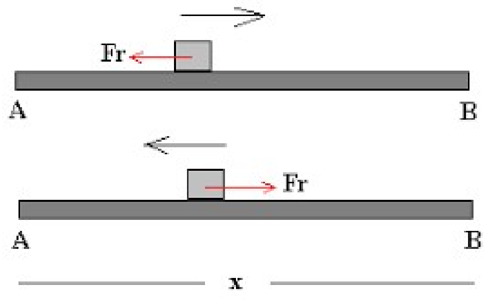
$$\boxed{W_c = U_i - U_f = -\Delta U}$$

Fuerzas no conservativas:

Una fuerza es **no conservativa** si no satisface las propiedades 1 y 2 para fuerzas conservativas

Las fuerzas bajo cuya acción en el sistema se disipa o pierde **energía** mecánica se denominan **fuerzas no conservativas** o fuerzas disipativas.

Las fuerzas de rozamiento son **fuerzas no conservativas**



Tenemos: $$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx = -\Delta U$$ $$W_c = \int_i^f \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = U_i - U_f$$

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx$$

$$dU = -F_x dx$$

$$\boxed{F_x = -\frac{dU}{dx}}$$

Importante: La componente x de una fuerza conservativa que actúa sobre un objeto dentro de un sistema es igual a la derivada negativa de la energía potencial del sistema en relación con x

Ejemplo: $$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

EJEMPLO **Fuerza y energía a escala atómica**

La energía potencial asociada con la fuerza entre dos átomos neutros en una molécula se representa mediante la función energía potencial de Lennard–Jones:

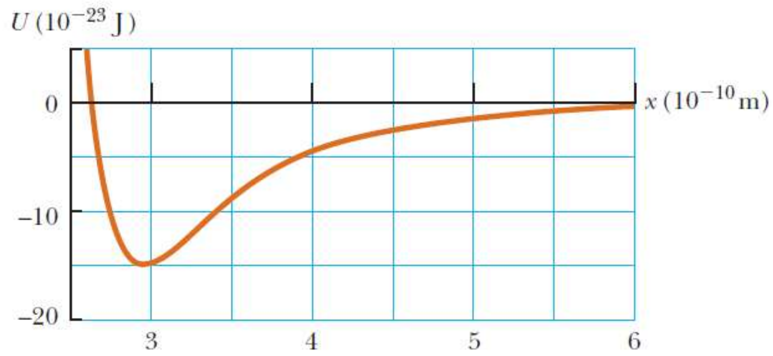
$$U(x) = 4\epsilon\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

donde x es la separación de los átomos. La función $U(x)$ contiene dos parámetros σ y ϵ que están determinados por los experimentos. Valores muestra para la interacción entre dos átomos en una molécula son $\sigma = 0.263$ nm y $\epsilon = 1.51 \times 10^{-22}$ J. Con una hoja de cálculo o herramienta similar, grafique esta función y encuentre la distancia más probable entre los dos átomos.

$$\frac{dU(x)}{dx} = 4\epsilon\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right] = 4\epsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x^{13}} + \frac{6\sigma^{6}}{x^{7}}\right]$$

$$4\epsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x_{eq}{}^{13}} + \frac{6\sigma^{6}}{x_{eq}{}^{7}}\right] = 0 \quad \rightarrow \quad x_{eq} = (2)^{1/6}\sigma$$

$$x_{eq} = (2)^{1/6}\,(0.263 \text{ nm}) = \boxed{2.95 \times 10^{-10} \text{ m}}$$



Ley de conservación de la energía:

$$\boxed{\Delta U_{\text{int}} = -W_{\text{otras}}}$$

$$K_1 + U_1 - \Delta U_{\text{int}} = K_2 + U_2$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 \text{ y } \Delta U = U_2 - U_1$$

$$\boxed{\Delta K + \Delta U + \Delta U_{\text{int}} = 0} \qquad \text{(ley de conservación de la energía)}$$

En un proceso dado, las energías cinética, potencial e interna de un sistema pueden cambiar; pero la *suma* de todos los cambios siempre es cero. Una disminución en una forma de energía se compensa con un aumento en las otras

$\boldsymbol{W_{FRES} = \Delta E_c}$

$W_{FRES} = W_{FC} + W_{FNC}$
$W_{FC} = -\Delta E_P$

$W_{FC} + W_{FNC} = \Delta E_c$
$-\Delta E_P + W_{FNC} = \Delta E_c$

$\Delta E_c + \Delta E_P = W_{FNC}$
$\boldsymbol{\Delta E_{TOTAL} = W_{FNC}}$

Fuerza Conservativa (FC) =
cuando tiene una Energía potencial asociada
El trabajo que realiza **NO** depende del camino recorrido
Ej: P, Felástica

Fuerza No Conservativa (FNC) =
El trabajo que realiza **depende** del camino recorrido
Ej: f_r

La energía mecánica se conserva cuando el trabajo de las fuerzas no conservativas es nulo

$\Delta E_{TOTAL} = W_{FNC}$
$W_{FNC} = 0$

$\Delta E_{TOTAL} = 0$
$E_f - E_i = 0$

$E_f = E_i$

[W] = [E] = Joule = J = Nm

Energía cinética

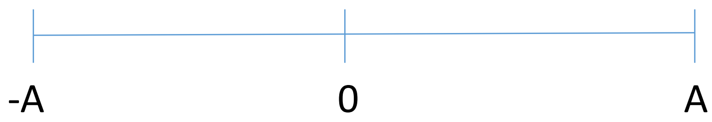
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Energía potencial gravitatoria

$$E_{PG} = \mathrm{mgh}$$

Energía potencial elástica

$$E_{PE} = \frac{1}{2}kx^2$$



F = M**a** => MUV => v varía => E_c varía

Bloque de masa M unido a un resorte de constante K
Desliza sobre una mesa sin roce
$W_{FNC} = 0$

$\Delta E = W_{FNC} = 0$ => la energía del sistema se conserva

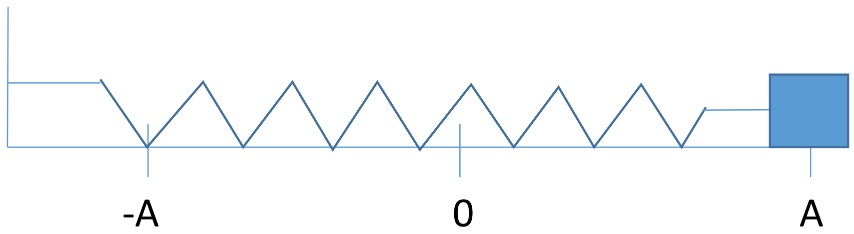
Es decir en cualquier instante la energía será la misma

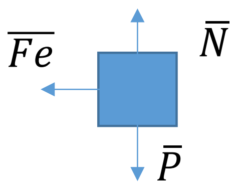
En cualquier instante el cuerpo se encontrará en una posición x determinada con una velocidad v, y la energía total del sistema será:

$E = E_{pe} + E_c$ (la E_{pg} no varía porque no varía la altura del cuerpo)

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

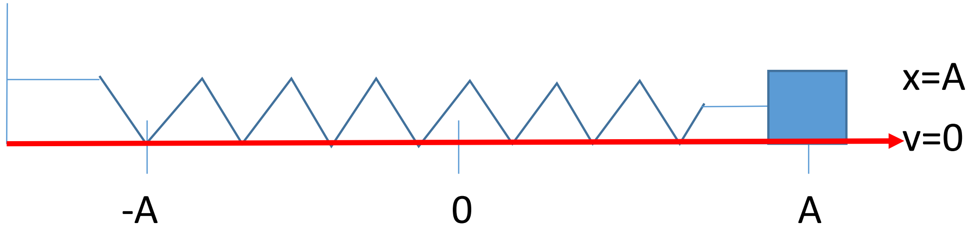
En uno de los extremos (x=A o x=-A), la v =0 (el cuerpo se detiene) pero la aceleración será máxima, porque la fuerza que ejerce el resorte sobre el cuerpo es la máxima fuerza que puede realizar bajo estas circunstancias





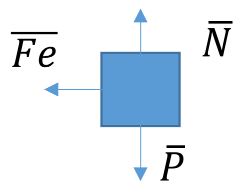
Fe = Kx
x=A (máxima elongación)
Fe = KA (máxima Fe)

En uno de los extremos (x=A o x=-A), la v =0 (el cuerpo se detiene) pero la aceleración será máxima, porque la fuerza que ejerce el resorte sobre el cuerpo es la máxima fuerza que puede realizar bajo estas circunstancias



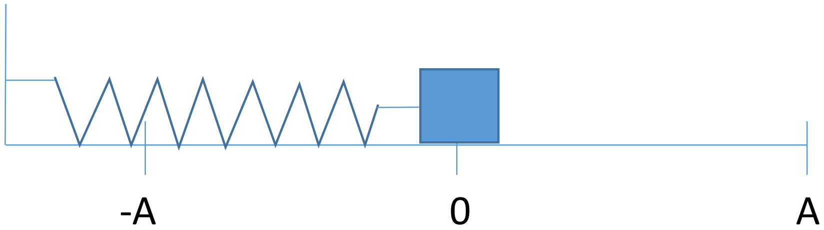
$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$



Fe = Kx
x=A (máxima elongación)
Fe = KA (máxima Fe)

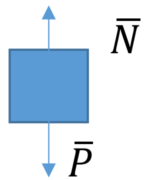
En el centro (x=0), la v es máxima pero la aceleración será cero, porque la fuerza que ejerce el resorte sobre el cuerpo es la mínima fuerza que puede realizar bajo estas circunstancias



x=0
$v=v_{max}$

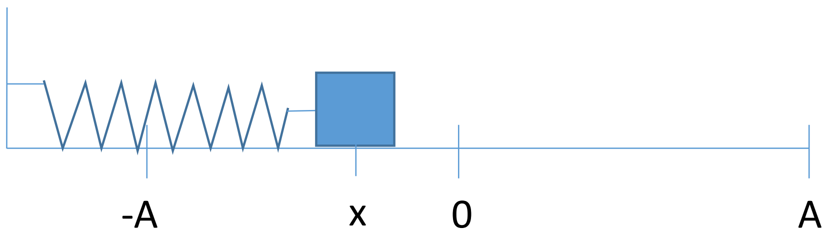
$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$E = \frac{1}{2}M{v_{max}}^2$$

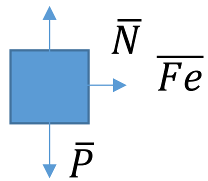


Fe = Kx
x=0 (mínima elongación)
Fe = 0 (mínima Fe)

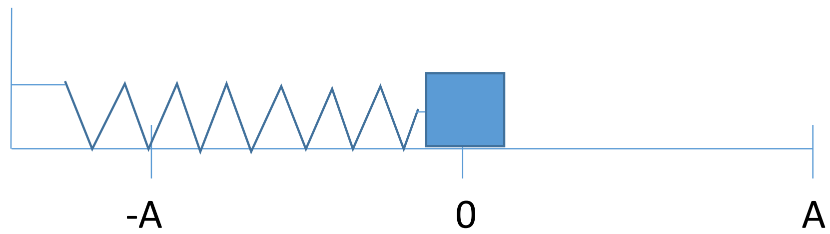
En cualquier posición x



$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}Mv^2$$



Fe = Kx


-A
0
A