

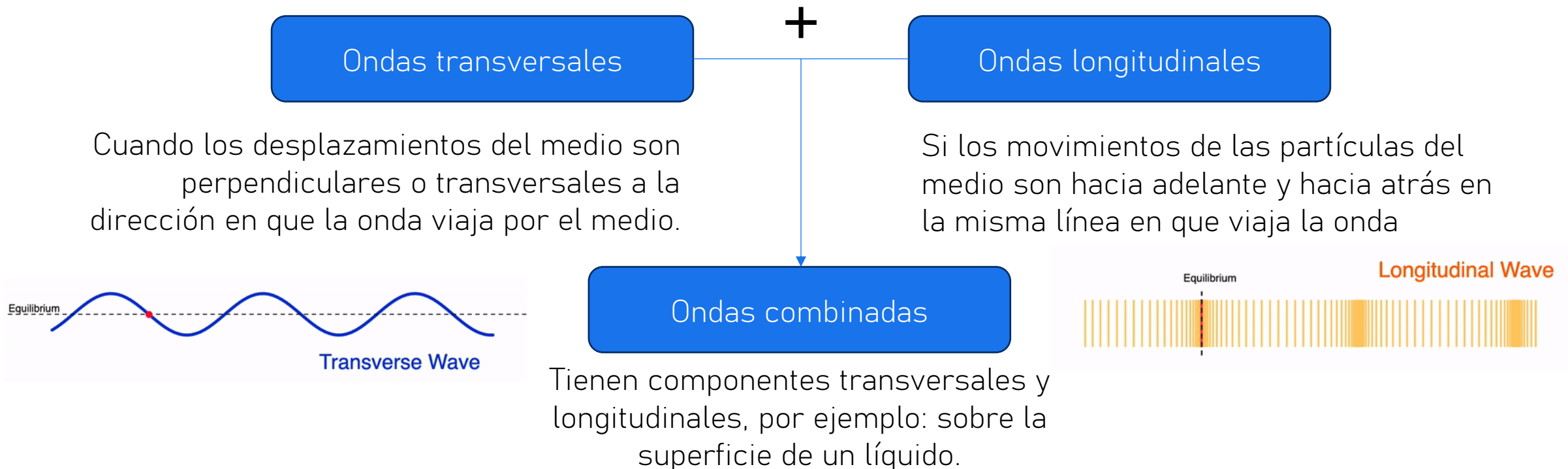


Ondas mecánicas

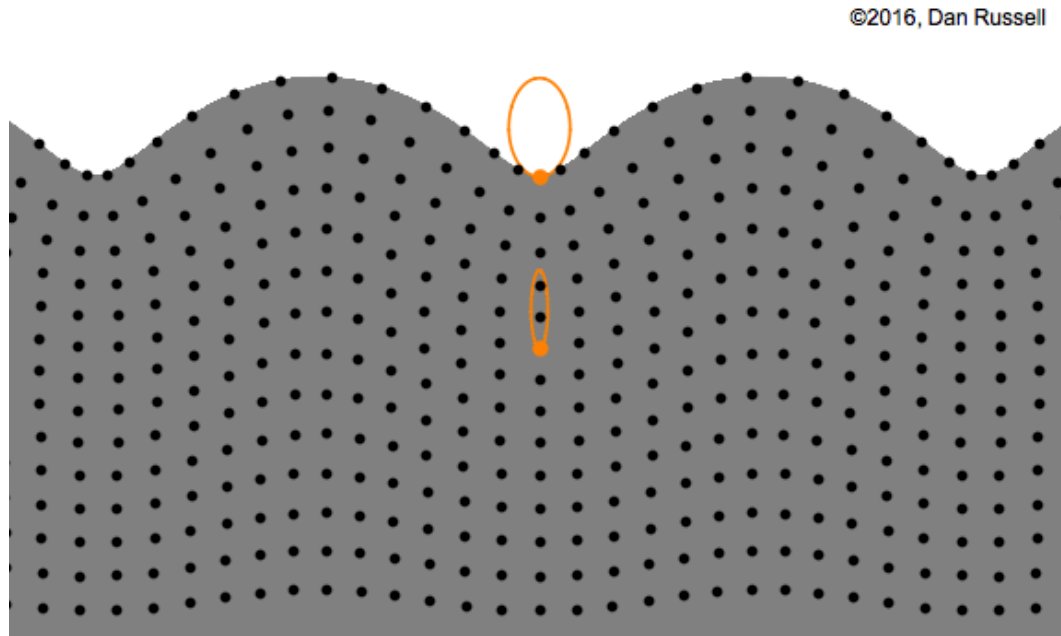
TAREA DE AULA 2025

Tipos de onda

- **Onda mecánica:** perturbación que viaja por un material o una sustancia que es el **medio** de la onda.
- Al viajar la onda por el medio, las partículas que constituyen el medio **sufren desplazamientos** de varios tipos, dependiendo de la naturaleza de la onda.



Ondas en superficie del líquido:



Qué tipo de onda es?



en detalle...

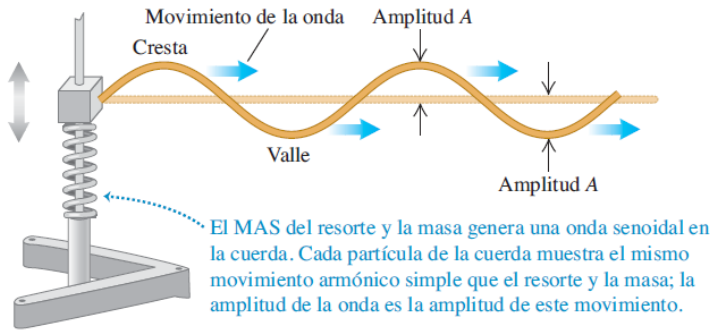


En todos los casos:

- ✓ Existe un **estado de equilibrio**. El movimiento ondulatorio es una perturbación del estado de equilibrio que viaja de una región del medio a otra, y siempre hay fuerzas que tienden a volver el sistema a su posición de equilibrio cuando se le desplaza.
- ✓ La perturbación siempre viaja o se propaga por el medio con una rapidez definida llamada rapidez de propagación o, simplemente, **rapidez de la onda**, determinada en cada caso por las propiedades mecánicas del medio. (La rapidez de la onda no es la rapidez con que se mueven las partículas cuando son perturbadas por la onda).
- ✓ El **medio** mismo **no viaja por el espacio**; sus partículas individuales realizan movimientos verticales y horizontales alrededor de sus posiciones de equilibrio. **Lo que viaja es el patrón general** de la perturbación ondulatoria.
- ✓ Para poner en movimiento cualesquiera de estos sistemas, debemos **aportar energía realizando trabajo mecánico** sobre el sistema. La onda transporta esta energía de una región del medio a otra.

Las ondas transportan energía, pero no materia, de una región a otra.

Ondas periódicas



En particular, suponga que movemos verticalmente la cuerda con un *movimiento armónico simple* (MAS) con amplitud A , frecuencia f , frecuencia angular $\omega = 2\pi f$, y periodo $T = 1/f = 2\pi/\omega$. En la figura 15.3 se muestra una forma de hacerlo. La onda producida es una sucesión simétrica de *crestas* y *valles*. Como veremos, las ondas periódicas con movimiento armónico simple son especialmente fáciles de analizar; las llamamos **ondas senoidales**. Resulta también que *cualquier* onda periódica puede representarse como una combinación de ondas senoidales. Por lo tanto, este tipo de movimiento ondulatorio merece atención especial.

Cuando una onda senoidal pasa por un medio, todas las partículas del medio sufren movimiento armónico simple con la misma frecuencia.



Los conceptos de frecuencia, longitud de onda y amplitud son igualmente aplicables a las ondas que se propagan en dos o en tres dimensiones.

En el caso de una onda periódica, la forma de la cuerda en cualquier instante es un patrón repetitivo. La **longitud de un patrón de onda completo es la distancia entre una cresta y la siguiente**, o de un valle al siguiente, o de cualquier punto al punto correspondiente en la siguiente repetición de la forma. Llamamos a esta distancia **longitud de onda**, denotada con λ (la letra griega lambda). El patrón de onda viaja con rapidez constante v y avanza una longitud de onda λ en el lapso de un periodo T . Por lo tanto, la rapidez de la onda v está dada por $v = \lambda/T$, dado que $f = 1/T$,

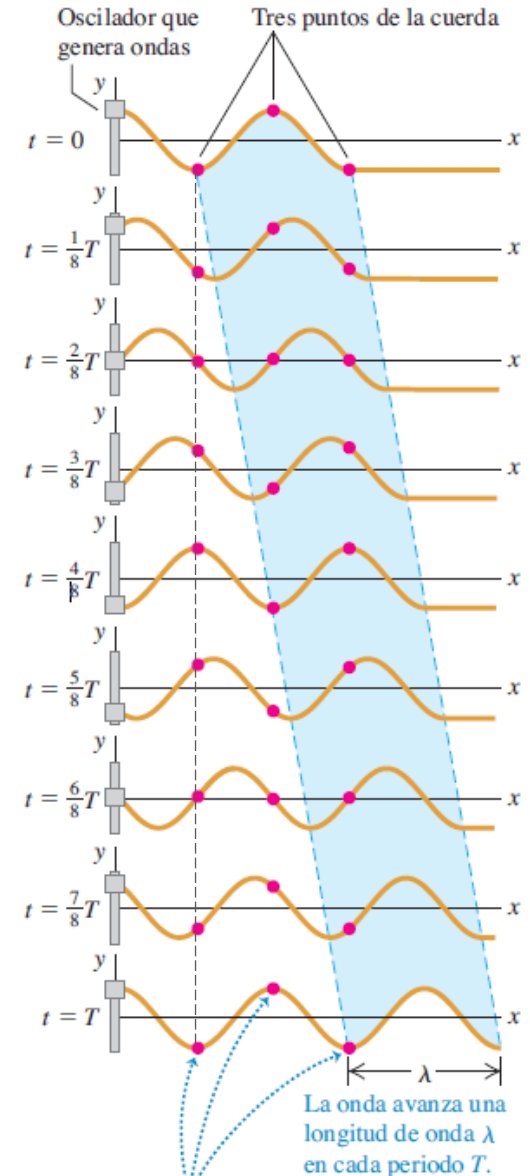
$$v = \lambda f$$

(onda periódica)

(15.1)

La rapidez de propagación es igual al producto de la longitud de onda y la frecuencia. La **frecuencia es una propiedad de toda la onda periódica**, porque todos los puntos de la cuerda oscilan con la misma frecuencia f .

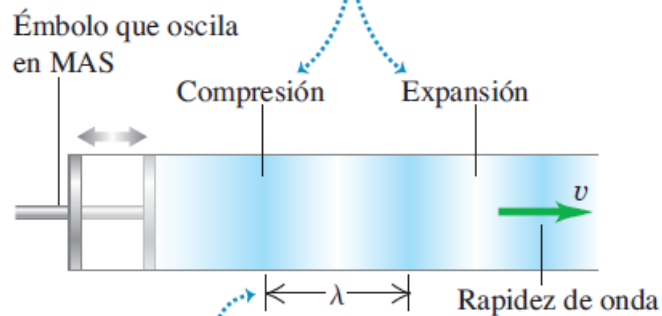
La cuerda se muestra a intervalos de $\frac{1}{8}$ de periodo para un total de un periodo T . El área sombreada muestra el movimiento de una longitud de onda.



Cada punto se mueve arriba y abajo. Las partículas separadas una longitud de onda se mueven en fase entre sí.

Onda periódica longitudinal

El movimiento hacia delante del émbolo crea una compresión (una zona de alta densidad); el movimiento hacia atrás crea una expansión (una zona de baja densidad).



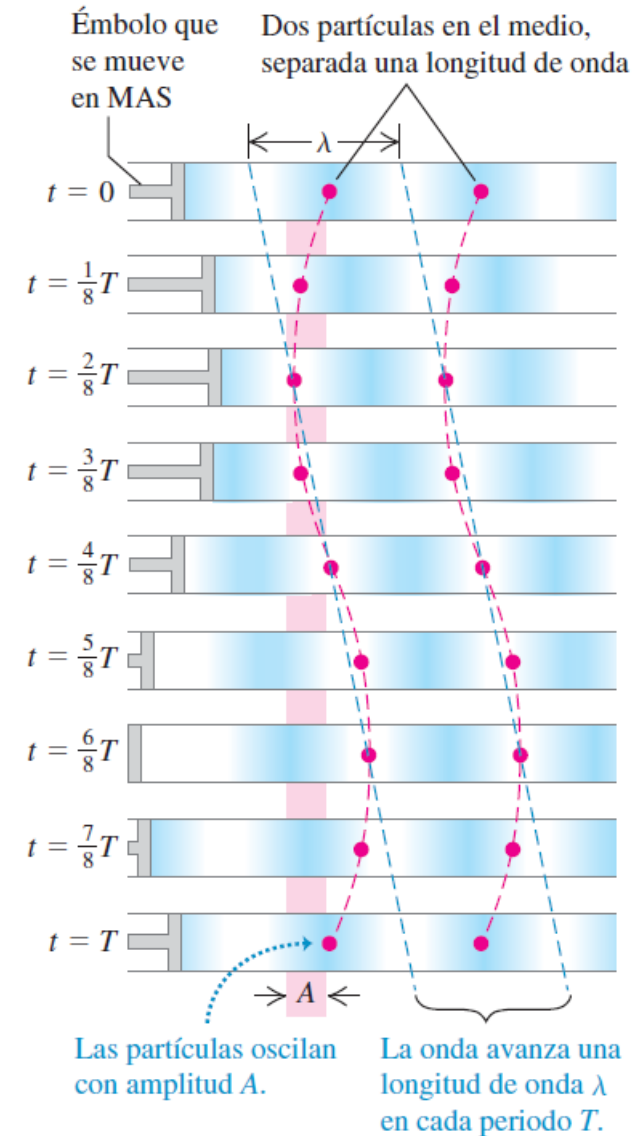
La longitud de onda λ es la distancia entre los puntos correspondientes de ciclos sucesivos.

En muchas situaciones importantes, que incluyen las ondas en cuerdas, la rapidez de la onda v depende únicamente de las propiedades mecánicas del medio. En este caso, aumentar f hace que λ disminuya, de modo que el producto $v = \lambda f$ no cambie, y las ondas de todas las frecuencias se propagan con la misma rapidez. En este capítulo, sólo consideraremos las ondas de este tipo. (En capítulos posteriores estudiaremos la propagación de las ondas de luz en sustancias en las cuales la rapidez de la onda depende de la frecuencia; ésta es la razón por la que los prismas descomponen la luz blanca en un espectro y por la que las gotas de lluvia crean un arco iris.)

Cada partícula en el fluido oscila en MAS paralelo a la dirección de la propagación de la onda (es decir, izquierda y derecha), con la misma amplitud A y periodo T que el pistón.

La ecuación fundamental $v = \lambda f$ se cumple para las ondas longitudinales igual que para las transversales y, de hecho, para todos los tipos de ondas periódicas.

Las ondas longitudinales se muestran en intervalos de $\frac{1}{8}T$ para un periodo T .



Descripción matemática de una onda

Muchas características de las ondas periódicas pueden describirse usando los conceptos de rapidez de onda, amplitud, periodo, frecuencia y longitud de onda; sin embargo, es común que necesitemos una **descripción más detallada de las posiciones y los movimientos de las partículas individuales del medio en instantes específicos** durante la propagación de una onda. Para esta descripción, necesitamos el concepto de **función de onda**, una función que describe la posición de cualquier partícula en el medio en cualquier instante. Nos concentraremos en las ondas *senoidales*, en las que cada partícula tiene un MAS alrededor de su posición de equilibrio.

Como ejemplo específico, examinemos las ondas en una cuerda estirada. Si despreciamos el pandeo de la cuerda por la gravedad, su posición de equilibrio es en una línea recta, la cual tomamos como el eje x de un sistema de coordenadas. Las ondas en una cuerda son *transversales*; durante el movimiento ondulatorio **una partícula con posición de equilibrio x se desplaza cierta distancia y en la dirección perpendicular al eje x** . El valor de y depende de cuál partícula estamos considerando (es decir, y depende de x) y también del instante t en que la consideramos. Así, **y es función tanto de x como de t ; $y = y(x, t)$** . Llamamos a $y(x, t)$ la **función de onda** que describe la onda. Si conocemos esta función para cierto movimiento ondulatorio, podemos usarla para calcular el desplazamiento (con respecto al equilibrio) de cualquier partícula en cualquier instante. Con esto podemos calcular la velocidad y la aceleración de cualquier partícula, la forma de la cuerda y todo lo que nos interese acerca del comportamiento de la cuerda en cualquier instante.

$$[k] = \text{rad/m}$$

$$y(x, t) = A \cos \left[\omega \left(\frac{x}{v} - t \right) \right] = A \cos 2\pi f \left(\frac{x}{v} - t \right) \quad \begin{array}{l} \text{(onda senoidal que} \\ \text{avanzan en la} \\ \text{dirección } +x) \end{array} \quad (15.3)$$

El desplazamiento $y(x, t)$ es función tanto de la posición x del punto como del tiempo t . Podemos hacer más general la ecuación (15.3) contemplando diferentes valores del ángulo de fase, como hicimos para el movimiento armónico simple en la sección 13.2, pero por ahora omitiremos esto.

Podemos describir la función de onda dada por la ecuación (15.3) de varias formas distintas pero útiles. Una es expresarla en términos del periodo $T = 1/f$ y la longitud de onda $\lambda = v/f$:

$$y(x, t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad \begin{array}{l} \text{(onda senoidal que se mueve} \\ \text{en la dirección } +x) \end{array} \quad (15.4)$$

Obtenemos otra forma útil de la función de onda, si definimos una cantidad k llamada **número de onda**:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{(número de onda)} \quad (15.5)$$

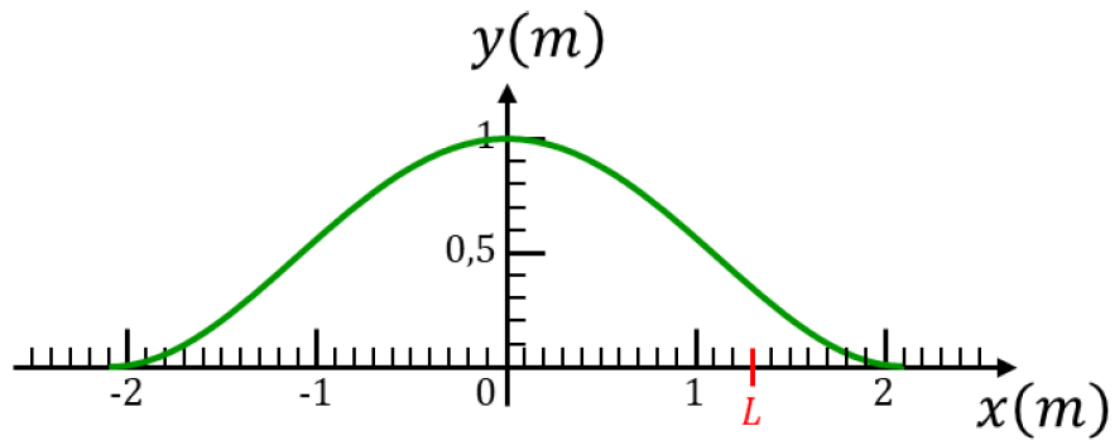
Sustituyendo $\lambda = 2\pi/k$ y $f = \omega/2\pi$ en la relación longitud de onda-frecuencia $v = \lambda f$ obtenemos

$$\omega = vk \quad \text{(onda periódica)} \quad (15.6)$$

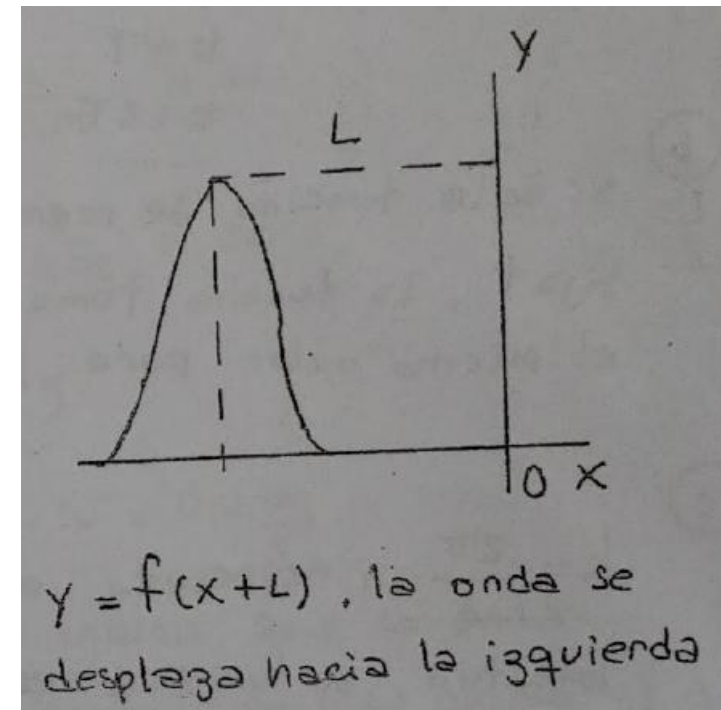
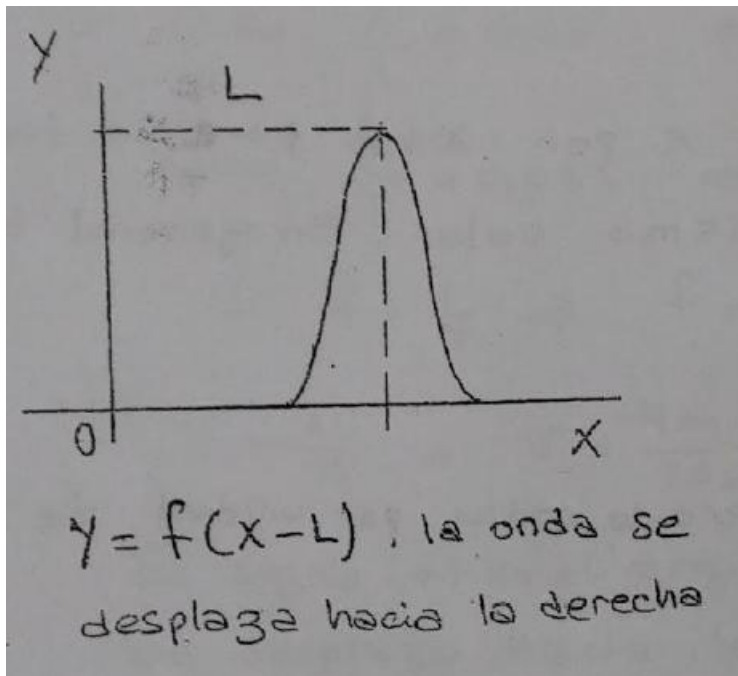
Ahora podemos describir la ecuación (15.4) como

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad \begin{array}{l} \text{(onda senoidal que se mueve} \\ \text{en la dirección } +x) \end{array} \quad (15.7)$$

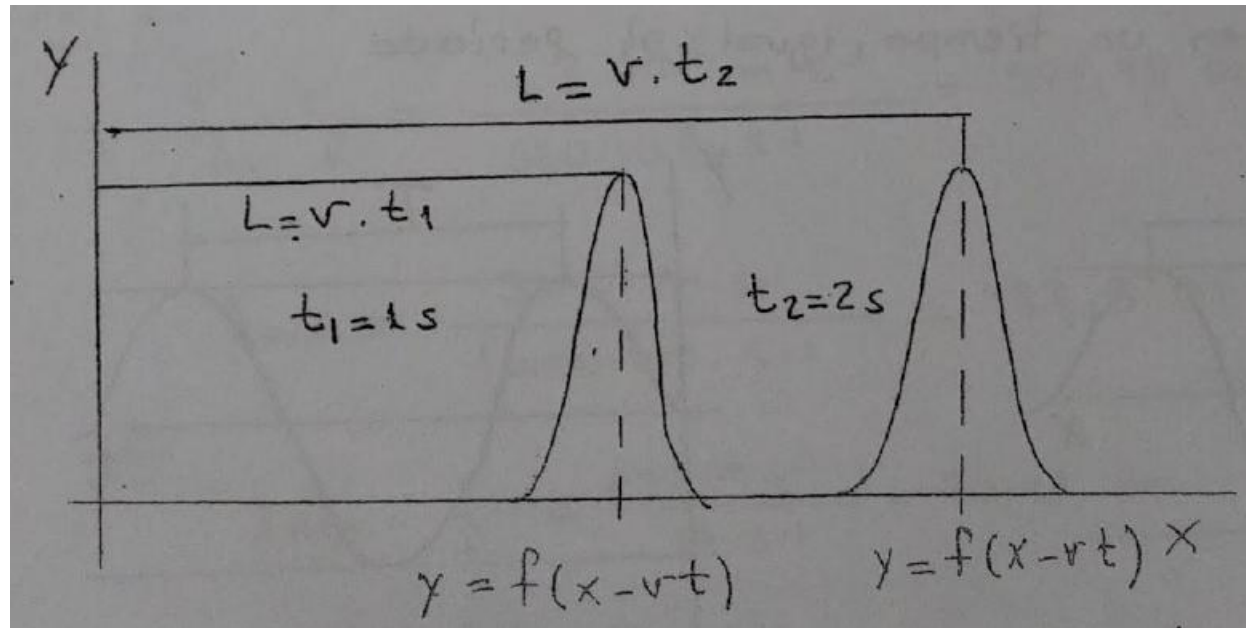
1. Una función $y = f(x)$ tiene la forma representada en la figura:



a. Graficar de forma aproximada las funciones: $f(x - L)$ y $f(x + L)$



- b. Considerar que L es un parámetro que varía con el tiempo de la forma $L = v \cdot t$, si $v = 1 \text{ m/s}$, esquematizar las gráficas correspondientes, sucesivamente, a los instantes $t_1 = 1 \text{ s}$, $t_2 = 2 \text{ s}$, etc.



La forma de la curva en el punto $x = v \cdot t$ será igual a la del punto $x = 0$ (con $t = 0$), ya que está “modulada” por la misma frecuencia, longitud de onda y amplitud.

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \longrightarrow y = f(x - vt)$$

Ecuación general que representa a cualquier onda que viaje hacia la derecha

2. En la siguiente función de dos variables

Cuándo usar seno o coseno? Dependerá de ϕ

$$f(x, t) = f_0 \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \phi \right]$$

$$\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$$

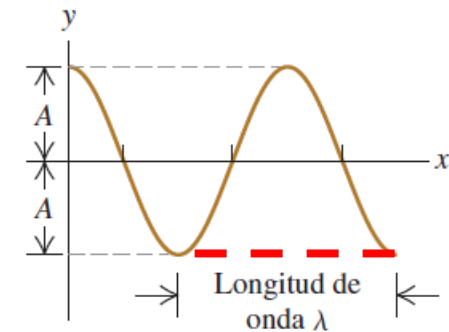
donde λ es la longitud de onda, T es el periodo y ϕ es la fase inicial

- Reemplazar t por $t + T$ manteniendo fijo el valor de x , ¿cuánto vale la función en ese instante?
- Reemplazar x por $x + \lambda$ manteniendo fijo el valor de t , ¿cuánto vale la función en ese instante?

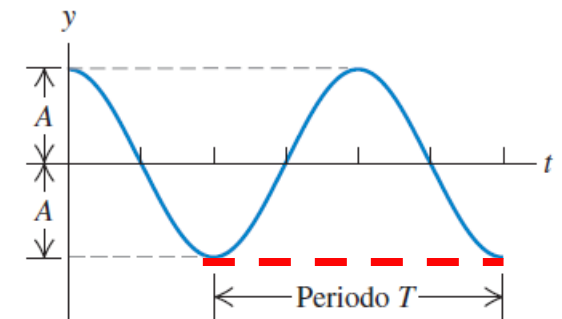
En ambos casos la función toma el mismo valor.

CUIDADADO **Gráficas de ondas** Aunque a primera vista las figuras 15.9a y 15.9b parecerían iguales, *no* son idénticas. La figura 15.9a es una imagen de la forma de la cuerda en $t = 0$, mientras que la figura 15.9b es una gráfica del desplazamiento y de una partícula en $x = 0$ en función del tiempo. ■

a) Si usamos la ecuación (15.7) para graficar y en función de x para el tiempo $t = 0$, la curva muestra la *forma* de la cuerda en $t = 0$.



b) Si usamos la ecuación (15.7) para graficar y en función de t para la posición $x = 0$, la curva muestra el *desplazamiento* y de la partícula en $x = 0$ en función del tiempo.



- c. Así como $\omega = 2\pi/T$ es la frecuencia angular se define $k = 2\pi/\lambda$ como el número de onda. ¿Qué unidades tiene k y cuál es su significado?

k es el número de onda por unidad de longitud, ya que λ se encuentra en metros.

$$[k] = \frac{\text{rad}}{\text{m}} = \text{m}^{-1}$$

- d. Si v es la velocidad de onda, demostrar la relación $v = \lambda/T$.

$$\begin{array}{l} v = \lambda f \\ f = 1/T \end{array} \quad \longrightarrow \quad v = \lambda/T.$$

Desplazamiento de una longitud de onda
en un tiempo igual al periodo

3. Un movimiento ondulatorio que se desplaza según la dirección x está descrito por la siguiente ecuación:

$$f(x, t) = \underbrace{20 \text{ cm}}_A \sin[2\pi(\underbrace{0,25 \text{ cm}^{-1}}_{1/\lambda} \cdot x + \underbrace{0,05 \text{ s}^{-1}}_{1/T = f} \cdot t)]$$

Encontrar:

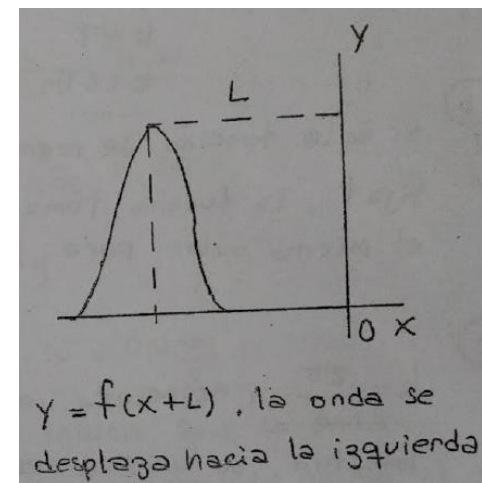
- la longitud de onda, la frecuencia y el periodo.
- la velocidad y el sentido de propagación.

$$1/T = f \rightarrow T = 20\text{s}$$

$$\lambda = 4\text{cm}$$

$$y(x, t) = A \cos 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$v = \lambda f = 0,04\text{m} \cdot 0,05\text{s}^{-1} = 0,002 \text{ m/s}$$



6. Una onda de agua que viaja en línea recta en un lago queda descrita por la ecuación:

$$f(x, t) = 3,75 \text{ cm} \cdot \cos(0,45 \text{ cm}^{-1} \cdot x + 5,4 \text{ s}^{-1} \cdot t)$$

$$A = 3,75 \text{ cm}$$

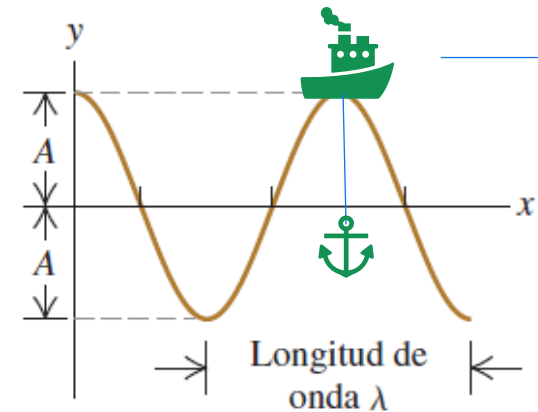
$$k = 0,45 \text{ cm}^{-1}$$

$$\omega = 5,4 \text{ s}^{-1}$$

La onda viaja en sentido $-x$

donde y es el desplazamiento perpendicular a la superficie tranquila del lago.

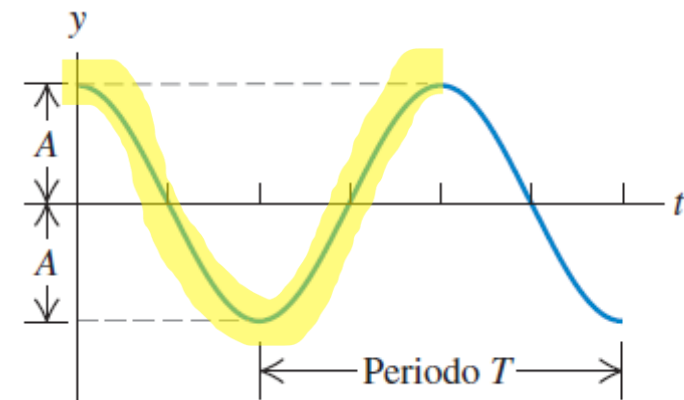
- a. ¿Cuánto tiempo tarda un patrón de onda completo (distancia entre una cresta y la siguiente) en pasar por un pescador en un bote anclado, y qué distancia horizontal viaja la cresta de la onda en ese tiempo?



Tiene posición x fijo
Pero subirá y bajará en y

Tiempo en el que pasa 1 long de onda:

$$T = \frac{2\pi \text{ rad}}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{5.40 \text{ rad/s}} = 1.16 \text{ s.}$$



Distancia horizontal que viaja la cresta:

$$\lambda = \frac{2\pi \text{ rad}}{k} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0.450 \text{ rad/cm}} = 0.140 \text{ m.}$$

b. ¿Cuál es el número de onda y el número de ondas por segundo que pasan por el pescador?

(b) $k = 0.450 \text{ rad/cm}$. $f = 1/T = 0.862 \text{ Hz} = 0.862 \text{ waves/second}$.

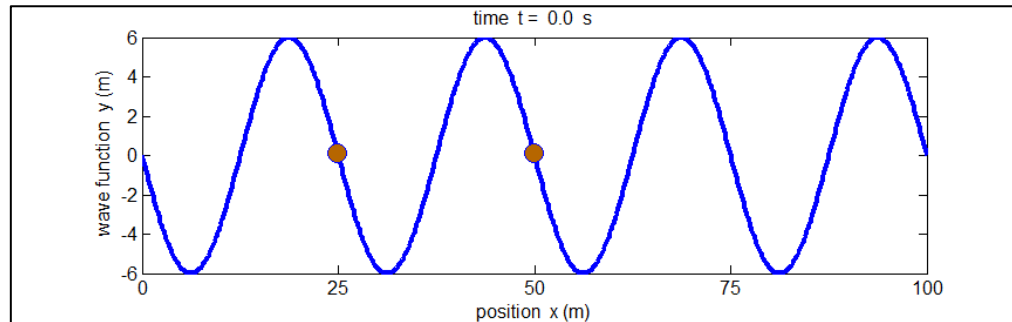
c. ¿Qué tan rápido pasa una cresta de onda por el pescador y cuál es la rapidez máxima de su flotador de corcho cuando la onda provoca que éste oscile verticalmente?

(c) $v = f\lambda = (0.862 \text{ Hz})(0.140 \text{ m}) = 0.121 \text{ m/s}$.

$$v_{\text{max}} = \omega A = (5.40 \text{ rad/s})(3.75 \text{ cm}) = 0.202 \text{ m/s}.$$

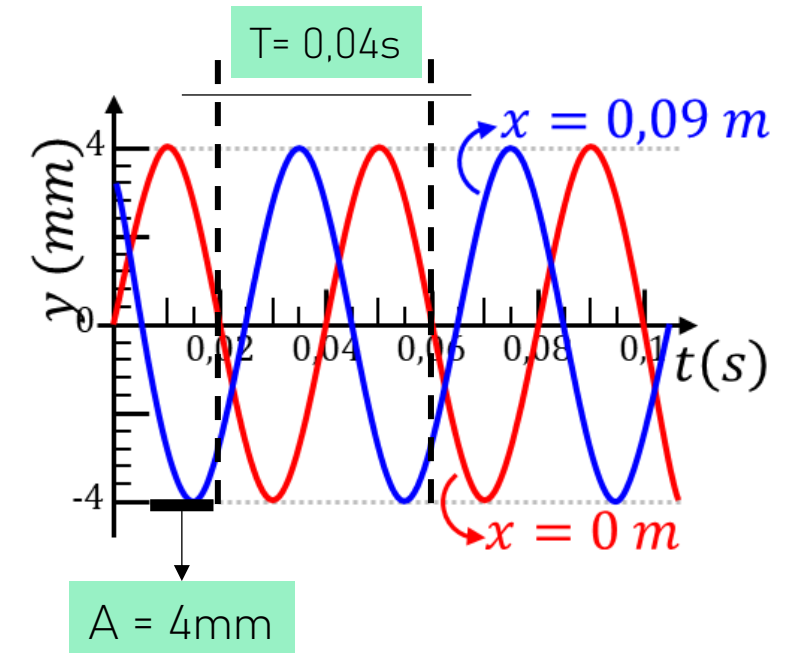
7. Una onda senoidal se propaga por una cuerda estirada en el eje x . El desplazamiento de la cuerda en función del tiempo se grafica en la figura para partículas en los puntos $x = 0 \text{ m}$ y en $x = 0,09 \text{ m}$ que están separados una longitud de onda.

- a. Calcular la amplitud y el periodo de la onda.



Valores de escala no representativos del problema.

y vs t



b. Determinar la longitud y velocidad de la onda si esta se mueve en el sentido del semieje positivo de x .

Por el enunciado, $x=0$ y $x=0,09\text{m}$ están separados por una longitud de onda, es decir que λ debería ser $0,09\text{m}$, no?

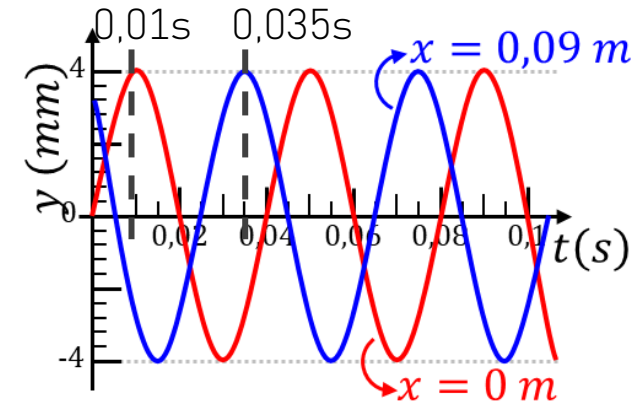
Entonces:

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,09\text{m}}{0,04\text{s}} = 2,25 \text{ m/s}$$

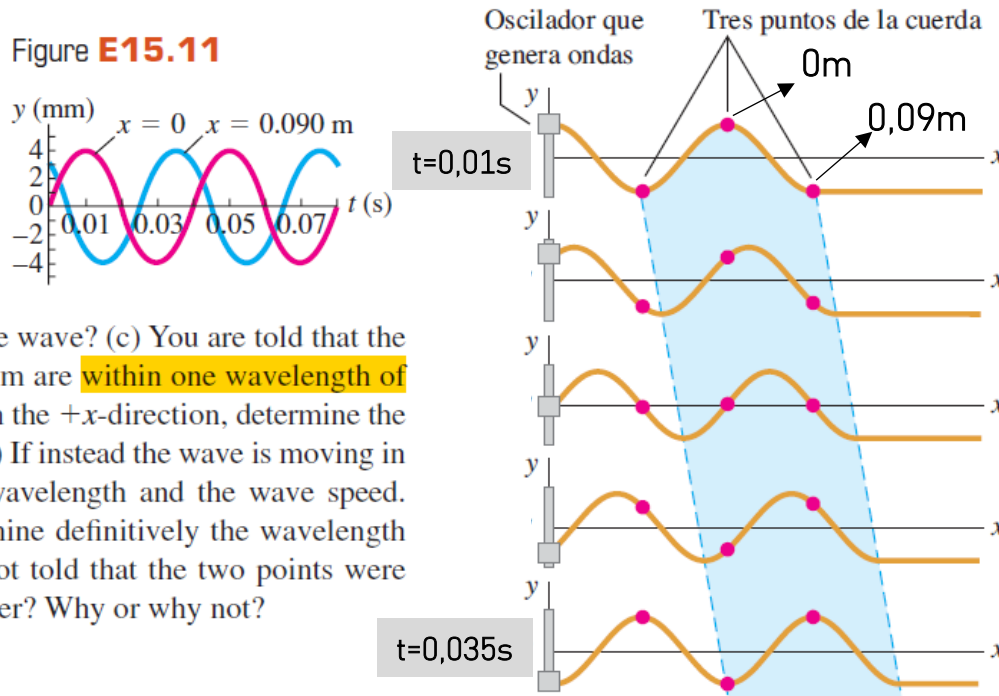


Si en $t=0,01\text{s}$ para $x=0\text{m}$ ocurre un pico ($y=A$) y el mismo pico se desplaza para ocurrir nuevamente a los $t=0,035\text{s}$, pero en $x=0,09\text{m}$. Entonces, el Δt para recorrer esa distancia será $0,025\text{s}$, distinto al período T . Además, como la onda se mueve a velocidad constante, $v \cdot t = 2,25 \text{ m/s} \cdot 0,025\text{s} = 0,056\text{m} \neq 0,09\text{m}$. Por lo tanto, lo supuesto anteriormente es erróneo.

Pero es un error que se presta a ocurrir ya que proviene de un error de traducción del problema.



15.11 • A sinusoidal wave is propagating along a stretched string that lies along the x -axis. The displacement of the string as a function of time is graphed in Fig. E15.11 for particles at $x = 0$ and at $x = 0.0900 \text{ m}$. (a) What is the amplitude of the wave? (b) What is the period of the wave? (c) You are told that the two points $x = 0$ and $x = 0.0900 \text{ m}$ are within one wavelength of each other. If the wave is moving in the $+x$ -direction, determine the wavelength and the wave speed. (d) If instead the wave is moving in the $-x$ -direction, determine the wavelength and the wave speed. (e) Would it be possible to determine definitively the wavelength in parts (c) and (d) if you were not told that the two points were within one wavelength of each other? Why or why not?



Lo que en realidad querían decir es que ambas x estaban dentro de la longitud de onda y experimentan el mismo "pulso". Observar la gráfica de la izquierda a modo esquemático.

Sin embargo, se mantiene el hecho de que la onda viaja a velocidad cte. Por lo tanto, que viaje $0,09\text{m}$ en $0,025\text{s}$ indica que viaja a una velocidad de $3,6 \text{ m/s}$.

$$\lambda = v \cdot T = 3,6 \text{ m/s} \cdot 0,04\text{s} = 0,14\text{m}$$



La siguiente es la resolución propuesta por el libro, en donde se detalla la ecuación de onda y se llega a los mismos resultados (aproximadamente porque obtenemos los datos del gráfico).

$$y(x, t) = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \phi \right] \longrightarrow 0 = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{0}{\lambda} - \frac{0}{T} \right) + \phi \right]$$

$dy/dt > 0$, en $t=0$ $x=0$:

$$0 = A \cdot \sin(\phi) \Rightarrow \phi = n\pi \text{ con } n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\frac{dy}{dt} = -A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos \left[2\pi \left(\frac{0}{\lambda} - \frac{0}{T} \right) + \phi \right] > 0 \longrightarrow -A \cdot \omega \cos[\phi] > 0 \longrightarrow A \cdot \omega \cos[\phi] < 0$$

$$\cos[\phi] < 0 \Rightarrow \phi = n\pi \text{ con } n = 1, 3, 5, \dots$$

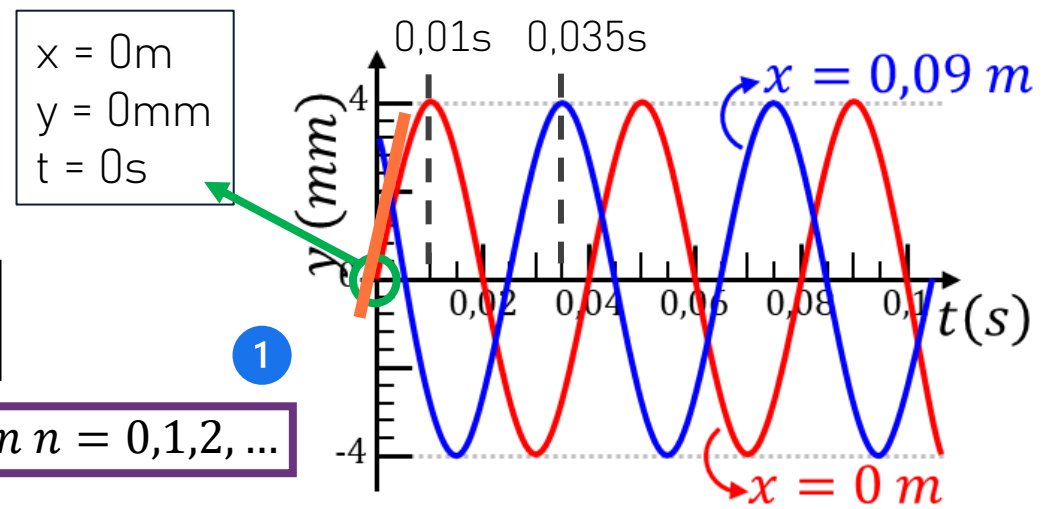
De 1 y 2 $\Rightarrow \phi = \pi$

$$y(x, t) = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \pi \right]$$

$$y(x, t) = -A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

$$y(x, t) = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

Ecuación que representa a la onda de este problema



Si $x=0m$ y $x=0,09m$ están dentro de una long. de onda y la onda se desplaza en la dirección $+x$, el pico en $t=0,01s$ para $x=0m$ se mueve y ocurre nuevamente en $x=0,09m$ a los $t=0,035s$.

En $t=0,01s$ para $x=0m$, ocurre el primer pico ($y=A$), por lo tanto:

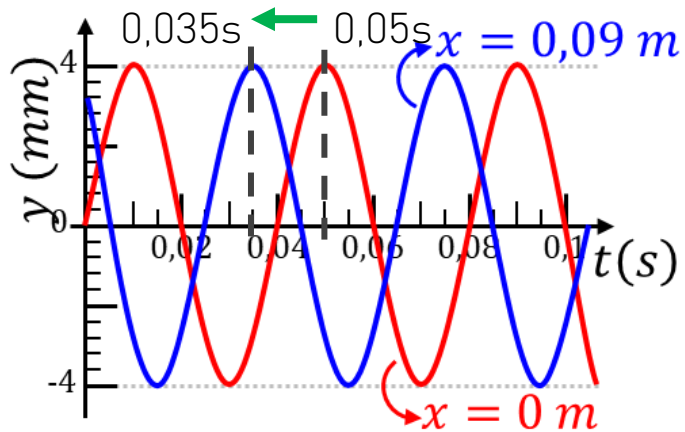
$$\sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right] = 1 \Rightarrow 2\pi \left(\frac{0,01s}{0,04s} - \frac{0}{\lambda} \right) = \pi/2$$

Si el mismo pico se mueve en $t=0,035s$ para $x=0,09m$, entonces:

$$2\pi \left(\frac{0,035s}{0,04s} - \frac{0,09m}{\lambda} \right) = \pi/2 \quad \lambda = \frac{0,09m}{\left(\frac{0,035s}{0,04s} \right) - \frac{1}{4}} = 0,14m \quad v = \lambda f = \lambda/T$$

$$v = \frac{0,14m}{0,04s} = 3,5 \text{ m/s}$$

- c. Determinar la longitud y velocidad de la onda si ahora ésta se mueve en el sentido del semieje negativo de x .



Si se mueve en el sentido $-x$

$$y(x, t) = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

El pico en $t=0,050\text{s}$ para $x=0$ corresponde al pico en $t=0,035\text{s}$ para $x=0,090\text{m}$. Este pico en $x=0$ es el segundo pico después del origen, por lo que corresponde a:

$$2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) = 5\pi/2$$

(en la función seno existen máximos cada $n\pi/2$, con n impar, pero en $3\pi/2$ el máximo es negativo así que el siguiente corresponde a $5\pi/2$)

Si el mismo pico se mueve en $t=0,035\text{s}$ para $x=0,09\text{m}$, entonces:

$$2\pi \left(\frac{0,035\text{s}}{0,04\text{s}} + \frac{0,09\text{m}}{\lambda} \right) = 5\pi/2$$

$$\lambda = 0,24\text{m}$$

$$v = \frac{0,24\text{m}}{0,04\text{s}} = 6 \text{ m/s}$$

- d. ¿Sería posible determinar de manera definitiva la longitud de onda en los incisos anteriores si no se sabe que los dos puntos están ~~separados~~ una longitud de onda? ¿Por qué?

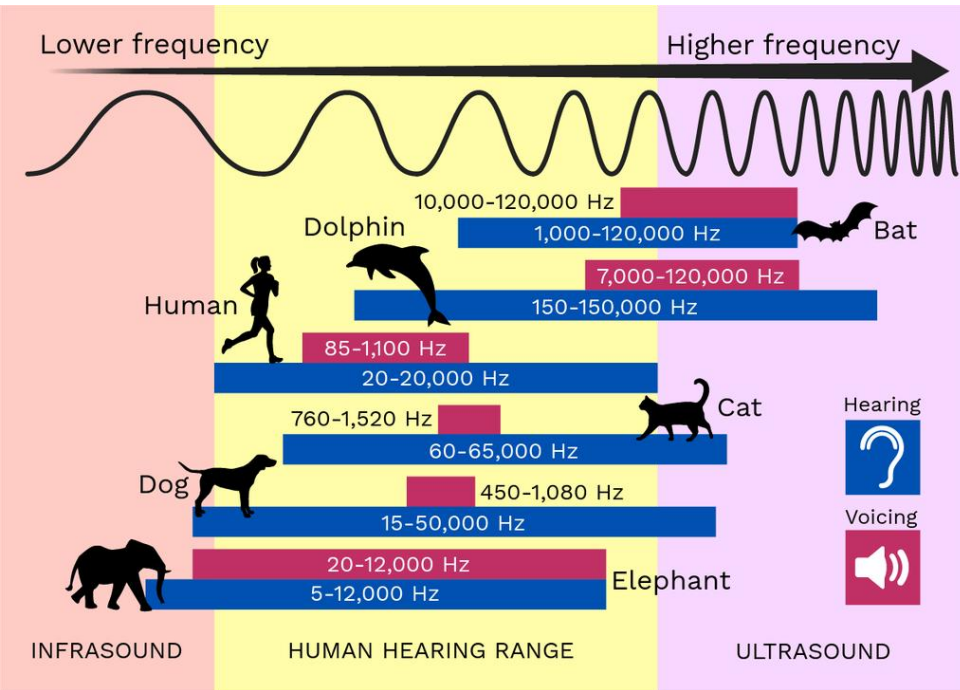
dentro de

No. No se sabría qué punto de la onda en $x = 0$ se movió a qué punto en $x = 0,090 \text{ m}$.

8. A las estaciones de radio A.M. se les asignan frecuencias entre 500 kHz y 1600 kHz . Sabiendo que la velocidad de ondas electromagnéticas en el aire es $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. ¿Cuál es el rango de longitudes de onda para estas señales de radio?

$$v = \lambda f$$

$$\lambda_{\min} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{500 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}} = 600 \text{ m} \quad \lambda_{\max} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1600 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}} = 187,5 \text{ m}$$



9. El adulto promedio puede percibir sonidos cuyas frecuencias van desde 17 Hz a 15000 Hz . Conociendo que la velocidad del sonido en el aire a 20°C es de 343 m/s . ¿Cuáles son las longitudes de onda correspondientes a estas frecuencias extremas?

$$\lambda_{\min} = \frac{343 \text{ m/s}}{17 \text{ s}^{-1}} = 20,2 \text{ m} \quad \lambda_{\max} = \frac{343 \text{ m/s}}{15000 \text{ s}^{-1}} = 0,023 \text{ m}$$

10. Se llama *ultrasonido* a las frecuencias más arriba de la gama que puede detectar el oído humano, esto es, aproximadamente mayores que 20000 Hz . Se pueden usar ondas de ultrasonido para penetrar en el cuerpo y producir imágenes al reflejarse en las superficies. En una exploración típica con ultrasonido, las ondas viajan con una velocidad de 1500 m/s . Para obtener una imagen detallada, la longitud de onda no debería ser mayor que 1 mm . ¿Qué frecuencia se requiere entonces?

$$f = \frac{1500 \text{ m/s}}{0,001 \text{ m}} = 1500000 \text{ s}^{-1}$$

$$f = 1,5 \text{ MHz}$$